VI.

TEORIA ASINTOTICA DELLE RADIAZIONI ELETTRICHE

« Rend. Acc. Lincei », s. 5ª, XVIII$_1$, (1909$_1$), pp. 83-93.

L'immagine di un flusso di elettricità nei fili di un circuito voltaico (per es. telegrafico) è da tempo universalmente accettata. Più recente è la veduta che un analogo flusso possa sussistere anche in assenza del conduttore. Tale veduta è sorta dallo studio di quelle manifestazioni, conosciute sotto il nome di raggi catodici, che furono scoperte da HITTORF (1868) e illustrate da CROOKES colle sue brillanti esperienze.

Si credette dapprima (con SCHUSTER e J. J. THOMSON) di poter assimilare il fenomeno ad un microscopico bombardamento, ravvisando in un generico raggio la traiettoria di particelle *materiali* elettrizzate, incessantemente emesse dal catodo di un tubo di scarica. Ma questa spiegazione non parve esauriente, perchè inconciliabile colla concezione atomistica, così semplice e suggestiva, dei fenomeni elettrolitici.

Si fece allora strada l'ipotesi che si trattasse di un flusso di elettricità pura, scevra cioè da ossature materiali: e questo non soltanto per i raggi catodici, ma anche per altre forme di radiazioni successivamente scoperte, e in particolare per i così detti raggi β del radio.

Il sig. ABRAHAM, assoggettò al calcolo (per il primo, in modo completo) tale spiegazione, ammettendo:

a) le equazioni di MAXWELL-HERTZ e l'equazione elettromeccanica di LORENTZ;

b) il carattere granulare del flusso: vale a dire che il flusso sia costituito da tante cariche isolate, piccole, ma non prive di estensione (elettroni), susseguentisi incessantemente sulla traiettoria sensibile del raggio;

c) la *rigidità* di ciascuna carica: cioè l'ipotesi che i varî elementi (di elettricità), di cui consta un elettrone, si comportino nel moto come se fossero invariabilmente collegati.

Certe conseguenze quantitative della teoria di ABRAHAM, sottoposte da KAUFMANN a controllo sperimentale (1902), risultarono in buon accordo coi fatti osservati.

Furono successivamente proposte altre teorie, in cui, mantenendosi sempre i principî *a*) e *b*), vengono sostituite alla *c*) le ipotesi cinematiche seguenti:

c') ogni elettrone subisce una determinata contrazione nel senso del moto, conservando invariate le sue dimensioni trasversali (LORENTZ);

oppure

c'') la contrazione lorentziana è accompagnata da dilatazione trasversale in modo che il volume rimanga inalterato (BUCHERER e LANGEVIN);

o, più generalmente,

c''') fra la contrazione longitudinale e la dilatazione trasversale passa un legame prestabilito (POINCARÈ).

La ipotesi *c'*) di LORENTZ è l'unica che sia compatibile col principio di relatività (inteso in un senso alquanto più generale dell'ordinario, che è stato ben precisato da LORENTZ-EINSTEIN-MINKOWSKI).

Per decidere fra queste varie teorie, furono intraprese (specialmente da KAUFMANN) delicate esperienze. L'esito non è ben netto. Ma si può domandarsi se veramente si tratti di teorie abbastanza mature per un controllo differenziale. In prima approssimazione sono tutte egualmente accettabili, e infatti si trovano in sufficiente accordo coll'esperienza. Come rappresentazione definitiva, lasciano tutte a desiderare, perchè l'introduzione del legame cinematico sembra affatto gratuita e anche (quanto al suo contenuto intuitivo) affetta da intima contradizione: infatti da un lato si vuol escludere ogni intervento di materia e di forze, che non siano di origine elettromagnetica; mentre dall'altro lato (introducendo un legame cinematico) si viene implicitamente ad ammettere l'esistenza di forze vincolari, non contemplate dall'equazione elettromeccanica di LORENTZ.

