

OBLICZENIE DROGI PLANETOIDY (259) ALETHEIA.

PRZEZ

Dra MARCINA ERNSTA.

Wniesiono na posiedzeniu Wydz. mat.-przyr. dnia 5. lutego 1900; ref. czł. Karliński

Planetoida Aletheia odkryta została przez C. H. F. Petersa w obserwatorium Clinton d. 28. czerwca 1886 r. Od czasu odkrycia obserwowana była w 5-ciu opozycjach, mianowicie w latach 1886, 1887, 1888, 1890 i 1898¹⁾. W tym czasie zakresiła ona łuk heliocentryczny około 800°, a zatem blisko 2 $\frac{1}{4}$ raza obiegła dokoła słońca. Na podstawie obserwacji w 3-ch pierwszych opozycjach prof. Tietjen obrachował następujący układ elementów:

Ep. 1880 grudzień 12^o cz. śr. Berl.

$$M = 180^{\circ} 33' 13'' 96$$

$$\omega = 152^{\circ} 6' 12'' 70$$

$$\Omega = 88^{\circ} 33' 15'' 51$$

$$i = 10^{\circ} 43' 31'' 44$$

$$\varphi = 6^{\circ} 42' 44'' 77$$

$$\mu = 637'' 40011$$

$$\log a = 0.4970629.$$

} średnia równonoc 1890^o.

Elementy te, obrachowane bez uwzględnienia zaburzeń, czyniły zadość danym obserwacyjnym, użytym za podstawę rachunku. Z bie-

¹⁾ Obserwacje r. 1899 zrobione zostały już po napisaniu tej pracy i nie są w obliczeniach uwzględnione.

giem czasu jednakże, pomimo uwzględnienia zaburzeń, różnice pomiędzy obserwacją a rachunkiem coraz bardziej wzrastały, czemu głównie przypisać należy, że w okresie między rokiem 1890 a 1898 żadnej obserwacji tej planety nie wykonano, a w r. 1898 znaleziono ją w znacznej odległości od pozycji podanej w efemerydzie.

W porozumieniu z instytutem rachunkowym w Berlinie podjąłem się wyprowadzenia nowych elementów na podstawie całego, dotychczas zebranego materiału obserwacyjnego i rachunkowego. Za punkt wyjścia posłużyły mi wyżej podane elementy Tietjena, a zadaniem mojem było poprawić te elementy w ten sposób, aby dokładnie odpowiadały obserwacyom.

Pierwszą czynnością było dokładne sprawdzenie materiału obserwacyjnego, a mianowicie: 1) wyprowadzenie spólrzędnych planety, jako sumy spólrzędnych gwiazdy porównanej, odniesionych do średniej równonocy roku obserwacji, redukcji tych spólrzędnych na pozycyę pozorną, oraz różnic $\Delta\alpha$ i $\Delta\delta$ między spólrzędniemi planety i spólrzędniemi gwiazdy porównanej; 2) obliczenie ilości, służących do redukcji gwiazd z pozycyji średnich na pozycyę pozorną w dzień obserwacji; 3) obliczenie czynników paralaktycznych, przyczem przyjętą została wartość paralaksy słońca $\pi = 8''80$.

W obok załączonym wykazie obserwacyj wszystkie ilości podane są tak, jak wypływają z moich rachunków. Obserwacje każdej opozycyji są podane oddzielnie i załączone są odpowiednie gwiazdy porównane.

Opozycja r. 1886.

