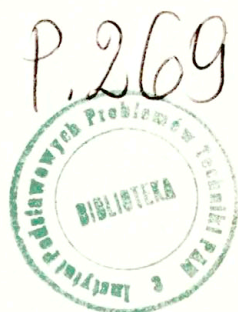

Krzysztof Zuchowski

REZYSTYWNOSĆ WARSTWY PODWÓJNEJ
I JEJ ROLA W PLAZMIE KOSMICZNEJ

12/1987



WARSZAWA 1987

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 4 grudnia 1986 r.



56773



Na prawach rękopisu

Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN

Nakład 140 egz. Ark.wyd. 0,8 Ark.druk. 1,25

Oddano do drukarni marcu 1987 r.

Nr zamówienia 157/87.

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,
ul. Śniadeckich 8

Zuchowski Krzysztof
Zakład Mechaniki Cieczy i Gazów

REZYSTYWNOŚĆ WARSTWY PODWÓJNEJ I JEJ ROLA W PLAZMIE KOSMICZNEJ

Streszczenie

W pierwszej części pracy przedstawiono zagadnienie związane z rezystywnością samej warstwy podwójnej i rezystywnością anomalaną plazmy przed ukonstytuowaniem się warstwy podwójnej. Ujęcie warstwy podwójnej jako elementu obwodu elektrycznego pozwoliło na jednolite podejście do rezystywności warstwy podwójnej w plazmie laboratoryjnej i kosmicznej. Ponieważ elementy obwodu elektrycznego, w który wchodzi warstwa podwójna plazmy przestrzeni kosmicznej, są na ogół w odległych od siebie miejscach uciążliwie się tu trudności uzyskania danych eksperymentalnych i właściwe określenie rezystywności warstwy podwójnej. Nawet ograniczenie się tylko do warstw monotonicznych nie pozwala na przybliżone określenie rezystywności, gdyż rezystywność może być różna w zależności od warunków powstawania warstwy. Zdarzają się nawet warstwy bezprądowe. Zastosowanie modelu "wodnego mieszka" dla przedstawienia funkcji rozkładu prędkości cząstek warstwy podwójnej pozwoliło na obliczenie prądu cząstek dryfujących w plazmie. Wyrażenie to, gdy prędkość dryfu elektronów i jonów jest zawarta pomiędzy prędkością termiczną jonów a prędkością termiczną elektronów przybiera typowe wartości. Model funkcji rozkładu typu wodnego mieszka jest szczególnie użyteczny do badania warstw podwójnych umiejscowionych na łukach zorzowych. Zastosowanie koncepcji rezystywności dynamicznej do tego modelu pozwoliło uprzednio na wytłumaczenie obserwowanego migotania łuków zorzy.

W tym opracowaniu pojęcie rezystywności dynamicznej wykorzystano do przedstawienia rozważań dotyczących stabilności warstwy podwójnej. Rezystywność dynamiczna określa odpowiedź warstwy podwójnej na fluktuacje prądu.

wstęp

Zagadnienie rezystywności elektrycznej wiąże się z elektrostatyczną warstwą podwójną w dwojaki sposób. Po pierwsze samo powstanie warstwy podwójnej jest według powszechnie przyjętych koncepcji poprzedzone rozwojem niestabilności [1], [2], [3] w plazmie. Najczęściej są to niestabilności: burymanowska lub jonowo-akustyczna, których rozwój jest według teorii turbulencji /w przypadku niestabilności jonowo-akustycznej teorii słabej turbulencji/ zahamowany przez zjawisko anomalnej rezystywności związane z rozpraszaniem elektronów na intensywnie narastających fluktuacjach. Następuje także grzanie się jonów wskutek oddziaływania na nie niestabilności [3]. Te rozpraszania zmieniając rozkłady prędkości elektronów i jonów zmniejszają inkrement narastania fluktuacji powodując ich nasycenie. Jednym z możliwych przypadków zakończenia tego procesu jest powstanie stacjonarnej warstwy podwójnej, która charakteryzuje się silną zmianą potencjału elektrycznego a w konsekwencji pola elektrycznego i gęstości ładunku elektrycznego. Ogólnie zagadnienie warstwy podwójnej zostało przedstawione w [4], [5], gdzie podano bibliografię wcześniejszych prac. Warstwa podwójna ma w zasadzie charakter laminarny i jej rezystywność ma znacznie mniejszą wartość od rezystywności anomalnej. Ten drugi przypadek powiązania pojęcia rezystywności z warstwą podwójną to właśnie rezystywność samej warstwy podwójnej.