In questa condizione di cose mi pare opportuno richiamare l'attenzione degli studiosi sopra una nuova teoria dei fenomeni in questione, la quale *prescinde da ogni postulato di tipo c*) e sfrutta unicamente, accanto alle equazioni fondamentali *a*) e all'intuizione del continuo [surrogato, pressochè indifferente (1) dell'ipotesi atomica *b*)], la circostanza, speri-

(1) Ecco come si può rendersene ragione:

L'esperienza, per quanto affinata, rivela soltanto i valori medî, relativi a un conveniente intervallo di spazio (e di tempo). È certo esagerato il supporre che si possano cogliere questi valori medî di micron in micron (10^{-4} cm).

D'altra parte le teorie elettroniche conducono ad attribuire agli elettroni dimensioni dell'ordine di 10^{-13} cm.

mentalmente ovvia, che ogni raggio sensibile ha dimensioni trasversali piccolissime rispetto alla sua lunghezza.

Ciò permette di assimilare il raggio ad un sottile tubo di flusso T, e di valutare per via asintotica (limitandosi cioè a quei termini, che divengono preponderanti quando la sezione converge a zero) la forza meccanica $\boldsymbol{\Phi}\,ds$, che si esercita sopra una fetta elementare di tubo di spessore ds (compresa fra due sezioni normali vicinissime).

Come $\boldsymbol{\Phi}$ sia legata all'andamento geometrico e cinematico del flusso ho mostrato in una precedente comunicazione. Qui applico il principio fondamentale dell'ordinaria meccanica (forza = massa $\times$ accelerazione), e pongo di conseguenza eguale a zero la forza *totale*, che si esercita sulla fetta, dacchè, per ipotesi, è nulla la sua massa materiale.

Questa forza totale consta: della accennata $\boldsymbol{\Phi}\,ds$, dovuta all'*autocampo*, cioè al flusso delle cariche, che costituisce il raggio; e, in generale, di una forza *esterna* $\boldsymbol{F}\,ds$, dovuta a quell'eventuale campo elettromagnetico (indipendente dalla radiazione che si studia), in cui si supponga immerso il raggio. Ottengo così la equazione vettoriale

$$\text{(I)} \qquad \boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{F} = 0\,,$$

che caratterizza asintoticamente ogni campo elettromagnetico puro, assimilabile ad un flusso di elettricità filiforme e stazionario.

La (I) equivale a tre equazioni differenziali ordinarie nella variabile indipendente s (arco del raggio elettrico). Essa ammette la seguente interpretazione:

La forma del raggio è quella che competerebbe ad un filo materiale, flessibile ed estendibile, il quale scorresse su se stesso colla velocità del flusso, massa, tensione e forza attiva in un generico elemento di filo essendo legate in modo semplice (cfr. n. 5) ai parametri elettrici e cinematici del corrispondente elemento di raggio.

Quanto alla verificazione sperimentale (nell'àmbito dei risultati finora bene accertati) la (I) vi si adatta con agilità anche maggiore delle teorie elettroniche (cfr. n. 6). Si aggiunga che il principio (lorentziano) di relatività è senz'altro rispettato, perchè $\boldsymbol{\Phi}$ ed $\boldsymbol{F}$ sono entrambe forze di pura origine elettromagnetica.

Riassumendo, la teoria asintotica, analiticamente espressa dalla equazione (I), può (fino a prova contraria) gareggiare in attendibilità sperimentale con una qualunque delle teorie elettroniche, e si raccomanda

---

Si tratterebbe quindi in ogni caso di una struttura granulare estremamente minuta rispetto al campo di osservazione.

In queste condizioni, dall'ipotesi atomica alla finzione matematica del continuo, non è a presumere divario sensibile quanto a conseguenze concrete.

in loro confronto per la sua semplicità concettuale, in quanto evita ogni introduzione di legami cinematici.

Questa teoria, in cui nulla più sussiste di arbitrario, va dunque considerata con favore in un decisivo appello all'esperienza.

1. - Premesse e notazioni.