Nr.	Miejsce obs.	Czas śred. miejscowy	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Liczba porów.	α	lfp.	δ	lfp.	*
1	Clinton	Czerw. 29, 11 ^h 6 ^m 36 ^s	+ 0 ^m 51 ^s 67	— 1' 22'' 4	10	17 ^h 28 ^m 7 ^s 05	8 354	— 23° 10' 19'' 4	0 904	1
2	Nizza	" 30, 11 42 57	+ 0 13 64	+ 3 57 0	5	17 27 19 14	9 010	— 23 12 57 9	0 904	3
3	Paryż	" 30, 11 42 41	+ 4 31 86	— 2 56 9	12 : 8	17 27 28 33	8 968	— 23 12 55 0	0 919	2
4	Clinton	" 30, 11 15 3	— 0 31 56	+ 0 24 1	10	17 27 19 38	8 694	— 23 13 32 2	0 904	4
5	Nizza	Lipiec 1, 10 34 36	— 0 30 92	+ 6 58 3	6	17 26 44 59	8 406 n	— 23 15 59 3	0 907	3
6	Paryż	" 1, 10 35 25	+ 3 47 09	— 6 0 6	15 : 10	17 26 43 57	8 334 n	— 23 15 58 8	0 922	2
7	"	" 1, 10 47 8	Obserwacya południkowa			17 26 43 66	—	— 23 15 59 8	0 922	—
8	Nizza	" 2, 9 36 47	— 1 14 87	+ 10 0 8	6	17 26 0 64	9 123 n	— 23 19 1 8	0 902	3
9	Paryż	" 2, 10 14 57	+ 3 59 18	+ 1 30 4	12 : 8	17 25 58 57	8 704 n	— 23 19 6 5	0 921	5
10	"	" 2, 10 42 26	Obserwacya południkowa			17 25 57 67	—	— 23 19 8 8	0 922	—
11	Wiedeń	" 2, 12 0 42	+ 3 57 29	+ 1 25 2	4	17 25 56 68	9 150	— 23 19 11 7	0 913	5
12	Paryż	" 3, 10 9 11	+ 3 14 12	— 1 37 5	15 : 10	17 25 13 51	8 720 n	— 23 12 14 5	0 921	5
13	"	" 3, 10 37 45	Obserwacya południkowa			17 25 12 73	—	— 23 22 16 5	0 922	—
14	Clinton	" 3, 10 55 56	+ 3 3 26	— 2 24 1	10	17 25 2 65	8 546	— 23 23 1 1	0 905	5
15	Paryż	" 5, 10 8 7	— 0 33 17	— 5 33 8	15 : 12	17 23 46 33	8 574 n	— 23 28 25 9	0 922	6
16	"	" 5, 10 28 27	Obserwacya południkowa			17 23 46 02	—	— 23 28 28 9	0 922	—
17	Marsylia	" 5, 11 18 54	— 0 35 14	+ 5 24 4	5 5	17 23 44 25	9 010	— 23 28 37 6	0 903	6
18	"	" 5, 12 35 24	— 0 37 46	+ 5 17 6	15 : 10	17 23 41 93	9 347	— 23 28 44 6	0 904	6
19	Marsylia	" 6, 9 35 14	— 1 14 00	+ 2 36 6	5 5	17 23 5 39	8 994 n	— 23 31 25 4	0 904	6
20	Paryż	" 6, 10 17 42	— 1 15 31	+ 2 29 5	15 : 12	17 23 4 08	8 053 n	— 23 31 32 7	0 922	6
21	"	" 6, 10 23 49	Obserwacya południkowa			17 23 4 07	—	— 23 31 30 8	0 922	—
22	"	" 6, 10 38 9	— 1 15 80	+ 2 26 4	12 8	17 23 3 70	8 420	— 23 31 33 8	0 922	6
23	Clinton	" 6, 10 59 53	— 1 25 58	+ 1 44 0	15	17 22 53 88	8 879	— 23 32 18 8	0 904	6