Termin rezystywność ma w tej pracy charakter bardziej ogólny niż w liniowej elektrodynamice. Przede wszystkim chodzi tu o zaznaczenie własności dysypatywnych badanej struktury a więc podanie zależności gęstości natężenia prądu elektrycznego od parametrów charakteryzujących daną strukturę i od pola elektrycznego:

$j = j(E)$ lub $j = j(\varphi)$, gdzie $E = -\frac{d\varphi}{dx}$, φ - potencjał pola elektrycznego.

Ogólnie biorąc przy rozwoju niestabilności aż do ewentualnego powstania warstwy podwójnej mamy zmianę zależności $j = j(E)$. W przypadku nasycania się jonowo-akustycznej niestabilności na skutek występowania turbulencji obserwuje się zmianę powyższej charakterystyki: przy umiarkowanych polach elektrycznych obserwuje się zależność $j \approx 2,15 e n_0 c_s$, gdzie n_0 - koncentracja elektronów, c_s - prędkość dźwięku jonowego /obszar kwaziliniowy/, $j \sim E^{1/2}$ - w nieliniowym obszarze [3].

Warstwy podwójne i problem rezystywności różnych obszarów plazmy kosmicznej ma ogromne znaczenie w wyjaśnieniu elektrodynamicznego sprzężenia magnetosfery i jonosfery. Głównym zagadnieniem jest tu sprawa wypływania prądów z jonosfery i wpływanie do niej. Obecność warstw podwójnych zabezpiecza odpowiednią prędkość przyspieszanych przez nie elektronów. Zjawisko to obserwuje się w obszarach zorzy polarnej [6]. Jak wiadomo przebieg zjawisk w obwodzie elektrycznym zależy od wszystkich elementów obwodu i stosunku pomiędzy nimi. Tak więc na prądy jonosferyczne mają wpływ zjawiska mające miejsce w odległych obszarach w magnetosferze a więc występujące tam warstwy podwójne zwierciadła magnetyczne i niestabilności. Wszystkie te zjawiska charakteryzują się pewną zależnością $j = j(E)$ i razem wpływają na prądy jonosferyczne. W tym przypadku podobnie jak w innych zagadnieniach kosmicznych często trzeba posługiwać się szacunkowymi zależnościami nie mając możliwości bezpośredniego pomiaru.

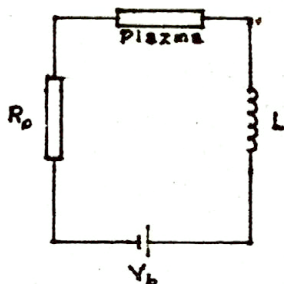
Jeżeli chodzi o same warstwy podwójne, nawet jeżeli ograniczymy się do stacjonarnych warstw o monotonicznej zmianie potencjału elektrycznego, nie ma jednej zależności $j = j(E)$. Dużo zależy od warunków w jakich powstała warstwa. Dokładniejsze oceny możliwe są przy badaniu warstw podwójnych w warunkach laboratoryjnych, gdzie możliwa jest znajomość elementów prawie całego obwodu elektrycznego w skład którego wchodzi warstwa. Elementy nieznanne dotyczące warstw podwójnych można

ocenić na podstawie symulacji numerycznej, którą można porównać z danymi eksperymentalnymi i ocenami teoretycznymi [7].

Oprócz stacjonarnych warstw podwójnych, gdzie przebiegi zachodzą w sposób laminarny, obserwuje się jeszcze wybuchające warstwy podwójne. Dla tych warstw parametry elektryczne obwodów w skład których one wchodzić przekraczają wartości krytyczne [6]. Inną klasę warstw podwójnych stanowią niestacjonarne warstwy z fluktuacjami. W tych warstwach fluktuacje osiągają wyższy poziom niż w warstwach laminarnych, w których w pewnym stopniu także występują. Istnieje koncepcja, że obserwowane migotania /rozbłyski/ w okolicy łuków zorzowych są związane z istnieniem warstw podwójnych [8]. W tych warstwach podwójnych oprócz regularnych stałych przebiegów obserwuje się oscylujące fluktuacje, których obecność ma tłumaczyć obserwowane migotanie. Dla objaśnienia efektów w tych warstwach użyteczne jest pojęcie rezystywności dynamicznej zdefiniowanej dla warstw podwójnych w [9], która ma charakter lokalny. Wspomniane oscylacje występują, gdy rezystywność dynamiczna ma wartość ujemną. Warstwy podwójne występujące w obszarach zorzy objaśniane są często przy pomocy modelu "wodnego mieszka" /water bag/ dla funkcji rozkładu elektronów i jonów względem prędkości.

Jednolite ujęcie warstw podwójnych

Badanie warstw podwójnych w rurkach do wyładowań w gazach zjonizowanych nasuwa poglądowe sprowadzenie tego zjawiska do badania własności prostego zastępczego obwodu elektrycznego [6]. Został on przedstawiony do Rys.1.