Sia T un tubo di sezione abbastanza piccola (rispetto alla lunghezza) da essere assimilabile, quanto all'andamento generale, ad una semplice linea geometrica C (*direttrice*), che corra tutta nel suo interno.

Rappresentino:

P un punto generico di C; s la lunghezza dell'arco, contato a partire da un'origine arbitraria; c la curvatura di C nel punto P; t la direzione della tangente (nel senso delle s crescenti); n la direzione della normale principale (nel senso della concavità di C); b la direzione della binormale (in tal senso che il triedro t, n, b risulti *sinistrorso*); τ la sezione del tubo praticata con un piano normale a C in P; O e Q due punti qualunque di τ; $d\tau_0$ e $d\tau$ due elementi di sezione ad essi circostanti; Δ la distanza OQ; l una lunghezza *costante*, vincolata alla sola condizione di essere comparabile con quella del tubo [2].

Posto

$$k = \frac{1}{\tau^2}\int_\tau d\tau \int_{\tau_0} d\tau_0 \log \frac{l}{\Delta}\,, \tag{1}$$

sarà k un parametro di configurazione, cioè un puro numero, dipendente esclusivamente dalla forma della sezione τ. Una volta fissato il tubo, ad ogni posizione di P, lungo C, corrisponde un numero k: esso si presenta così come una determinata funzione di s.

Supponiamo che il tubo T sia sede di elettricità in movimento stazionario; più precisamente sia quel che si suol dire un tubo di flusso.

Diciamo I la corrente totale attraverso τ (quantità di elettricità nell'unità di tempo), nel senso delle s crescenti. Data la stazionarietà del fenomeno, questa I deve risultare indipendente dalla sezione, ed è quindi una costante, caratteristica del tubo di flusso (positiva o negativa secondochè passa, prevalentemente, nel senso fissato, elettricità positiva od elettricità negativa).

---

(2) Se la direttrice è un arco di cerchio, la migliore approssimazione numerica delle espressioni asintotiche si ha prendendo, per l, otto volte il raggio. Cfr. la Nota (seconda) *Sull'attrazione newtoniana di un tubo sottile*, in questi « Rendiconti », serie 5ª, vol. XVII, 1908, p. 550 [in questo vol., pp. 67-68]. In generale, è presumibile che convenga adottare come valore di l otto volte il raggio medio di curvatura.

Riterremo I misurato in unità elettromagnetiche, pur riferendoci, per gli altri elementi del campo elettromagnetico che avremo occasione di considerare, al sistema elettrostatico.

Sia ancora $\boldsymbol{B}$ un vettore coll'origine in P, diretto secondo la tangente a C (nel senso del flusso, cioè nel senso delle s crescenti) e avente per lunghezza il rapporto β fra la velocità (media) v del flusso attraverso τ e la velocità $1/A$ della luce. Questo vettore $\boldsymbol{B}$ sarà, in generale, funzione di s.

Se si osserva che la misura I_0 del flusso in unità elettrostatiche è legata ad I dalla formula

$$I = AI_0 \, ,$$

e che d'altra parte è, per definizione,

$$\beta = Av \, ,$$

si vede che il rapporto

$$\frac{I}{\beta} = \frac{I_0}{v} = \nu \, , \tag{2}$$

rappresenta (in unità elettrostatiche) la densità (lineare) dell'elettricità.

Basta all'uopo fare il solito ragionamento elementare, trattando il flusso come uniforme attraverso l'intera sezione τ. Si può allora dire, considerando una sezione vicinissima, distante ds, che, per arrivarvi, a partire dalla τ, le cariche impiegano il tempuscolo ds/v. D'altra parte $I_0(ds/v)$ misura (in unità elettrostatiche) la quantità di elettricità, che passa attraverso τ, durante quel tempuscolo; alla fine del tempuscolo essa viene a trovarsi compresa in una detta elementare dT del tubo di flusso, di spessore ds, e ne costituisce la carica totale (dato che si considera esclusivamente un fenomeno di flusso e si prescinde quindi da distribuzioni statiche).