Nr.	Miejsce obs.	Czas śred. miejscowy	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Liczba porów.	α	lfp.	δ	lfp.	*
24	Marsylia	Lipiec 8, 10 ^h 14 ^m 30 ^s	- 2 ^m 12 ^s 21	+ 7' 23'' 3	5.5	17 ^h 21 ^m 43 ^s 88	6·508 n	- 23° 37' 34'' 8	0·907	7
25	"	" 9, 9 31 34	- 2 49 63	+ 4 22 3	5.5	17 21 6 45	8·895 n	- 23 40 34 8	0·905	7
26	"	" 11, 9 33 17	- 4 2 77	- 1 35 2	5.5	17 19 53 32	8·753 n	- 23 46 32 3	0·906	7
27	"	" 18, 10 9 38	- 3 11 52	- 2 58 5	5.5	17 16 15 82	8·909	- 24 6 59 3	0·906	8
28	"	" 19, 10 3 24	- 3 36 51	+ 5 45 9	5.5	17 15 50 83	8·888	- 24 9 46 7	0·907	8
29	"	" 20, 9 35 34	- 3 59 37	- 8 35 4	5.5	17 15 27 96	8·468	- 24 12 36 3	0·909	8
30	"	" 21, 9 31 11	- 4 21 71	- 11 21 2	5.5	17 15 5 61	8·466	- 24 15 22 1	0·909	8
31	Clinton	" 21, 10 57 52	+ 1 34 12	- 0 12 4	4	17 14 59 43	9·308	- 24 16 6 3	0·894	9
32	Marsylia	" 22, 9 35 18	+ 3 38 37	- 8 38 9	5.5	17 14 44 76	8·669	- 24 18 5 3	0·909	13
33	Clinton	" 22, 11 7 41	- 1 35 08	- 0 41 1	12	17 14 38 93	9·360	- 24 19 1 7	0·890	10
34	"	" 23, 10 25 8	- 1 53 48	- 3 25 8	8	17 14 20 53	9·196	- 24 21 46 5	0·900	10
35	"	" 23, 10 45 56	+ 0 21 14	+ 4 3 5	8	17 14 20 18	9·293	- 24 21 42 7	0·895	14
36	Marsylia	" 24, 9 55 36	+ 3 1 44	- 14 13 7	5.5	17 14 7 78	9·020	- 24 23 40 2	0·906	13
37	Clinton	" 27, 10 23 46	- 0 49 93	+ 1 3 8	10	17 13 20 55	9·272	- 24 32 46 4	0·897	15
38	Marsylia	" 28, 9 23 14	- 1 32 22	+ 12 32 5	5.5	17 13 12 61	8·723	- 24 34 44 5	0·909	16
39	"	" 29, 9 37 18	- 1 42 16	+ 9 46 9	5.5	17 13 2 66	9·041	- 24 37 30 1	0·906	16
40	"	" 30, 9 14 22	- 1 50 64	+ 7 4 2	5.5	17 12 54 17	8·856	- 24 40 13 2	0·909	16
41	Clinton	" 31, 9 15 40	+ 2 32 22	- 2 26 8	10	17 12 46 26	8·929	- 24 43 32 4	0·907	17
42	"	Sierp. 4, 9 6 45	- 2 27 02	- 1 18 4	8	17 12 36 22	8·996	- 24 54 18 9	0·907	18
43	"	" 6, 9 13 17	+ 2 4 09	- 1 0 3	10	17 12 41 32	9·107	- 24 59 31 0	0·905	19
44	"	" 19, 9 18 13	- 0 11 24	+ 4 45 0	2	17 15 41 24	9·363	- 25 33 20 1	0·893	20
45	"	" 20, 8 35 13	+ 0 12 69	+ 2 14 2	4	17 16 5 18	9·192	- 25 35 51 3	0·904	20
46	"	" 21, 8 34 1	+ 0 37 92	- 0 16 7	10	17 16 30 40	9·205	- 25 38 21 8	0·904	20

Gwiazdy porównane dla równonocy średniej 1886·0.

