Nota II.

DIMOSTRAZIONI

Ibidem, pp. 453-464.

6. - Impostazione del calcolo della energia totale U.

Specificando, diciamo: Energia totale, la quale si trova ad un dato istante t entro un generico campo S nel mezzo, ben si intende allo stato di energia raggiante, cioè viaggiante in tutte le possibili direzioni con velocità c.

Il calcolo si imposta come segue:

Tutta l'energia in questione

o è penetrata in S passando attraverso un qualche elemento $d\sigma$ del contorno;

ovvero è stata emessa da un qualche elemento dS del campo.

Nell'uno e nell'altro caso essa uscirà poi dal campo attraverso un qualche elemento $d\sigma'$. La si prenderà in considerazione tutta quanta, senza duplicati, associando in tutti i modi possibili gli elementi *di partenza* ($d\sigma$ ovvero dS) coi $d\sigma'$ *di uscita, coll'avvertenza che il frapposto cammino sia tutto interno al campo.* Se il contorno σ di S è convesso, quest'ultima condizione si trova automaticamente soddisfatta; in generale vi si ottempera, limitandosi a considerare, sopra ogni raggio spiccato ed un elemento di partenza, il punto in cui, *per la prima volta*, esso esca dal campo.

Esaminiamo separatamente i due contributi: V dei varî $d\sigma$, e W dei varî dS.

7. - Espressione dell'addendo V.

Fissiamo una coppia $d\sigma$, $d\sigma'$, e occupiamoci dell'energia che, avendo attraversato $d\sigma$, si trova in viaggio, all'istante t, fra $d\sigma$ e $d\sigma'$. Si tratta, in tal caso, di energia inviata da $d\sigma$ entro il cono elementare che proietta

$d\sigma'$ da $d\sigma$ (ossia, a meno di infinitesimi d'ordine superiore, da un punto qualunque di $d\sigma$).

Dicansi: P e P' due punti rispettivamente appartenenti a $d\sigma$, $d\sigma'$; x, y, z e x', y', z' le loro coordinate; r la loro distanza; n, n' le normali al contorno in P, P'; Q un punto generico del segmento PP'; s la distanza $\overline{PQ}$; $\widehat{nr}$ l'angolo, in P, di n col raggio vettore che va da P a P'; $\widehat{n'r}$ l'angolo, in P', di n' col raggio vettore che va da P' a P, *necessariamente acuti*, dacchè si suppone che $d\sigma$ sia un elemento di partenza e $d\sigma'$ un elemento di uscita; $d\Omega$ l'ampiezza del cono elementare che proietta $d\sigma'$ da P, ossia

$$d\Omega = \frac{d\sigma' \cos \widehat{n'r}}{r^2}.$$

Nella porzione di questo cono, la cui distanza dal vertice P è compresa fra s e $s+ds$, sarà contenuta, all'istante t, energia partita da σ con debita anticipazione, e precisamente, c essendo la velocità, fra gli istanti $t-s/c$ e $t-(s+ds)/c$, il che implica « durante il tempuscolo ds/c ».

Attesa la definizione di G (§ 1), la detta energia ammonterà, *in partenza*, a

$$G\, d\sigma\, d\Omega \frac{ds}{c},$$

dove G si riferisce a $d\sigma$, alla direzione che va da P a P', e all'istante $t-s/c$. *In arrivo* (dopo essere stata sottoposta all'azione assorbente del mezzo per un tratto di lunghezza s), a una frazione f di quanto era in partenza, ossia a

$$fG\, d\sigma\, d\Omega \frac{ds}{c}.$$

La funzione f vale $e^{-\alpha s}$ nel caso tipico del regime stazionario a temperatura costante. In generale (α potendo variare col posto e col tempo) l'espressione di f è più complicata. A noi basta tuttavia ritenere che si tratta di una funzione continua, positiva per sua natura e $\leqslant 1$, la quale si riduce all'unità per $s=0$.

Sommando rispetto ai varî ds, cioè integrando l'espressione precedente rispetto ad s fra 0 ed r, si ha, in base alla (1),

$$\frac{1}{c}\, d\sigma\, d\Omega \cos \widehat{nr} \int_0^r H\left(t-\frac{s}{c}\right) f\, ds,$$

in H essendosi preso in evidenza l'istante, e sottointendendosi che si tratta del punto P e della direzione $P \rightarrow P'$ (vogliamo dire di un elemento superficiale, spiccato da P normalmente ad r, con referenza al passaggio d'energia verso P').