Essendo, per la (2), $I_0(ds/v) = \nu \, ds$, ν si presenta precisamente come il rapporto fra la carica della fetta dT e il relativo spessore ds.

2. - Forza meccanica dell'autocampo.

Il flusso considerato genera un campo elettromagnetico (anch'esso stazionario). Questo campo esercita delle azioni meccaniche sulle cariche, che si muovono nel tubo. Fissiamo in particolare le cariche che, in un istante generico, sono situate nella fetta elementare dT, e indichiamo con $\boldsymbol{\Phi} \, ds$ la risultante delle forze da queste subìte.

Al calcolo di $\mathbf{\Phi}$ è dedicata una Nota recente [3]; ne è ivi assegnata una espressione asintotica, cioè una espressione, che è tanto più approssimata quanto più è sottile il tubo.

Le componenti di $\mathbf{\Phi}$ secondo t, n, b risultano asintoticamente definite nel modo seguente:

$$\left\{\begin{aligned} \Phi_t &= -I^2 \frac{d}{ds}\left(\frac{k}{\beta^2}\right), \\ \Phi_n &= -I^2 \frac{k}{\beta^2}\, c(1-\beta^2), \\ \Phi_b &= 0 . \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Introducendo i due vettori unitarî $\boldsymbol{t}_1$ ed $\boldsymbol{n}_1$, diretti rispettivamente secondo t e secondo n, e ricordando la identità

$$\frac{d\boldsymbol{t}_1}{ds} = c\boldsymbol{n}_1 ,$$

si vede subito che le (3) possono compendiarsi in

$$\mathbf{\Phi} = -I^2 \frac{d(k/\beta^2)}{ds} \cdot \boldsymbol{t}_1 - I^2 \frac{k}{\beta^2}(1-\beta^2)\frac{d\boldsymbol{t}_1}{ds} . \tag{5}$$

3. - Forza meccanica di origine esterna.

Supponiamo, per maggior generalità, che, al campo elettromagnetico creato dal tubo di flusso, si sovrapponga un campo elettromagnetico esterno. Supponiamo anzi, in modo più preciso, che il tubo T si trovi immerso in un campo D, di origine esterna, non influenzabile, o almeno non sensibilmente influenzato, dal flusso che si studia.

Designeremo ordinatamente con $\boldsymbol{e}$ e $\boldsymbol{h}$ la forza elettrica e la forza magnetica di questo campo esterno D.

Data la sottigliezza del tubo T, nei casi che più interessano per le applicazioni, il campo D potrà comodamente trattarsi come uniforme entro una generica sezione τ (colle determinazioni di $\boldsymbol{e}$ e di $\boldsymbol{h}$, che spettano al punto P della direttrice).

Suppongasi inoltre [come sostanzialmente è stato fatto nella prece-

[3] *Sulle azioni meccaniche dovute ad un flusso filiforme di elettricità*, in questo volume dei « Rendiconti », p. 41 [in questo vol. delle « Opere »: V, pp. 69-79].

dente deduzione delle espressioni asintotiche, nonchè al n. 1 della presente nei riguardi della relazione (2)] che anche i caratteri cinematici del flusso sieno sensibilmente uniformi entro una sezione τ: o, sotto altra forma, che i termini dell'ordine delle dimensioni della sezione riescano trascurabili rispetto ad elementi, che (come il campo esterno e i caratteri globali del flusso) non dipendono dalle dimensioni trasversali.

Si può allora identificare la densità in un punto generico Q di una sezione τ al suo valore medio $\nu\, ds/\tau\, ds = \nu/\tau$, la velocità al vettore $\boldsymbol{v} = (1/A)\boldsymbol{B}$, diretto secondo la tangente alla direttrice e avente per lunghezza la velocità media v.