Nr.	α	Red. ad l. app.	δ	Red. ad l. app.	Ź R Ó D Ł O
1	17 ^h 27 ^m 12·52		— 23° 9' 3·'9		Pozycja określona mikrometrycznie przez porów. z * 2.
2	17 22 53·62	+ 2·87	— 23 10 5· 1	+ 7·0	AOe ₂ 16841.
3	17 27 12·64	+ 2·86	— 23 9 7· 9	+ 7·0	Gould 1813 H. XVII (= * 1 ?).
4	17 26 48·08		— 23 14 3· 4		Okr. mikrom. przez porów. z * 2.
5	17 21 56·59	+ 2·87	— 23 20 40· 2	+ 6·8	AOe ₂ 16826. Pozycja przyjęta $\alpha = 17^h 21^m 56·52$, $\delta = -23^\circ 20' 43·'7$.
6	17 24 16·50	+ 2·89	— 23 34 8· 6		Lal. Paryż 31814. Pozyc. przyj. $\alpha = 17^h 24^m 16·56$, $\delta = -23^\circ 34' 8·'1$.
7	17 23 53·19	+ 2·90	— 23 45 3· 6	+ 6·5	Lal. 31806—07.
8	17 19 24·46	+ 2·88	— 24 4 6· 8	+ 6·0	Yarnall 7233.
9	17 13 22·47		— 24 16 6· 3		Okr. mikrom. przez porów. z * 10.
10	17 16 11·17		— 24 18 26· 2		Okr. mikrom. przez porów. z * 11.
11	17 19 53·97		— 24 16 42· 0		AOe ₂ 16778. Poz. okr. mikr. przez porów. z * 12.
12	17 22 1·95		— 24 14 23· 6		AOe ₂ 16829—30.
13	17 11 3·56	+ 2·83	— 24 9 31· 7	+ 5·3	Yarnall 7166.
14	17 14 20·18		— 24 25 51· 6		AOe ₂ 16633—4. Pozycja według B. B. VI 17 ^h ·27.
15	17 14 7·67		— 24 33 55· 5		AOe ₂ 16639.
16	17 14 42·01	+ 2·82	— 24 47 22· 3	+ 5·3	Yarnall 7190.
17	17 10 11·27		— 24 41 10· 5		AOe ₂ 16552.
18	17 15 0·49		— 24 53 5· 7		§ Ophiuchi. Berl. Jahrb. 1886.
19	17 10 34·52		— 24 58 35· 4		AOe ₂ 16564—5.
20	17 15 49·94		— 25 39 9· 9		Określona mikrometrycznie przez porównanie z * 21 i 22.
21	17 15 44·54		— 25 26 42· 4		AOe ₂ 16678—9.
22	17 19 52·16		— 25 50 27· 1		AOe ₂ 16776—7.

Opozycja r. 1887.

W tym roku Aletheia obserwowana była tylko raz jeden, mianowicie:

Wiedeń. Paźdz 13, 9^h 17^m 42^s, $\Delta\alpha = -1^m 4^s 72$, $\Delta\delta = +8' 42'' 5$, porów. 4; $\alpha = 23^h 43^m 19·59$, lfp. = 9·006 n, $\delta = -17^\circ 51' 15·'7$, lfp. = 0·901.

Gwiazda porównana (Nr. 23), $\alpha = 23^h 44^m 21·64$, red. ad. l. app. + 2·67, $\delta = -18^\circ 0' 13·7$, red. ad. l. app. + 15·'5. Źródło: Wash. Z. 206. 28.

O p o z y c y a r. 1888.

Nr.	Miejsce obs.	Czas śred. miejscowy	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Liczba porów.	α	lfp.	δ	lfp.	*
1	Wiedeń	Listop. 10, 11 ^h 44 ^m 0 ^s	+ 1 ^m 40 ^s 81	— 1' 3 ^{''} 5	4	3 ^h 59 ^m 2 ^s 98	8 ⁹⁶⁴ n	+ 12 ^o 34' 19 ^{''} 1	0 ⁷¹⁰	24
2	Nizza	" 21, 9 1 30	— 1 53 28	— 1 46 4	5	3 50 3 05	9 ⁴⁵⁴ n	+ 12 25 6 2	0 ⁶⁸⁸	25
3	"	" 23, 9 20 19	— 3 33 84	— 2 55 1	4	3 48 22 51	9 ³⁸³ n	+ 12 23 57 5	0 ⁶⁷⁹	25
4	"	" 24, 10 2 26	— 1 16 65	— 11 14 4	5	3 47 31 26	9 ²¹² n	+ 12 23 23 2	0 ⁶⁶⁷	26
5	"	" 29, 8 34 37	— 0 7 33	+ 5 54 2	5	3 43 28 88	9 ⁴²⁸ n	+ 12 21 36 4	0 ⁶⁸⁵	27

Gwiazdy porównane. Równ. 1888^o.