L'integrale

$$\int_0^r H\left(t - \frac{s}{c}\right) f\,ds\,,$$

considerato come funzione del suo limite superiore r, può, collo sviluppo di TAYLOR arrestato al secondo termine, essere posto sotto la forma

$$r(H + r\Phi)\,,$$

dove H si riferisce all'istante t (nonchè, ben si intende, al punto P e alla direzione $P \rightarrow P'$), e *Φ ha un limite superiore finito* (tale ritenendosi quello di $\partial H/\partial t$ al variare comunque di P, P' e di t, nel campo e nell'intervallo di tempo che si considerano).

Il contributo elementare della coppia $d\sigma$, $d\sigma'$, sostituito per $d\Omega$ il suo valore $d\sigma' \cos \widehat{n'r}/r^2$, assume così l'espressione

$$\frac{1}{c}\, d\sigma\, d\sigma' \,\frac{\cos \widehat{nr} \cos \widehat{n'r}}{r} \{H + r\Phi\}\,. \tag{8}$$

La direzione $P \rightarrow P'$ ha per coseni direttori

$$\frac{x' - x}{r}\,,\quad \frac{y' - y}{r}\,,\quad \frac{z' - z}{r}\,.$$

Sarà quindi, in base alla (3),

$$H = K - k \sum \frac{\partial K}{\partial x} \frac{x' - x}{r}\,,$$

il simbolo $\sum$ indicando la somma del termine scritto cogli altri due che si ottengono da esso per sostituzione delle lettere x, x', con y, y' e z, z'. Le funzioni K, k, $\partial K/\partial x$, $\partial K/\partial y$, $\partial K/\partial z$, che compariscono nel secondo membro, si riferiscono, naturalmente, al punto P. Giova introdurre un punto M, scelto a piacimento entro S e fisso al variare di P. Si ha identicamente,

$$H = \mathfrak{H} + \eta \tag{9}$$

con

$$\mathfrak{H} = K_M - \sum \frac{x' - x}{r}\left(k\frac{\partial K}{\partial x}\right)_M , \tag{10}$$

e

$$\eta = (K_P - K_M) - \sum \frac{x' - x}{r}\left\{\left(k\frac{\partial K}{\partial x}\right)_P - \left(k\frac{\partial K}{\partial x}\right)_M\right\},$$

l'indice (M o P) essendo apposto ad una funzione dei punti di S per specificare il punto in cui va preso il valore della funzione.

Ritenuta la funzione K finita e continua, insieme con le sue derivate di spazio prime e seconde, e altresì la $k(K)$ insieme con la sua derivata prima rapporto all'argomento K, si può manifestamente, mercè applicazione dello sviluppo di Taylor arrestato dopo il primo termine, attribuire ad η la forma

$$\eta = \overline{PM}\cdot\varphi ,$$

φ designando, come già Φ, una funzione che ha limite superiore finito, qualunque siano P, P' e t.

Ove si introduca la massima corda l del campo S, e si noti che i rapporti $\overline{PM}/l$, r/l sono entrambi $\leqslant 1$, si può ancora porre

$$r\Phi + \eta = l\left(\frac{r}{l}\Phi + \frac{\overline{PM}}{l}\varphi\right) = l\Phi^* , \tag{11}$$

Φ^* comportandosi come Φ e φ quanto al limite superiore. Ed è importante rilevare la circostanza seguente: Per un dato S, sia $\frac{1}{2}\Lambda$ il maggiore dei limiti superiori di $|\Phi|$, $|\varphi|$, al variare di P, P' e t. Quando, in luogo di S, si considera una sua parte comunque piccola, $|\Phi|$ e $|\varphi|$ rimangono *a fortiori* $\leqslant \frac{1}{2}\Lambda$. Ne consegue, badando a

$$\Phi^* = \frac{r}{l}\Phi + \frac{\overline{PM}}{l}\varphi ,$$

che *il limite superiore di* $|\Phi^*|$ *è* $\leqslant \Lambda$, *e ciò comunque si faccia convergere* S *a zero attorno ad* M.

Ritorniamo ormai al contributo elementare (8). Mercè le (9) e (11), potremo scriverlo

$$\frac{1}{c}\, d\sigma\, d\sigma' \,\frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r}\{\mathfrak{H} + l\Phi^*\} , \tag{8'}$$

$\mathfrak{H}$ essendo data dalla (10).

