

ce que leur solution dépend d'une méthode particulière que j'ai trouvée, de laquelle je ne ferai plus tant d'état, si vous trouvez quelqu'un qui les puisse soudre géométriquement ⁽¹⁾.

PRIMA. — *Data sphaeræ inscribere conum rectum omnium inscribendorum ambitu maximum.*

SECUNDA *idem proponit de cylindro quod superior de cono.*

Je ne prétends pas par là vous exclure du nombre de ceux qui chercheront la solution de ces deux questions.

J'attends de vos nouvelles et suis, mon Révérend Père, votre très humble serviteur,

FERMAT.

A Toulouse, ce 26 avril 1636.

II.

PROPOSITIO GEOSTATICA

DOMINI DE FERMAT ⁽²⁾.

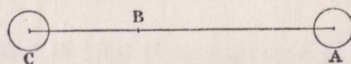
< MAI 1636 >

(*Va.*, p. 143-144.)

1. *Sit centrum Terræ B (fig. 1), semidiameter BA, portio alterius semidiametri BC, et fiat*

ut AB ad BC, ita pondus appensum in C ad pondus appensum in A :

Fig. 1.



Aio pondera A, C non moveri, sed fieri æquilibrium.

⁽¹⁾ Voir Tome I : la solution analytique de la première de ces deux questions, pages 155 et suiv ; la solution géométrique de la seconde, envoyée à Mersenne le 10 novembre 1642, pages 167 et suiv.

⁽²⁾ Cette proposition a été envoyée par Fermat à Carcavi (voir ci-après Lettre VI, 2)

Hæc autem propositio probatu est facillima, vestigiis Archimedis ⁽¹⁾ insistendo, et, si negetur, statim demonstrabitur.

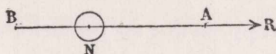
2. Hoc supposito, propositionem sane mirabilem inde deducimus :

Ponatur grave in puncto N (fig. 2) inter puncta A et B, et fiat

ut AB ad BN, ita pondus N ad potentiam R :

Aio pondus N, juncto axe AN, a potentia R in puncto A collocata deti-

Fig. 2.



neri et, si minimum augeatur potentia R, sursum tolli, ideoque quò propius pondus accedit ad centrum Terræ, minorem potentiam ad tollendum illud requiri.

Hæc est, ni fallor, propositio quam Beaugrandus ⁽²⁾ in sua Geostatica demonstrat; nos eam hac ratione, quæ sequitur, demonstramus.

dans une lettre perdue, où il le pria sans doute de la communiquer à Mersenne. Fermat l'avait composée avant d'avoir pris connaissance de la Géostatique de Beaugrand, par conséquent avant la lettre suivante, du 3 juin 1636 (voir ci-après III, 5).

Mersenne en a inséré dans son *Harmonie universelle* une traduction assez fidèle, que nous reproduisons ci-après (II_A). Elle permet de constater une confusion dans les *Varia*, où les trois premiers articles sont rattachés à la pièce V ci-après, et où le titre du morceau est inséré après l'énoncé même de la proposition, c'est-à-dire avant l'article 3 : *Suppositis et concessis etc.*

⁽¹⁾ Si l'on compare la marche que suit Archimède (*De planorum æquilibriis*, I) pour démontrer le principe d'équilibre de la balance, on reconnaît que Fermat admet en fait comme postulats :

1° Que la direction de la gravité passe constamment par un point déterminé hors du corps pesant, à savoir par le centre de la Terre;

2° Que le point d'application de la gravité (au moins pour un corps sphérique homogène) est un point déterminé de la figure du corps pesant;

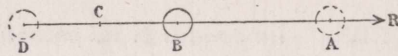
3° Que l'effet statique de la gravité, pour un corps déterminé, dépend uniquement de la distance de son centre de gravité au centre de la Terre.

Fermat ne suppose pas d'ailleurs que la gravité s'exerce en dehors de la sphère terrestre; dans ces limites, ses postulats concordent avec l'hypothèse newtonienne, si l'on considère la gravité comme la résultante de l'attraction d'une sphère composée de couches concentriques et homogènes sur un point matériel situé à son intérieur.

⁽²⁾ Voir la Lettre I, 7. La *Géostatique* de Beaugrand a pour objet de démontrer que la gravité (supposée seulement à l'intérieur de la sphère terrestre) varie, pour un même

3. Suppositis et concessis quibus in demonstratione utimur, ex præcedente propositione et ex communibus notionibus desumptis, sit centrum Terræ C (*fig. 3*), semidiameter CA in qua sumatur punctum

Fig. 3.