Nr.	α	Red. ad l. app.	δ	Red. ad l. app.	Ź R O D Ł O
24	3 ^h 57 ^m 18 ^s 54		+ 12 ^o 35' 16 ^{''} 0		W ₁ 1077 = R _ü 2074.
25	3 51 53 10	+ 3 ^s 23	+ 12 26 45 7	+ 6 ^{''} 9	$\frac{1}{2}$ (W ₁ 969 + R _ü 2034).
26	3 48 44 65	+ 3 26	+ 12 34 30 7	+ 6 9	W ₁ 901 h III.
27	3 43 32 92	+ 3 29	+ 12 15 35 0	+ 7 2	$\frac{1}{2}$ (W ₁ 799 h III + R _ü 1963).

O p o z y c y a r. 1890.

Nr.	Miejsce obs.	Czas śred. miejscowy	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Liczba porów.	α	lfp.	δ	lfp.	*
1	Wiedeń	Stycz. 19, 12 ^h 23 ^m 10 ^s	— 1 ^m 36 ^s 56	+ 5' 30 ^{''} 6	4	8 ^h 16 ^m	7 ⁸⁸⁹	+ 27 ^o 59'	0 ⁴⁷⁹	28
2	Nizza	" 24, 10 48 14	— 1 59 51	— 2 28 4	5	8 12 24 ^s 74	9 ¹⁴⁶ n	+ 28 13 33 ^{''} 8	0 ³⁷⁷	29
3	"	" 25, 9 53 13	— 2 50 34	+ 1 53 9	5	8 11 33 92	9 ³⁷⁶ n	+ 28 27 56 1	0 ⁴²⁸	29

Gwiazdy porównane. Równ. 1890·0.

Nr.	α	Red. ad l. app.	δ	Red. ad l. app.	Ź R O D Ł O
28	8 ^h 18 ^m 25 ^s		+ 27° 54'		Pozycja dokładna nieznana.
29	8 14 23·67	+ 0·58	+ 28 26 3·''9	— 1·7	BB. VI + 28°. 1588.

O p o z y c y a r. 1898.

Nr.	Miejsce obs.	Czas śred. miejscowy	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Liczba porów.	α	lfp.	δ	lfp.	*
1	Teramo	Wrześ. 12, 11 ^h 1 ^m 51 ^s	+ 0 ^m 44· ^s 56	+ 7' 32·''9	18·3	23 ^h 6 ^m 20· ^s 39	8·872 n	— 22° 1' 17·''4	0·898	30
2	"	" 13, 10 41 44	0 0·00	+ 3 47·6	3	23 5 36·24	9·023 n	— 22 5 2·8	0·896	30
3	"	" 14, 12 4 58	— 0 47·24	— 0 8·2	15·3	23 4 49·00	8·864	— 22 8 58·7	0·905	30
4	Arcetri	" 17, 9 13 4	— 0 13·40	— 9 43·9	20·8	23 2 42·34	9·367 n	— 22 18 30·2	0·886	31
5	"	" 18, 9 33 0	— 0 57·03	— 12 46·6	16·8	23 1 58·71	9·279 n	— 22 21 32·9	0·892	31
6	"	" 20, 9 18 57	— 0 17·86	+ 1 40·5	32·12	23 0 34·90	9·298 n	— 22 27 3·6	0·892	32

Gwiazdy porównane. Równ. 1898·0.