V è, per sua definizione, la somma di tutti questi contributi elementari. Supponiamo per un momento, tanto per fissare le idee, che σ sia una superficie convessa. In tal caso, ad ogni $d\sigma'$, considerato come elemento di uscita, vanno associati *tutti* i possibili $d\sigma$, come s'è osservato nel precedente §. L'espressione di V è, allora,

$$V=\int_\sigma d\sigma' \int_\sigma d\sigma \frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r}\{\mathfrak{H}+l\Phi\}\,.$$

In generale, ad ogni $d\sigma'$ va associata soltanto una parte dei $d\sigma$: quelli, per cui il segmento PP' è tutto interno al campo. Chiamando σ^* quella porzione di σ (dipendente dalla posizione di P'), che è luogo dei punti in cui i raggi spiccati da P' incontrano *per la prima volta* il contorno, l'espressione di V, valida in ogni caso, sarà

$$V=\int_\sigma d\sigma' \int_{\sigma^*} d\sigma \frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r}\{\mathfrak{H}+l\Phi\}\,, \tag{12}$$

la quale differisce dalla precedente soltanto perchè l'integrazione interna è estesa a σ^*, anzichè a tutta σ (coincidendo, naturalmente, σ^* con σ, nel caso dei contorni convessi).

8. - Lemmi.

Prima di procedere, importa rilevare che vi sono due tipi molto semplici di integrali quadrupli, per cui è indifferente estendere l'integrazione interna a σ^* ovvero a tutto σ. Essi sono

$$J=\int_\sigma d\sigma' \int_\sigma d\sigma \frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r}\,,$$

e

$$J_x=\int_\sigma d\sigma' \int_\sigma d\sigma \frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r}(x'-x)\,,$$

coi due analoghi J_y, J_z.

La dimostrazione si fa come al § 7 della già citata mia Nota *Deduzione rigorosa* ecc. [1].

[1] In questi Rendiconti, ser. 5ª, vol. XXIII (1° sem. 9114), pp. 12-21 [cfr. questo volume: XXIX, pp. 403-413].

Dalla stessa Nota (§ 4) si ha ancora

$J = 4\pi S$ (S volume del campo, designato colla stessa lettera).

Infine si riconosce ovviamente che $J_x = 0$. Infatti, scambiamo fra loro $d\sigma$ e $d\sigma'$. Da un lato, ciò non influisce sul valore dell'integrale. D'altro lato, ove si inverta eziandio l'ordine delle integrazioni, tutto rimane inalterato nella espressione formale di J_x, tranne il binomio $x' - x$ che cambia segno. Ne risulta $J_x = -J_x$, e quindi $J_x = 0$. Nulli del pari sono, naturalmente, gli integrali J_y ed J_z.

9. - Comportamento limite di V.

Tenuto presente tutto ciò, e posto

$$I = \int_\sigma d\sigma' \int_{\sigma^*} d\sigma \frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r} \Phi^* ,$$

ove, in base alla (10), si espliciti $\mathfrak{H}$, la precedente espressione di V diviene

$$V = 4\pi S \cdot K_M + lI . \tag{13}$$

Ricordiamo che, per ognuno dei contributi elementari costituenti V, $\cos\widehat{nr}$, $\cos\widehat{n'r}$ sono di necessità positivi; tali essi sono quindi anche in I. Dacchè $|\Phi^*|$ non supera una certa costante Λ, dalla definizione di I scende la limitazione

$$|I| \leqslant \Lambda \int_\sigma d\sigma' \int_{\sigma^*} d\sigma \frac{\cos\widehat{nr}\cos\widehat{n'r}}{r} .$$

Nell'integrale del secondo membro è ormai lecito sostituire σ a σ^*. L'integrale stesso non differisce pertanto da $J = 4\pi S$. Ne deduciamo

$$\left|\frac{I}{S}\right| \leqslant 4\pi\Lambda .$$

Quando si fa rimpicciolire indefinitamente S attorno ad M, la massima corda l converge a zero, mentre, come abbiamo osservato, si può mantenere la stessa costante Λ come limite superiore di $|\Phi^*|$. Perciò

$l(I/S)$ converge a zero, e la (13), dividendo per S e passando al limite, porge

$$\lim_{S=0} \frac{V}{S} = 4\pi K_M , \tag{13'}$$

10. - L'addendo W.