B. In puncto autem B sit quodvis grave appensum; fiat autem

ut recta CA ad rectam CB,

ita pondus in B appensum ad potentiam aliquam, ut R.

Aio grave B a potentia R in puncto A sustineri et, si augeatur quantumlibet potentia R, pondus B ab hujusmodi aucta potentia in puncto A collocata sursum moveri.

Producatur enim AC in D, et sit CD æqualis CB, et in D collocetur pondus ponderi B æquale. Corporis igitur ex duobus gravibus B et D compositi centrum gravitatis est C, ideoque, si a puncto A auferatur

corps, proportionnellement à la distance de son centre de gravité au centre de la Terre. C'est donc, en fait, la même thèse que celle de Fermat, quoique ce dernier établisse une distinction assez subtile (*voir* ci-après Lettre IV, 4). Mais la démonstration de Beaugrand est absolument manquée comme fond et comme forme, et elle donnera lieu, dans la correspondance entre Mersenne et Descartes, à de fréquentes railleries de ce dernier contre le géostaticien.

Cette démonstration revient en fait à admettre que, si un corps pesant est suspendu par un fil sans gravité à l'extrémité d'un levier parallèle à l'horizon et maintenu d'ailleurs en équilibre, cet équilibre ne sera jamais détruit, quand même on allongerait, autant que l'on voudra, le fil de suspension supposé dirigé vers le centre de la Terre.

L'erreur d'une pareille thèse est aisée à reconnaître; mais il convient d'observer qu'à la date où nous sommes, les principes de la Statique ne sont nullement établis; on est même à peine d'accord sur les conditions d'équilibre du levier actionné par des forces parallèles, car la question qui s'agit est précisément de savoir si les postulats d'origine expérimentale sur lesquels repose la théorie d'Archimède sont vrais en prenant les forces de gravité concourantes, ainsi qu'elles le sont en réalité, ou en les supposant parallèles, avec le géomètre de Syracuse. Beaugrand admet la première alternative jusque dans ses conséquences évidemment erronées; Fermat suit la même voie, mais avec une prudence très caractéristique. Roberval défendra l'hypothèse d'Archimède (*ci-après* Lettres VIII, XIV); mais Galilée et Castelli, quoique déjà en possession, comme Roberval, du principe de l'équilibre du levier actionné par des forces concourantes, n'en ont pas moins pris en sérieuse considération les conclusions de Beaugrand et les propositions de Fermat (*voir* ci-après, Pièce V, note 6).

potentia R, quum recta BA nihil ponderet, erunt pondera B et D in æquilibrio et manebunt.

Si autem in A collocetur pondus deorsum tendens, potentiæ R sursum moventi æquale, idem est ac si a puncto A dematur potentia R; nam, quantum potentia tollit, tantumdem pondus deprimit. Collocetur igitur hujusmodi pondus in A : corpus igitur compositum ex potentia R collocata in A et sursum movente, ex pondere A deorsum tendente et ex gravibus B et D, erit in æquilibrio aut, si mavis, non movebitur.

Quum autem grave D sit æquale gravi B, et recta CD rectæ CB, erit

ut AC ad CD, ita AC ad CB,

et

ut pondus B ad potentiam R in A collocatam,
ita pondus D ad pondus in A deorsum tendens,

quod ipsi R potentiæ æquale posuimus. Est autem, ex hypothesi,

ut recta AC ad CB, ita pondus B ad potentiam R in A collocatam :

erit igitur

ut AC ad CD, ita pondus D ad pondus in A deorsum tendens.

Quum igitur distantiae ponderibus sint reciproce proportionales, pondus in A deorsum tendens ponderi D æquiponderabit; si vero ab æquiponderantibus æquiponderantia auferantur, reliqua æquiponderabunt : ergo, si ab æquilibrio ex potentia R in A collocata et sursum movente, ex pondere in A deorsum tendente et ponderibus B et D composito, auferatur æquilibrio ex ponderibus A et D compositum, reliqua æquiponderabunt aut potius non movebuntur.

Auferantur igitur pondus A et pondus D; remanebit potentia R, in A collocata, et pondus B, quod proinde potentia R detinebit, ideoque, si minimâ augeatur vi, sursum tollit. Quod erat demonstrandum.