Nr.	α	Red. ad l. app.	δ	Red. ad l. app.	Ź R Ó D Ł O
30	23 ^h 5 ^m 31· ^s 49	+ 4·75	— 22° 9' 16·''9	+ 26·''6	Wash. Z. 145. 30.
31	23 2 51·11	+ 4·63	— 22 9 13·0	+ 26·7	Wash. Z. 145. 29.
32	23 0 48·12	+ 4·64	— 22 29 10·6	+ 26·5	Wash. Z. 145. 27.

Pozycye gwiazd porównanych, podane w tem zestawieniu, są te, które zużytkowałem dla otrzymania pozycyi planety. Ponieważ katalogi, w których gwiazdy te się znajdują, były dla mnie niedostępne, więc poprawienie pozycyj przez uwzględnienie wszystkich obserwacyj lub też zredukowanie na system fundamentalny z uwzględnieniem wagi każdego źródła było niemożliwe. Pozycye użyte są więc w ogólności te same, które podane zostały przez obserwatorów przy ogłoszeniu obserwacji. Tylko w tych razach, gdy rozmaici obserwatorowie pozycyę tej samej gwiazdy podają według rozmaitych źródeł, wziętą została średnia wszystkich pozycyj. Tyczy się to gwiazd 5-tej i 6-tej. Prócz tego w pozycyach gwiazdy 2, podanych przy obserwacyach clintońskiej i paryskiej, jest mała różnica, mianowicie $0^{\text{m}}04$ w AR i $0^{\text{m}}2$ w D, pomimo że z tego samego źródła zostały wzięte. Przyczyną tego jest niewątpliwie pewna różnica w uwzględnieniu precesyi i *variatio saec.* przy przenieszeniu pozycyi z epoki katalogu na równonoc i ekliptykę 1886·0. Dla pozycyi tej gwiazdy również wziętą została średnia. Co się tyczy redukcji gwiazd na miejsce pozorne, to liczby podane w zestawieniu odnoszą się do daty 1-ej obserwacji, przy której użytą została dana gwiazda. Liczby, użyte do redukcji na inne daty, bardzo mało różnią się od podanych i przytoczenie ich pominąłem.

Wszystkie obserwacje planety należy porównać z efemerydami, obrachowanymi na podstawie tego układu elementów, który zamierzamy poprawić. Ponieważ ten układ elementów, podany na początku, odniesiony jest do średniej równonocy i ekliptyki r. 1890·0, obserwacje zaś planety odnoszą się do 5-ciu rozmaitych równonocy i ekliptyk, więc należy przedewszystkiem dany układ elementów zredukować na każdą z tych równonocy. Można by też rachować wszystkie efemerydy na podstawie jednego układu elementów. Otrzymałobyśmy w ten sposób pozycye, odniesione do tej równonocy i ekliptyki, do których odnosi się użyty układ elementów; pozycye te trzebaby następnie zredukować na epokę efemerydy. Ja obrałem 1-szą drogę i otrzymałem 5 następujących układów elementów. W wykazie poniższym pominięte zostały te elementy, które od precesyi i pochyłości ekliptyki nie zależą i są wspólne dla wszystkich lat; natomiast podane w nim są stałe *A, B, C, lg sin a, lg sin b, lg sin c*, służące do przejścia od współrzędnych ekliptykalnych na spółrzedne równikowe.

Srednia rownonoc i eklip.	1886-0	1887-0	1888-0	1890-0	1898-0
Ω	88°30' 4''73	88°30'52''35	88°31'40''07	88°33'15''51	88°39'37''28
ω	152 6 2 42	152 6 4 99	152 6 7 56	152 6 12 70	152 6 33 24
i	10 43 31 27	10 43 31 31	10 43 31 35	10 43 31 44	10 43 31 79
A	330 34 31 27	330 35 22 30	330 36 13 44	330 37 55 71	330 44 44 80
B	245 15 8 59	245 15 57 62	245 16 46 77	245 18 25 18	245 24 58 32
C	217 38 41 76	217 39 22 20	217 40 3 54	217 41 26 59	217 46 57 20
$\sin a$	9-9923516	9-9923512	9-9923512	9-9923507	9-9923501
$\sin b$	9-9630579	9-9630667	9-9630749	9-9630915	9-9631595
$\sin c$	9-6405768	9-6405363	9-6404992	9-6404271	9-6401310

Z tymi elementami zostały obrachowane efemerydy każdej opozycji na południk berliński. Części tych efemeryd, obejmujące okresy, w których przypadają obserwacje, i pozwalające na interpolację momentu obserwacji, przytaczamy poniżej, nie rozróżniając już opozycji. Podana też jest aberracja planetarna każdej epoki efemerydy.