Dobbiamo ora considerare i contributi dei varî coni elementari che, avendo per vertice un generico elemento dS del campo, proiettano un $d\sigma'$ del contorno, restando tutti interni al campo (condizione, quest'ultima, soddisfatta per qualsiasi coppia dS, $d\sigma'$, quando il contorno è convesso).

Specifichiamo (a meno di infinitesimi) con P la sede di dS, con P' quella di $d\sigma'$; e indichiamo, al solito, con r la distanza $\overline{PP'}$, con $d\Omega$ l'apertura del cono elementare, che proietta $d\sigma'$ da P.

Si tratta di esprimere l'energia che, essendo stata emessa da dS con conveniente anticipazione, si trova, all'istante t, viaggiante entro il cono suaccennato. Con considerazioni del tutto analoghe a quelle svolte nel § 7 a proposito di V, si ottiene

$$\frac{1}{c}\, dS\, d\Omega \int_0^r \varepsilon\left(t - \frac{s}{c}\right) f\, ds ,$$

$\varepsilon(t - s/c)$ designando il coefficiente di emissione in P all'istante $t - s/c$, e f una frazione propria dipendente dall'assorbimento.

Applichiamo all'integrale il primo teorema della media. Potremo scrivere, in sua vece,

$$r\, \overline{\varepsilon f} ,$$

dove $\overline{\varepsilon f}$ è valore intermedio fra quelli assunti da $\varepsilon(t - s/c) \cdot f$ nell'intervallo di integrazione.

Introducendo qui ancora la massima corda l di S, si ha in definitiva il contributo proveniente da una coppia dS, $d\sigma'$, sotto la forma

$$\frac{1}{c} dS\, d\Omega\, l\, \overline{\varepsilon f}\, \frac{r}{l} .$$

Ove si pensi che, per esaurire tutti i $d\sigma'$ associabili a un generico dS, bisogna integrare all'intera sfera unitaria Ω, ne deduciamo immediatamente

$$W = \frac{l}{c} \int_S dS \int_\Omega \overline{\varepsilon f} \cdot \frac{r}{l} \, d\Omega \, .$$

Detto λ il limite superiore dei valori di ε per tutti i punti del campo, e per tutto l'intervallo di tempo, che si vogliono considerare, sarà manifestamente $\overline{\varepsilon f}(r/l) \leqslant \lambda$ (dacchè f e r/l sono entrambe $\leqslant 1$). Quindi, tutto essendo positivo,

$$W \leqslant \frac{l}{c} \, \lambda \int_S dS \int_\Omega d\Omega \, .$$

L'integrale interno vale 4π, talchè risulta

$$W \leqslant \frac{l}{c} \, \lambda \cdot 4\pi S \, ;$$

e di conseguenza, al convergere di S a zero attorno al solito punto M,

$$\lim_{S=0} \frac{W}{S} = 0 \, . \tag{14}$$

11. - Densità dell'energia u. Dimostrazione della (7).

Abbiamo posto

$$U = V + W \, .$$

La densità di energia u in un punto M è, per sua definizione, il limite del rapporto U/S, quando S converge a zero attorno ad M. Avendo separatamente dalle (13′) e (14) i limiti di V/S e di W/S, siamo senz'altro in grado di concludere

$$u_M = \lim_{S=0} \frac{U}{S} = 4\pi K_M \, , \qquad \text{c. d. d.}$$

12. - Energia raggiante $E\,dt$, creata per emissione entro S nel tempuscolo dt.

Ogni dS ne emette complessivamente, tutt'all'intorno, $4\pi \cdot \varepsilon \, dS \cdot dt$. Ciò val quanto dire che, se $E\,dt$ rappresenta tutta l'emissione di un campo finito S, durante dt, quando il campo si fa convergere a zero attorno ad un punto determinato M,

$$\lim_{S=0} \frac{E}{S} = 4\pi\varepsilon_M \,. \tag{15}$$

13. - Energia raggiante $A\,dt$, annientata per assorbimento entro S nel tempuscolo dt.