Ne viene, a norma della legge di Lorentz, che la forza provocata dal campo esterno nell'intorno di Q (per unità di volume) può ritenersi definita — il triedro di riferimento essendo *sinistrorso* — dal vettore

$$\frac{\nu}{\tau}\{\boldsymbol{e} + \boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{B}\} \text{ [1]} . \tag{4}$$

Se si designa con $\boldsymbol{F} ds$ la risultante delle forze meccaniche, di origine elettromagnetica esterna, agenti sulla solita fetta dT, sarà evidentemente $\boldsymbol{F} ds/\tau\, ds$ la forza riportata all'unità di volume, e si avrà quindi, ricordando anche la (2),

$$\boldsymbol{F} = \nu\{\boldsymbol{e} + \boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{B}\} = \frac{I}{\beta}\{\boldsymbol{e} + \boldsymbol{h} \wedge \boldsymbol{B}\} . \tag{6}$$

Come si vede, nella espressione di $\boldsymbol{F}$, intervengono, non soltanto le forze elettromagnetiche esterne $\boldsymbol{e}$ ed $\boldsymbol{h}$, ma anche la velocità del flusso e l'andamento della direttrice del tubo (pel tramite del vettore $\boldsymbol{B}$).

Proiettando nelle direzioni t, n, b, ove si osservi che le componenti di $\boldsymbol{B}$ sono β, 0, 0, si ha dalla relazione vettoriale (6):

$$\left\{\begin{aligned} F_t &= \nu e_t = \frac{I}{\beta} e_t , \\ F_n &= \nu(e_n + h_b \cdot \beta) = \frac{I}{\beta} e_n + I h_b , \\ F_b &= \nu(e_b - h_n \cdot \beta) = \frac{I}{\beta} e_b - I h_n . \end{aligned}\right. \tag{7}$$

---

[1] Il simbolo $\wedge$ (proposto dai signori Marcolongo e Burali-Forti) sta a designare il prodotto vettoriale.

4. - Caso di un campo puro.

Equazioni differenziali ordinarie, che lo caratterizzano asintoticamente.

Il campo elettromagnetico nei punti del tubo T è a dirsi *puro*, le quante volte:

1) il tubo stesso non sia sede di masse materiali;

2) si escluda qualsiasi legame cinematico (di cui del resto non si scorge alcuna ragionevole giustificazione) fra le cariche elettriche, che scorrono entro T.

In base a tali ipotesi, sono concepibili, entro un campo puro, soltanto forze meccaniche di origine elettromagnetica. E, siccome non vi sono masse materiali, la risultante di queste forze dovrà annullarsi in ogni punto, se si ammette che seguiti a sussistere il principio fondamentale della meccanica dei mezzi ponderabili (forza = massa × accelerazione). Sarà nulla per conseguenza anche la risultante di *tutte* le forze agenti sopra una generica fetta dT, risultante che, per quanto precede, è espressa da $(\boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{F})\, ds$.

Sussiste dunque, per ogni sezione del nostro tubo, o, ciò che è lo stesso, per ogni valore di s, la equazione vettoriale

$$\boldsymbol{\Phi} + \boldsymbol{F} = 0\,, \tag{I}$$

che, in virtù della (5), può essere scritta sotto la forma equivalente:

$$-I^2 \frac{d(k/\beta^2)}{ds} \cdot \boldsymbol{t}_1 - I^2 \frac{k}{\beta^2}(1-\beta^2)\frac{d\boldsymbol{t}_1}{ds} + \boldsymbol{F} = 0\,. \tag{8}$$

Essa caratterizza asintoticamente il fenomeno, legando il campo esterno (riassunto nel vettore $\boldsymbol{F}$) all'andamento geometrico e cinematico del tubo di flusso T.