Rys.1. Obwód z rurką plazmową.

Rozpatrujemy plazmę w rurce do wyładowań, w której płynie prąd I wywołany obecnością zewnętrznej siły elektromotorycznej V_b . Obwód zawiera poza tym rezystywność R_0 i indukcyjność L traktowane względem plazmy jako zewnętrzne. Całkowita rezystywność plazmy w rurce została określona jako R .

Wtedy równanie obwodu można przedstawić w postaci:

$$/1/ \quad L dI/dt = V_b - V_0 - (R + R_0)(I - I_0),$$

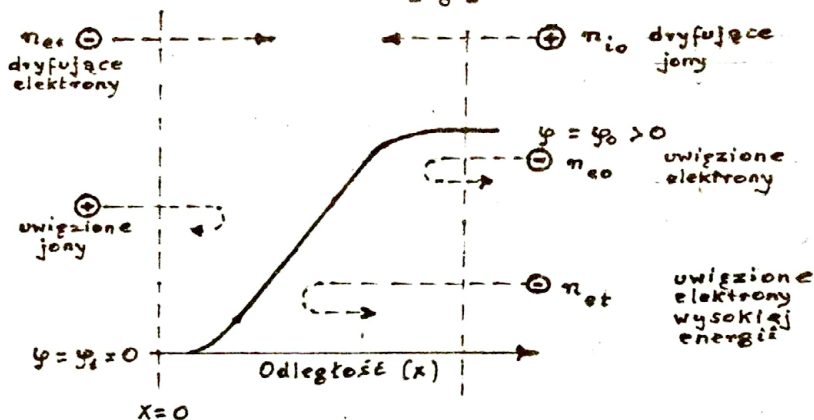
gdzie I_0 stała wartość prądu, zaś V_0 napięcie występujące na elektrodach rurki, gdy $I = I_0$. Przyjmujemy tu, że rezystywność plazmy R nie ulega zmianie w czasie. Przy $R + R_0 = 0$ plazma będzie znajdować się w równowadze i $V_0 = V_b$. Jeżeli $R + R_0 > 0$ prąd będzie zmniejszał się do tej pory póki nie nastąpi równowaga. Jeżeli zaś $R + R_0 < 0$ /co często bywa, ponieważ wielkość R może być ujemna/, równowaga jest niemożliwa. Przy tym w plazmie powstaną drgania o częstości ω_0 lub prąd w niej spadnie do zera z określoną stałą czasową. Przy zmniejszaniu R_0 stabilne wyładowanie w plazmie może stać się niestabilne. Tak więc zachowanie plazmy zależy od parametrów zewnętrznych obwodu. Ta okoliczność utrudnia badanie warstw podwójnych w przestrzeni, na co zwróciliśmy uwagę we wstępie.

Rezystywność R występująca we wzorze /1/ i na Rys.1 reprezentuje całą plazmę a nie tylko warstwę podwójną, która zajmuje stosunkowo niewielki obszar w pobliżu katody.

W [7], aby przygotować dane do symulacji numerycznej badanego zjawiska warstwy podwójnej w Q maszynie, wydzielono obszar plazmy, gdzie nie występuje warstwa podwójna i obliczono dla niego rezystywność plazmy, biorąc jako podstawę klasyczny wzór Spitzera [10], w którym przedstawiono wyjściowe dane plazmy przed wyładowaniem.

Ilustracją do naszych rozważań elektrycznych warstw podwójnych jest monotoniczna jednowymiarowa warstwa podwójna, która jest modelem warstwy występującej zarówno w rurce do wyładowań jak i w przestrzeni kosmicznej.

Na Rys.2 mamy przedstawioną monotoniczną warstwę podwójną. Możemy tu zwrócić uwagę na różnice występujące pomiędzy mono-



Rys.2. Monotoniczna warstwa podwójna.

tonicznymi warstwami spotykanymi w rurze do wyładowań i w przestrzeni kosmicznej. W przypadku rury do wyładowań mamy ustaloną odległość pomiędzy elektrodami d , zaś w przypadku przestrzeni kosmicznej mamy jedynie odległość na której potencjał elektryczny φ zmienia się od 0 do φ_0 . Także zakłada się tu pole elektryczne równe zero na obu granicach $|d\varphi/dx \rightarrow 0$, gdy $\varphi \rightarrow 0$, $\varphi \rightarrow \varphi_0$. Ponadto w przestrzeni kosmicznej mamy iniekcje cząstek z obu stron warstwy, zaś w rurze do wyładowań w zasadzie tylko występuje emisja elektronów z katody. Oczywiście występują także różnice w charakterystycznych rozmiarach. Warstwę taką rozważyliśmy [5] z punktu widzenia przybliżonego modelu hydrodynamicznego, który nie mógł uwzględnić konsekwentnie cząstek uwięzionych. Obecność cząstek uwięzionych powoduje znikanie pola elektrycznego poza warstwą oraz występowanie ujemnej gęstości ładunku w pobliżu katody /niższy potencjał/ zaś dodatniej w pobliżu anody. Na tej podstawie oceniono, że minimalna wartość gęstości prądu w warstwie powinna przekraczać wartość Bohma:

$$j_B = e n_e (2 T_e / m_e)^{1/2},$$

gdzie n_e , T_e i m_e oznaczają odpowiednio koncentracje elektronów, temperaturę elektronów i masę elektronów.