Il comportamento di A è più riposto che non quello di E, dacchè l'assorbimento si opera lungo il percorso d'ogni singolo raggio, su cui viaggia dell'energia. Conviene quindi aver riguardo a tutti i possibili raggi, distinguendoli, come già a § 6, in due categorie, a norma della loro origine. Questa può cadere in un $d\sigma$ del contorno, attraverso cui l'energia raggiante penetra nel campo S; ovvero in un dS, da cui viene emessa. L'estremo del raggio cadrà, in ogni caso, in un $d\sigma'$ del contorno, il primo che si incontra a partire dall'origine: colla quale specificazione (superflua per contorni convessi) si è sicuri di considerare tutti i raggi interni al campo, e ciascuno una volta sola, scindendoli in varietà elementari ∞^4, o rispettivamente ∞^5, aventi gli estremi nei varî $d\sigma$, $d\sigma'$, oppure nei varî dS, $d\sigma'$.

Valuteremo separatamente i contributi all'assorbimento $B\,dt$ e $C\,dt$ delle due specie di raggi.

Calcolo di B. – Consideriamo la varietà elementare ∞^5 di raggi che hanno origine in $d\sigma$, e escono attraverso $d\sigma'$, riprendendo le notazioni del § 7. Ognuno di questi raggi è, a meno di infinitesimi, confondibile col segmento PP'. L'energia emessa da $d\sigma$, durante il tempuscolo dt, vale

$$G\,d\sigma\,d\Omega\,dt\,;$$

di cui, alla distanza s da P, arriva soltanto una frazione f, dipendente dall'assorbimento lungo il tratto $\overline{PQ} = s$, ed eguale ad 1 per $s = 0$.

In virtù della legge sperimentale dell'assorbimento, l'ulteriore assorbimento nel tratto compreso fra s e $s + ds$ è dato da

$$fG\,d\sigma\,d\Omega\,dt \cdot \alpha\,ds\,,$$

essendo α il coefficiente d'assorbimento in Q nell'istante che si considera. Esplicitando G (come a § 7) e sommando gli assorbimenti dei singoli elementi ds, si ha

$$d\sigma\,d\Omega\,dt\,\cos\widehat{nr}\int_0^r H\left(t - \frac{s}{c}\right) f\alpha\,ds\,,$$

ovvero (sempre come a § 7)

$$(16) \qquad dt\, d\sigma\, d\sigma' \, \frac{\cos \widehat{nr} \cos \widehat{n'r}}{r} \{H\alpha + r\Psi\},$$

in cui $H\alpha$ si riferisce al punto P e all'istante t, e Ψ designa una funzione dotata di limite superiore finito.

In luogo di $H\alpha$, si può scrivere

$$\mathfrak{H}\alpha_M + \zeta,$$

essendo $\mathfrak{H}$ definita dalla (10) e

$$\zeta = (\alpha_P K_P - \alpha_M K_M) - \sum \frac{x' - x}{r} \left\{ \left(\alpha k \frac{\partial K}{\partial x}\right)_P - \left(\alpha k \frac{\partial K}{\partial x}\right)_M \right\}.$$

Ma a ζ (ammesso che il coefficiente d'assorbimento α sia esso pure finito e continuo insieme con le sue derivate prime) è lecito attribuire la forma

$$\overline{PM}\psi,$$

ψ restando finita anche quando S converge a zero attorno ad M.

Posto ancora

$$\frac{r}{l}\Psi + \frac{\overline{PM}}{l}\psi = \Psi^*,$$

(con che — l designando, al solito, la massima corda del campo — anche Ψ^* rimane finita), si ha

$$H\alpha + r\Psi = \mathfrak{H}\alpha_M + l\Psi^*.$$

Fatta la corrispondente sostituzione nella (16), si possono senz'altro sommare i contributi elementari, integrando debitamente rispetto a $d\sigma$ e a $d\sigma'$. Come si è detto a proposito di V, l'integrazione interna rispetto a $d\sigma$ va estesa non a tutto σ, ma a σ^*.

Il risultato è ciò che abbiamo comprensivamente chiamato $B\,dt$. Sopprimendo il dt, si ha la cercata espressione di B:

$$(17) \qquad B = \alpha_M \int_\sigma d\sigma' \int_{\sigma^*} d\sigma \, \frac{\cos \widehat{nr} \cos \widehat{n'r}}{r} \{\mathfrak{H} + l\Psi^*\}.$$

Di qua, tenuto conto dei lemmi del § 8, scende subito, come al § 9,

$$\lim_{S=0} \frac{B}{S} = 4\pi K_M \alpha_M . \tag{17'}$$

Calcolo di C. – Con procedimento analogo a quello usato per B, si ha il contributo elementare, proveniente da una coppia dS, $d\sigma'$, sotto la forma

$$dS\, d\Omega\, dt \int_0^r \varepsilon \left(t - \frac{s}{c}\right) f\alpha\, ds ,$$

essendo manifesto il significato delle notazioni (cfr. § 10).

