

X.

FERMAT A MERSENNE.

MARDI 2 SEPTEMBRE 1636.

(Va, p. 123-124.)

MON RÉVÉREND PÈRE,

1. La lettre dont vous me parlez dans votre dernière s'est sans doute égarée, car celle que je viens de recevoir est la seule qui m'est venue depuis cinq ou six semaines de votre part.

2. Sur le sujet de laquelle (1) je vous dirai que, quand nous parlons d'un nombre composé de trois quarrés seulement, nous entendons un nombre qui n'est ni quarré, ni composé de deux quarrés; et c'est ainsi que Diophante et tous ses interprètes l'entendent, lorsqu'ils disent qu'un nombre, composé de trois quarrés seulement en nombres entiers, ne peut jamais être divisé en deux quarrés, non pas même en fractions. Autrement et au sens que vous semblez donner à votre proposition, il n'y auroit que le seul nombre de 3 qui fût composé de trois quarrés seulement en nombres entiers; car :

Premièrement, tout nombre est composé d'autant de quarrés entiers qu'il a d'unités;

Secondement, vos nombres de 11 et 14 se trouvent composés chacun de cinq quarrés; le premier de 4, 4, 1, 1, 1; le second de 4, 4, 4, 1, 1.

Que si vous entendez que le nombre que vous demandez soit composé de trois quarrés seulement et non pas de quatre, en ce cas la question tient plus du hasard que d'une conduite assurée et, si vous m'en envoyez la construction, peut-être vous le ferai-je avouer.

(1) Voir Lettre VI, 7. — D'après Descartes (Lettres, éd. Clerselier, III, 66), l'auteur de la question, Sainte-Croix, demandait que les deux nombres à trouver et leur somme fussent composés de trois carrés à l'exclusion de quatre. Il n'y aurait dès lors, suivant Descartes, que trois solutions : 3, 3, 6; 3, 11, 14; 3, 21, 24.

De sorte que j'avois satisfait à votre proposition au sens de Diophante, qui semble être le seul admissible en cette sorte de questions.

Or, qu'un nombre, composé de trois quarrés seulement en nombres entiers, ne puisse jamais être divisé en deux quarrés, non pas même en fractions, personne ne l'a jamais encore démontré et c'est à quoi je travaille et crois que j'en viendrai à bout. Cette connoissance est de grandissime usage et il semble que nous n'avons pas assez de principes pour en venir à bout; M. de Beaugrand est en cela de mon avis. Si je puis étendre en ce point les bornes de l'Arithmétique, vous ne sauriez croire les propositions merveilleuses que nous en tirerons.

3. Pour la *Proposition géostatique*, elle est toute fondée sur ce principe seul, que deux graves égaux, joints par une ligne ferme et laissés en liberté, se joindront au centre de la terre par le point qui divise également la ligne qui les unit, c'est-à-dire que ce point de division s'unira au centre de la terre. Messieurs Pascal et de Roberval (¹), après avoir reconnu que tout mon raisonnement est fondé là-dessus et, qu'accordant ce principe, ma proposition est sans difficulté, m'ont nié ce principe, que je prenois pour un axiome, le plus clair et le plus évident qu'on peut demander; obligez-moi de me dire si vous êtes de leur sentiment. Je l'ai pourtant démontré depuis peu par de nouveaux principes, tirés des expériences, qu'on ne me sauroit contester, et je le leur enverrai au plus tôt.

Je suis etc.

(¹) Voir Lettre VIII, 4 et suiv.