Model hydrodynamiczny wraz z dołączonym równaniem Poissona

podaje także warunek Langmuira jaki spełniają gęstość natężenia prądu elektronowego i jonowego:

$$/3/ \quad j_i / j_e = (m_e / m_i)^{1/2},$$

gdzie j_i , j_e oznacza odpowiednio gęstość prądu jonowego i elektronowego, zaś m_i masę jonów.

Warunek Longmuira, to warunek stabilności warstwy, który jest słuszny w przybliżeniu tylko dla silnych warstw: $e\varphi_0 / T_e \gg 1$.

W tym samym przybliżeniu można podać zależność pomiędzy skokiem potencjału φ_0 , grubością warstwy d i gęstością prądu w warstwie $j_i + j_e$

$$/4/ \quad \varphi_0 = C_1 \left\{ \frac{16 \pi^2 m_e (j_i + j_e) d^4}{e [1 + (m_e / m_i)^{1/2}]} \right\}^{1/3},$$

gdzie $C_1 \approx 0,90$.

Podane wzory są w sprzeczności ze stwierdzeniem, że istnieją monotoniczne warstwy podwójne dla których gęstość prądu jest równa zero. Jednak obecność takich warstw wynika z danych eksperymentalnych [7], ponadto w [11] na podstawie równania Własowa skonstruowano /teoretycznie/ warstwę podwójną bezprądową.

Tak więc istnieją warstwy podwójne o różnej rezystywności w zależności od swoich warunków powstania i warunków brzegowych.

Rozważając zjawiska w rurce z gazem zjonizowanym można stwierdzić istnienie dwu charakterystycznych czasów: τ_i oraz τ_e . Czas τ_e mierzy przebieg elektronów przez obszar w którym jest znaczne pole elektryczne, zaś τ_i ten sam efekt dla jonów. W [12] obserwując zjawiska w rurce do wyładowań stwierdzono okresową w czasie zmianę zależności potencjału od odległości /Rys.2 podaje wykres takiej zależności dla warstwy stacjonarnej/. Można było tu zaobserwować, że na regularne zmiany zależności potencjału od odległości, których okres ma związek z τ_i , nakładają się oscylacje mniej regularne, które

wydają się zależeć od T_e . Wnioski takie można poprzeć numeryczną symulacją tego zjawiska [13]. Podobne fluktuacje zaobserwowane na łukach zorzowych w magnetosferze pośrednio poprzez obserwowane zjawiska migotania [14] doprowadziły do stwierdzenia, że w tym obszarze istnieją warstwy podwójne, których oscylacje związane są z fluktuacjami gęstości na tle jednorodnej plazmy [8].

Jak wspomnieliśmy, oscylacje przebiegu potencjału w rurce do wyładowań lub w wycinku łuku zorzy mają tendencję powrotu do stanu samouzgodnionego, który najbardziej ze wszystkich stanów pośrednich przypomina wykres na rys.2. Taka możliwość istnieje tylko wtedy, zgodnie z rozważaniami dotyczącymi wzoru /1/, gdy plazma w obszarze warstwy podwójnej łuku lub zorzy posiada lokalnie ujemną rezystywność dynamiczną: $R_d \equiv \delta \varphi_e / \delta i < 0$ [9]. Wtedy pojawia się dodatnie sprzężenie zwrotne powodujące przegrupowanie się cząstek i następnie powrót do stanu samouzgodnionego. Oczywiście oscylacje istnieją, zgodnie z Rys.1, gdy $R_o + R_d < 0$, gdzie $R = R_d$.

Dobrym modelem rozkładu prędkości cząstek opisujących warstwy podwójne są rozkłady typu "wodnego mieszka".

Model warstwy podwójnej w łuku zorzowym

Przedstawiony tu model warstwy podwójnej oparty jest na rozkładach prędkości cząsteczek typu "wodnego mieszka" [15]. Następnie model ten wykorzystamy do obliczenia prądu w warstwie podwójnej.