Esplicitando la (I), a norma delle (3), si hanno le tre equazioni differenziali (intrinseche)

$$\begin{cases} -I^2 \dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{k}{\beta^2}\right) + F_t = 0\,, \\ -I^2 \dfrac{k}{\beta^2}\, c(1-\beta^2) + F_n = 0\,, \\ F_b = 0\,. \end{cases} \tag{9}$$

Proiettando invece la (8) sopra tre assi ortogonali generici x, y, z, e badando che $\boldsymbol{t}_1$ ha per componenti dx/ds, dy/ds, dz/ds, si trae

$$
(10) \qquad \begin{cases}
-I^2 \dfrac{d(k/\beta^2)}{ds} \dfrac{dx}{ds} - I^2 \dfrac{k}{\beta^2}(1-\beta^2)\dfrac{d^2x}{ds^2} + F_x = 0\,, \\
-I^2 \dfrac{d(k/\beta^2)}{ds} \dfrac{dy}{ds} - I^2 \dfrac{k}{\beta^2}(1-\beta^2)\dfrac{d^2y}{ds^2} + F_y = 0\,, \\
-I^2 \dfrac{d(k/\beta^2)}{ds} \dfrac{dz}{ds} - I^2 \dfrac{k}{\beta^2}(1-\beta^2)\dfrac{d^2z}{ds^2} + F_z = 0\,.
\end{cases}
$$

In queste equazioni si presenta naturalmente come variabile indipendente l'arco s della direttrice C del tubo; intervengono poi (come elementi cogniti od incogniti, a norma delle circostanze) la configurazione geometrica di detta curva, cioè le funzioni $x(s)$, $y(s)$, $z(s)$; la costante I (flusso totale in unità elettromagnetiche); le due funzioni numeriche (cioè di dimensioni nulle) $k(s)$, $\beta(s)$; nonchè il campo esterno pel tramite delle F_x, F_y, F_z.

5. - Modello meccanico.

Le dimensioni di I (corrente nel sistema elettromagnetico) sono $m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}$.

I^2 è dunque omogeneo ad una forza meccanica.

Ricordiamo che k e β sono numeri puri, e poniamo

$$
(11) \qquad I^2 \frac{k}{\beta^2} = T' e^{-\frac{1}{2}\beta^2}, \qquad \boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F}' e^{-\frac{1}{2}\beta^2}\,,
$$

con che T' ha le dimensioni di una forza e $\boldsymbol{F}'$, al pari di $\boldsymbol{F}$, quelle di una forza per unità di lunghezza.

Sostituendo nella (8) e moltiplicando per $-e^{\frac{1}{2}\beta^2}$, si ottiene

$$
(8') \qquad \left\{\frac{dT'}{ds} - T'\beta\frac{d\beta}{ds}\right\}\boldsymbol{t}_1 + T'(1-\beta^2)\frac{d\boldsymbol{t}_1}{ds} + \boldsymbol{F}' = 0\,.
$$

D'altra parte, notando che, per definizione, $\beta = Av$ e $v\boldsymbol{t}_1 = \boldsymbol{v}$, si vede che è identicamente

$$
T'\beta\frac{d\beta}{ds}\boldsymbol{t}_1 + T'\beta^2\frac{d\boldsymbol{t}_1}{ds} = A^2 T' v \frac{d\boldsymbol{v}}{ds}\,.
$$

Con ciò, ove si ponga

$$\nu' = A^2 T' = A^2 I^2 \frac{k}{\beta^2} e^{\frac{1}{2}\beta^2}, \tag{12}$$

si può presentare la (8′), ossia in sostanza la (8), sotto la forma

$$\nu' \frac{d\boldsymbol{v}}{ds} \cdot v = \frac{d(T' \boldsymbol{t}_1)}{ds} + \boldsymbol{F}'. \tag{8''}$$

Questa equazione vettoriale è ovviamente interpretabile nella dinamica ordinaria come equazione del moto stazionario di un filo flessibile ed eventualmente estendibile, il quale scorra su se stesso per azione delle forze $\boldsymbol{F}'$.