$C\,dt$ non è che la somma di tutti questi contributi; perciò

$$C = \int_S dS \int_\Omega d\Omega \int_0^r \varepsilon \left(t - \frac{s}{c}\right) f\alpha\, ds .$$

Operando come a § 10, si applica all'integrale interno (rispetto ad s) il teorema della media, ecc. Si constata, così, che, quando S converge a zero attorno ad M,

$$\lim_{S=0} \frac{C}{S} = 0 . \tag{18}$$

Comportamento al limite di $A = B + C$. – Dalle (17′) e (18) si ha immediatamente

$$\lim_{S=0} \frac{A}{S} = 4\pi K_M \alpha_M . \tag{19}$$

14. - Bilancio dell'energia raggiante.

La quantità totale di energia raggiante U, esistente, in un dato istante t, entro S, può esprimersi, mediante la densità u, sotto la forma

$$U = \int_S u\, dS .$$

La sua variazione durante un tempuscolo dt è, conseguentemente,

$$\dot{U}\,dt = dt\int_S \frac{\partial u}{\partial t}\,dS\,. \tag{20}$$

Al limite, per S convergente a zero attorno ad M, dalla (20) si ha

$$\lim_{S=0}\frac{\dot{U}}{S} = \frac{\partial u_M}{\partial t}\,. \tag{20'}$$

Ciò premesso, osserviamo che la natura del fenomeno, a cui va attribuita la variazione di U, consente di calcolare la stessa variazione in un altro modo. E precisamente, dacchè si tratta di irraggiamento puro, sfruttando la circostanza (che variazioni di energia entro S possono prodursi per le seguenti tre cause (e per queste soltanto):

1) per emissione, con che si crea energia raggiante, e si ha (§ 12), in capo al tempuscolo dt, una variazione positiva $E\,dt$;

2) per assorbimento, con che si distrugge energia raggiante, e si ha (§ 13), in capo allo stesso tempuscolo, una variazione negativa $-A\,dt$;

3) per flusso (dall'esterno) attraverso il contorno σ, con che si ha (§ 3) la variazione

$$dt\int_\sigma \mathfrak{F}_n\,d\sigma = -\,dt\int_S \operatorname{div}\boldsymbol{F}\,dS\,,$$

la quale *a priori* può essere positiva o negativa.

La variazione totale ammonta, pertanto, a

$$dt\left\{E - A - \int_S \operatorname{div}\boldsymbol{F}\,dS\right\}.$$

Eguagliando a $\dot{U}\,dt$, si ricava, sotto forma globale, valida per qualsiasi porzione S del mezzo irradiante, la equazione fondamentale dell'irraggiamento puro

$$\dot{U} = E - A - \int_S \operatorname{div}\boldsymbol{F}\,dS\,. \tag{21}$$

15. - Equazione indefinita dell'irraggiamento.

Dalla (21) si passa ovviamente ad una equivalente condizione locale, dividendo per S, e facendo convergere S a zero attorno ad un generico suo punto M.

In base alle (20′), (15) e (19), risulta (sopprimendo l'indice M, ormai superfluo, perchè tutto si riferisce ad uno stesso punto del mezzo)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 4\pi\varepsilon - 4\pi K\alpha - \operatorname{div} \boldsymbol{F}, \tag{22}$$

valida in ogni punto e in ogni istante, qualunque sia il regime.

Se si ritorna al caso particolare della stazionarietà sotto temperatura costante, u è costante ed $\boldsymbol{F}$ nullo, e rimane

$$\varepsilon = K\alpha,$$

cioè la (6). Si ha quindi, in quanto precede, una nuova dimostrazione di questa fondamentale relazione della teoria del calore raggiante in condizione di equilibrio termodinamico.

Torniamo al caso generale e ricordiamo, dal § 1, che è ragionevole ammettere che ε, α, K, sotto qualunque regime, dipendano soltanto dalla temperatura e seguitino, per conseguenza, a verificare la (6).

La (22) si riduce, così, alla forma definitiva

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\operatorname{div} \boldsymbol{F}, \tag{I}$$

già annunciata nella Nota precedente. Converrà ricercarne ed illustrarne taluna conseguenza suscettibile di controllo sperimentale.