Elektronowe i jonowe rozkłady prędkości są tak skonstruowane, że spełniają statyczne równanie Własowa. Rozkłady te stosunkowo dobrze przedstawiają populacje cząstek znajdujących się na łukach zorzowych. Sytuacja ta przedstawiona jest schematycznie na Rys.2. Indeksy 1 i 0 odnoszą się do obszarów przestrzeni, gdzie potencjał elektryczny przybiera wartości 0 i φ_o :

/5a/
$$\varphi_1 = \varphi(x \leq 0) = 0$$

$$/5b/ \quad \varphi_0 = \varphi(x \rightarrow \infty) > 0.$$

Inowację w tym modelu jest to, że zawiera on 5 typów różnych populacji cząstek: /1/ dryfujące elektrony n_{e1} , /2/ uwięzione jony n_{i1} , /3/ uwięzione elektrony o wyższej energii n_{et} , /4/ dryfujące jonosferyczne jony n_{i0} , /5/ uwięzione jonosferyczne elektrony o niższej energii n_{eo} .

Dla tych populacji cząstek przyjęto odpowiednie rozkłady prędkości:

1. Dla dryfujących elektronów n_{e1} przyjęto rozkład prędkości typu wodnego mieszka:

$$/6a/ \quad f_{e1} = \text{const} \quad v_L \leq v \leq v_U$$

$$/6b/ \quad f_{e1} = 0 \quad \text{w pozostałych przypadkach,}$$

gdzie:

$$/7/ \quad v_U = [(v_{e1} + a_{e1})^2 + [2e\varphi / m_e]]^{1/2}$$

$$/8/ \quad v_L = [(v_{e1} - a_{e1})^2 + [2e\varphi / m_e]]^{1/2} \quad v_{e1} > a_{e1}$$

$$/9/ \quad v_L = [2e\varphi / m_e]^{1/2} \quad v_{e1} \leq a_{e1}$$

gdzie $a_{e1} = (2T_{e1} / m_e)^{1/2}$ jest prędkością termiczną, T_{e1} jest energią termiczną, zaś v_{e1} jest prędkością dryfujących elektronów przy $\varphi = 0$. Ponieważ te wzory są słuszne dla $0 \leq \varphi \leq \varphi_0$, więc przechodząc z $\varphi \rightarrow 0$ otrzymamy stałą występującą w /6a/:

$$/10a/ \quad f_{e1} = \frac{N_{e1}}{2a_{e1}} \quad v_L \leq v \leq v_U, \quad \text{gdzy } v_{e1} > a_{e1}.$$

$$/10b/ \quad f_{e1} = \frac{N_{e1}}{(v_{e1} + a_{e1})} \quad v_1 \leq v \leq v_u, \text{ gdy } v_{e1} \leq a_{e1}.$$

N_{e1} jest koncentracją dryfujących elektronów przy $\varphi = 0$.
Całkując funkcje rozkładu względem prędkości otrzymamy koncentracje cząstek:

$$/11a/ \quad n_{e1} = \frac{N_{e1}}{2a_{e1}} \left\{ \left[(v_{e1} + a_{e1})^2 + 2e\varphi/m_e \right]^{1/2} - \left[(v_{e1} - a_{e1})^2 + 2e\varphi/m_e \right]^{1/2} \right\} \quad v_{e1} > a_{e1}$$

$$/11b/ \quad n_{e1} = \frac{N_{e1}}{(v_{e1} + a_{e1})} \left\{ \left[(v_{e1} + a_{e1})^2 + 2e\varphi/m_e \right]^{1/2} - \left[2e\varphi/m_e \right]^{1/2} \right\} \quad v_{e1} \leq a_{e1}.$$

2. Uwięzione jony mogą być opisane przez stacjonarny rozkład prędkości. Koncentracje uwięzionych jonów można napisać w postaci:

$$/12/ \quad n_{i1}(\varphi) = N_{i1} \exp \left\{ -e\varphi/T_{i1} \right\}$$

gdzie N_{i1} jest koncentracją przy $\varphi = 0$, zaś T_{i1} energią termiczną uwięzionych jonów.

3. Uwięzione elektrony o wyzszej energii n_{et} takze maja rozklad prędkości typu wodnego mieszka, który jest scentrowany przy $v = 0$ i ma obcięcie przy $V = \pm (2e\varphi/m_e)^{1/2}$.
Koncentracja tych elektronów ma postać:

$$/13/ \quad n_{et}(\varphi) = N_{et}(\varphi/\varphi_0)^{1/2},$$

gdzie N_{et} jest koncentracją uwięzionych cząstek przy $\varphi = \varphi_0$.