La configurazione geometrica di un tale filo ipotetico coincide con quella del tubo (o, più precisamente, della direttrice C); la velocità di scorrimento $\boldsymbol{v}$ coincide colla velocità (media) del flusso; la tensione è rappresentata da T'; e la densità del filo, in un punto generico, da $\nu' = A^2 T'$: essa è dunque proporzionale alla tensione. Comunque, la massa di un elemento ds di filo vale $\nu' ds$. Pensando alla corrispondente fetta dT del tubo di flusso ed imitando (in modo evidente, per quanto meno espressivo) ciò che si fa nelle teorie elettroniche, si può dire che

$$\nu' ds = A^2 I^2 \frac{k}{\beta^2} e^{\frac{1}{2}\beta^2} ds,$$

costituisce la *massa elettromagnetica* della fetta.

Importa rilevare che, mentre nel fenomeno elettrico le due funzioni k e β di s sono a priori indipendenti, nel modello meccanico la equazione di continuità implicherebbe

$$\nu' v = \text{costante},$$

ossia, in base alla (12),

$$\frac{k}{\beta} e^{\frac{1}{2}\beta^2} = \text{costante}. \tag{13}$$

L'analogia è ancora troppo formale per giustificare l'ipotesi che questa condizione sia verificata anche nel fenomeno elettrico.

6. - Applicazione ai raggi catodici ed affini.

I raggi catodici e i raggi β del radio, secondo le vedute più generalmente accolte, sono dovuti a flusso di elettricità senza intervento di materia. L'aspetto del flusso in tali raggi è filiforme. Valgono pertanto le considerazioni fin qui svolte.

Le conseguenze sono effettivamente in accordo coi risultati sperimentali.

Illustrerò, a titolo di esempio, due fatti qualitativi ben noti:

1) In assenza di campo esterno, i raggi sono rettilinei.

2) Se si fa agire un campo magnetico uniforme, normalmente alla primitiva direzione dei raggi, questi si incurvano secondo traiettorie circolari normali al campo magnetico; di più, considerando un raggio come spiccato dal catodo (o dalla sostanza radioattiva), il senso di percorrenza appare *destrorso* (cioè opposto a quello delle sfere dell'orologio) rispetto alla direzione del campo magnetico.

La verificazione del primo enunciato è immediata. Dalla seconda delle (9) si ha infatti, per $\boldsymbol{F} = 0$,

$$c(1 - \beta^2) = 0 ,$$

donde $c = 0$, trattandosi di radiazioni, in cui (come preliminari esperienze hanno da tempo provato) la velocità è sempre inferiore a quella della luce, cioè $\beta < 1$.

Poniamoci ora nelle condizioni del secondo enunciato.

A regime stabilito, il pezzo di raggio, immerso nel campo magnetico, sarà assimilabile ad un arco di cerchio.

c è allora costante e $\boldsymbol{b}$ una direzione fissa, normale al piano del cerchio.

Va poi ritenuto $\boldsymbol{e} = 0$, e $\boldsymbol{h}$ diretta normalmente al detto piano

$$(h_t = h_n = 0) .$$

Scegliendo come direzione $\boldsymbol{t}$ quella del raggio (siccome nelle nostre formule il triedro t, n, b è sinistrorso), dovremo assumere h_b negativo, cioè eguale a $-h$, essendo h l'intensità costante del campo magnetico. Con ciò le (7) dànno

$$F_t = 0 , \quad F_n = -Ih , \quad F_b = 0 ,$$

e le (9) si riducono di conseguenza a

$$\frac{k}{\beta^2} = \text{cost.}, \quad I^2 \frac{k}{\beta^2} c(1 - \beta^2) + Ih = 0 . \tag{14}$$

Esse dicono, eliminando k, che la velocità del flusso è costante (lungo l'arco di cerchio); la seconda mostra poi (avendosi, come sopra, $\beta < 1$) che la costante I deve essere essenzialmente negativa. Ciò rispecchia la circostanza, sperimentalmente dimostrata dal sig. PERRIN, che l'elettrizzazione dei raggi è negativa. Analogamente si rende conto della deviazione elettrica; ecc.

Io confido che la teoria asintotica possa trovare il suo « experimentum crucis ».