4. Dla dryfujących jonów n_{i0} przyjęto rozkład prędkości typu wodnego mieszka:

$$/14/ \quad f_{i0} = \frac{N_{i0}}{2a_{i0}} \quad v_l < v \leq v_u$$

oraz f_{i0} jest równe zeru w pozostałych przypadkach, przy czym:

$$/15/ \quad v_u = [(v_{i0} + a_{i0})^2 + 2e(\varphi_0 - \varphi)/m_i]^{1/2},$$

$$/16/ \quad v_l = [(v_{i0} - a_{i0})^2 + 2e(\varphi_0 - \varphi)/m_i]^{1/2}.$$

gdzie $v_{i0} > a_{i0}$, zaś $a_{i0} = (2T_{i0}/m_i)$ jest prędkością termiczną, T_{i0} jest energią termiczną, zaś v_{i0} jest prędkością dryfujących jonów. Całkując rozkład /14/ względem prędkości otrzymamy koncentracje cząstek:

$$/17/ \quad n_{i0}(\varphi) = \frac{N_{i0}}{2a_{i0}} \left\{ [(v_{i0} + a_{i0})^2 + 2e(\varphi_0 - \varphi)/m_i]^{1/2} - [(v_{i0} - a_{i0})^2 + 2e(\varphi_0 - \varphi)/m_i]^{1/2} \right\}.$$

5. Dla populacji uwięzionych jonosferycznych elektronów przyjęto rozkład Maxwella ich prędkości. Koncentracja tych elektronów ma postać:

$$/18/ \quad n_{e_0}(\varphi) = N_{e_0} \exp \left\{ -e(\varphi_0 - \varphi) / T_{e_0} \right\},$$

gdzie N_{e_0} ($\geq N_{e1}, N_{et}$) jest gęstością przy $\varphi = \varphi_0$, zaś T_{e_0} jest energią termiczną uwięzionych jonosferycznych elektronów.

W celu uzupełnienia samouzgodnionego modelu warstwy podwójnej należy dołączyć równanie Poissona wraz z odpowiednimi warunkami brzegowymi na potencjał φ . Założenie neutralności ładunku w punktach o $\varphi = \varphi_1 = 0$ i $\varphi = \varphi_0$ daje równania:

$$/19a/ \quad \sum_s q_s n_s(\varphi=0) = 0$$

$$/19b/ \quad \sum_s q_s n_s(\varphi=\varphi_0) = 0.$$

gdzie sumowanie przebiega po wszystkich populacjach cząstek wchodzących w skład warstwy.

Ponadto, aby warstwa podwójna mogła istnieć wymagana jest ujemna gęstość ładunku w obszarze $\varphi = \epsilon \varphi_0 \ll \varphi_0$ oraz dodatnia gęstość gdy $\varphi = (1 - \epsilon) \varphi_0 \gg 0$. Matematyczny zapis tych warunków przybiera postać:

$$/20a/ \quad \sum_s q_s n_s(\varphi = \epsilon \varphi_0) \leq 0$$

$$/20b/ \quad \sum_s q_s n_s[\varphi = (1 - \epsilon) \varphi_0] \geq 0.$$

Dla danych wielkości N_{e1}, N_{et}, N_{i0} i czterech prędkości termicznych a_s /19a/ i /19b/ umożliwia wyznaczenie N_{i1} oraz N_{e0} .

Natomiast nierówności /20/ prowadzą do warunków:

$$/21a/ \quad m_i v_{io}^2 \geq 2T_{io} + T_{eo} [4 + N_{et}/N_{eo}]$$

$$/21b/ \quad v_{et} > 0, \quad \text{gdy} \quad N_{et} > N_c,$$

gdzie

$$/22/ \quad N_c = N_{et} [2e \varphi_0 / m_e (v_{et} + a_{et})^2]^{1/2},$$

które są modyfikacją warunków Bohma-Blocha.

Dla zorzowej warstwy podwójnej $e\varphi_0 \sim 10 T_{e1}$, skąd wynika $N_c \leq 3 N_{et}$.

Równanie Poissona przybiera postać:

$$/23/ \quad d^2\varphi/dx^2 = 4\pi e [n_{e1}(\varphi) + n_{et}(\varphi) + n_{eo}(\varphi) - n_{i1}(\varphi) - n_{ic}(\varphi)].$$

Mnożąc /23/ przez $d\varphi/dx$ ($= -E$) i całkując otrzymujemy:

$$/24/ \quad \frac{1}{2} [E^2(\varphi) - E^2(0)] = 4\pi e [g_e(\varphi) - g_i(\varphi)],$$

gdzie

$$/25/ \quad g_e(\varphi) = \int_0^\varphi [n_{e1}(\bar{\varphi}) + n_{et}(\bar{\varphi}) + n_{eo}(\bar{\varphi})] d\bar{\varphi},$$

$$/26/ \quad g_i(\varphi) = \int_0^\varphi [n_{i1}(\bar{\varphi}) + n_{ic}(\bar{\varphi})] d\bar{\varphi}$$

Podstawiając $\varphi = \varphi_0$ do /24/ otrzymujemy samouzgodnione wyrażenie:

$$/27/ \quad -\frac{1}{8\pi} E^2(0) = e [g_e(\varphi_0) - g_i(\varphi_0)]$$

wiążące φ_0 oraz $E(0)$, po wykorzystaniu warunku $E(\varphi_0) \equiv 0$.
Jeżeli zaś położymy $E(0) = 0$, co jest usprawiedliwione dla warstwy podwójnej w strefie zorzy:

$$/28/ \quad 0 = [g_{e1}(N_{e1}, V_{e1}, \varphi_0) + g_{e2}(N_{e2}, \varphi_0) + g_{e0}(N_{e0}, \varphi_0) - g_i(\varphi_0)]$$

Równanie /28/ jest analogonem warunku Langumira /3/, którego prosta postać jest możliwa w przybliżeniu tylko dla silnych warstw.

Obliczenie prądu dla zorzowej warstwy podwójnej

Przy obliczaniu prądu dla zorzowej warstwy podwójnej ograniczymy się tylko do rozkładów dla cząstek dryfujących, które jedynie przenoszą ładunek wzdłuż warstwy. Rozpatrzmy dwa przypadki:

$$I \quad V_{e1} > a_{e1} \quad \text{oraz} \quad II \quad V_{e1} < a_{e1}$$

W obu przypadkach zakładamy, że prędkość dryfu jonów jest większa od prędkości termicznej jonów.

I. Wykorzystując /10a/, /7/ i /8/ otrzymujemy dla gęstości natężenia prądu elektronowego:

$$/29/ \quad j_e = e \int v f_{e1} dv = e \frac{N_{e1}}{2a_{e1}} \cdot \frac{1}{2} [4V_{e1} a_{e1}] = e N_{e1} V_{e1}$$

Natomiast gęstość prądu jonowego obliczymy wykorzystując wzory /14/, /15/, /16/:

$$/30/ \quad j_i = e \int v f_{i0} dv = e \frac{N_{i0}}{2a_{i0}} \cdot \frac{1}{2} [4V_{i0} a_{i0}] = e N_{i0} V_{i0}$$

W tym przypadku prąd całkowity /dryfowy/:

$$/31/ \quad j = j_e + j_i = e (N_{e1} v_{e1} + N_{i0} v_{i0})$$

nie uwidacznia wpływu warstwy podwójnej.

II. Dla tego przypadku w celu obliczenia prądu elektronowego skorzystamy z wzorów /10b/, /7/ i /9/:

$$/32/ \quad j_e = e \int v f_{e1} dv = e \frac{N_{e1}}{(v_{e1} + a_{e1})} \frac{1}{2} (v_{e1} + a_{e1})^2 = \frac{1}{2} e N_{e1} (v_{e1} + a_{e1}),$$

Ponieważ wartość prądu jonowego jest teraz także dana wzorem /30/

$$/33/ \quad j = \frac{1}{2} e N_{e1} (v_{e1} + a_{e1}) + e N_{i0} v_{i0}.$$

W tym przypadku widoczny jest wpływ zorzowej warstwy podwójnej na gęstość prądu dryfowego, którego wartość jest bliska wartości gęstości prądu Bohma j_B /2/, podanego przez klasyczną teorię warstwy podwójnej.

Rezystywność dynamiczna zorzowej warstwy podwójnej

Jak zaznaczyliśmy wyżej, współistnienie periodycznych oscylacji przebiegu potencjalnego zorzowej warstwy podwójnej i występujących w mniejszej skali czasowej fluktuacji oraz istnienie stanu niestabilnego dla przebiegu potencjalnego jest możliwe tylko wtedy, gdy warstwa charakteryzuje się ujemną opornością dynamiczną $R_d < 0$ [9]:

$$/34/ \quad R_d = (\delta \varphi_0 / \delta j) = (\delta \varphi_0 / \delta j)(A)^{-1},$$

gdzie A jest efektywną powierzchnią przekroju poprzecznego, $j = e N_{e1} v_{e1}$ - gęstość natężenia ustalonego prądu elektrycznego, zaś $\delta \varphi_0$ zmiana φ_0 wskutek małej zmiany δj . Równanie /28/ wiąże ze sobą bezpośrednio φ_0 oraz N_{e1} , N_{e1} i N_{e0} . Używając tej bezpośredniej zależności można przedstawić R_d w postaci:

$$/35/ \quad R_d = \left(\frac{\delta \varphi_0}{\delta N_{e1}} \frac{1}{V_{e1}} + \frac{\delta \varphi_0}{\delta V_{e1}} \frac{1}{N_{e1}} \right) (A e)^{-1}$$

We wzorze /35/ nie uwzględniono wpływu koncentracji cząstek uwięzionych N_{e1} i N_{e0} na fluktuacje prądu, a także nie uwzględnia on fluktuacji jonów, co odpowiada pominięciu czynnika g_1 we wzorze /28/. Na podstawie /28/ można otrzymać:

$$/36/ \quad 0 = e \left\{ \frac{\partial g_{e1}}{\partial N_{e1}} \delta N_{e1} + \frac{\partial g_{e1}}{\partial V_{e1}} \delta V_{e1} + \right. \\ \left. + \frac{\partial g_{e1}}{\partial \varphi_0} \delta \varphi_0 + \frac{\partial g_{e1}}{\partial \varphi_0} \delta \varphi_0 + \frac{\partial g_{e1}}{\partial \varphi_0} \delta \varphi_0 \right\}.$$

Zakładając niezależność wariacji δN_{e1} oraz δV_{e1} można użyć wzory:

$$/37/ \quad \frac{\delta \varphi_0}{\delta N_{e1}} = - \frac{1}{\Delta} \frac{\partial g_{e1}}{\partial N_{e1}}$$

$$/38/ \quad \frac{\delta \varphi_0}{\delta V_{e1}} = - \frac{1}{\Delta} \frac{\partial g_{e1}}{\partial V_{e1}}$$

gdzie:

$$/39/ \quad \Delta = \frac{\partial g_{e1}}{\partial \varphi_0} + \frac{\partial g_{e1}}{\partial \varphi_0} + \frac{\partial g_{e1}}{\partial \varphi_0}.$$

Opierając się na wzorze /25/ można bezpośrednio obliczyć Δ oraz $\partial g_{e1} / \partial N_{e1}$ i $\partial g_{e1} / \partial V_{e1}$. W przypadku gdy $V_0 = (2e\varphi_0 / m_e)^{1/2} > \bar{V}_m$ gdzie $V_{e1} = V_{e1} + a_{e1}$, to znaczy jeżeli warstwa nie jest zbyt słaba, zachodzą zależności $\Delta > 0$, $\partial g_{e1} / \partial V_{e1} > 0$, $\partial g_{e1} / \partial N_{e1} > 0$. Wtedy na podstawie /35/, /37/ i /38/ wynika, że $R_d < 0$.

Tak więc dryfujące elektrony oraz uwięzione elektrony mają decydujący wpływ na ujemną wartość rezystywności dynamicznej, która określa odpowiedź układu /warstwy/ na małe fluktuacje.

W przypadku $N_{et} \sim 3N_{ei}$ i $T_{eo} \ll \frac{1}{2} m_e \bar{v}_{ei}^2 \sim e \varphi_0 / 10$ można w przybliżeniu napisać:

/40/

$$R_d \sim - \frac{V_e}{N_{et}} \frac{m_e}{e} (A)^{-1}$$

Ten wynik pokazuje, że maleńie populacji uwięzionych elektronów powoduje wzrost ujemnej rezystywności i zwiększa prawdopodobieństwo niestabilności stanu ustalonego.

Literatura

- [1] L. BLOCK, Cosmic Electrodyn., 3, 349 /1972/
- [2] P. CARLQVIST, Wave instabilities in space plasmas, ed. P. Palmadesso and K. Papadopoulos, D. Reidel, 1979.
- [3] A.A. GALIEJEW, R.Z. SAGDIEJEW, Osnovy fiziki plazmi, pod red. A.A. Galiejewa, R. Sudana, Energoatomizdat, 1984.
- [4] A.J. TURSKI, Prace IPPT, Nr 7/1985.
- [5] K. ZUCHOWSKI, Warstwy podwójne w plazmie bezzderzeniowej i ich rola w przestrzeni kosmicznej, Prace IPPT /oddana do druku/.
- [6] H. ALFVEN, Cosmic plasma, D. Reidel, 1981.
- [7] H. INUZUKA, Phys.Fluids 28, 703 /1985/.
- [8] P. CARLQVIST, Cosmic Electrodyn., 3, 377 /1972/.
- [9] M.B. SILEVITCH, J. Geophys.Res., 86, 3573 /1981/.
- [10] N. KRALLA, A. TRIVELPIECE, Fizyka plazmy, PWN, 1979.
- [11] F. PERKINS, Y.C. SUN, Phys.Rev.Lett., 46, 115 /1981/.
- [12] P. BUBGER, J.Appl.Phys., 36, 1938 /1965/.
- [13] W. NORRIS, J.Appl.Phys., 35, 3260 /1964/.
- [14] R. R. BEACH, Planet Space Sci., 16, 1525 /1968/.
- [15] J. KAN, L. LEE, J.Geophys.Res., 85, 788 /1980/.