D a t a	α	δ	Ab. plan.
1886, czerwiec 26·5	17 ^h 30 ^m 31·41	— 22° 59' 37''95	14 ^m 59 ^s
„ 28·5	17 28 52·53	— 23 6 8 20	15 3
„ 30·5	17 27 16·49	— 23 12 33 35	15 7
lipiec 2·5	17 25 43·73	— 23 18 53 49	15 11
„ 4·5	17 24 14·67	— 23 25 8 55	15 16
„ 6·5	17 22 49·70	— 23 31 18 66	15 22
„ 8·5	17 21 29·18	— 23 37 23 94	15 28
„ 10·5	17 20 13·41	— 23 43 24 54	15 34
„ 12·5	17 19 2 66	— 23 49 20 77	15 41
„ 14·5	17 17 57·15	— 23 55 12 76	15 48
„ 16·5	17 16 57·09	— 24 1 0 76	15 56
„ 18·5	17 16 2 67	— 24 6 44 93	16 4
„ 20·5	17 15 14 05	— 24 12 25 63	16 13
„ 22·5	17 14 31 37	— 24 18 3 01	16 22
„ 24·5	17 13 54 74	— 24 23 37 30	16 31
„ 26·5	17 13 24 27	— 24 29 8 75	16 41

D a t a		α	δ	Ab. plan.
1886,	lipiec 28·5	17 ^b 13 ^m 0·805	— 24° 34' 37·'' 61	16 ^m 51 ^s *
"	30·5	17 12 42·15	— 24 40 3·97	17 1
	sierpień 1·5	17 12 30·61	— 24 45 28·17	17 12
"	3·5	17 12 25·45	— 24 50 50·39	17 23
"	5·5	17 12 26·66	— 24 56 10·69	17 34
"	7·5	17 12 34·18	— 25 1 29·23	17 46
"	19·5	17 15 27·98	— 25 32 40·22	19 0
"	20·5	17 15 52·06	— 25 35 12·42	19 6
"	21·5	17 16 17·56	— 25 37 43·91	19 13
"	22·5	17 16 44·47	— 25 40 14·91	19 19
1887,	paźdz. 11·0	23 44 34·12	— 17 50 26·87	19 49
"	12·0	23 43 58·33	— 17 51 17·05	19 52
"	13·0	23 43 23·40	— 17 51 56·39	19 56
"	14·0	23 42 49·37	— 17 52 24·92	20 1
"	15·0	23 42 16·26	— 17 52 42·69	20 5
1888,	listop. 10·0	3 59 23·50	+ 12 34 45·63	20 6
"	11·0	3 58 35·63	12 33 44·44	21 5
"	12·0	3 57 47·33	12 32 44·75	21 4
"	13·0	3 56 58·67	12 31 46·98	21 2
"	14·0	3 56 9·66	12 30 50·98	21 2
"	21·0	3 50 20·98	12 25 18·72	21 0
"	22·0	3 49 30·88	12 24 41·05	21 0
"	23·0	3 48 40·84	12 24 6·12	21 1
"	24·0	3 47 50·90	12 23 34·02	21 2
"	25·0	3 47 1·14	12 23 4·92	21 3
"	27·0	3 45 22·23	12 22 16·04	21 4
"	29·0	3 43 44·46	12 21 39·83	21 7
1888,	grudz. 1·0	3 42 8·21	+ 12 21 17·31	21 11
1890,	styczeń 19·0	8 17 43·23	+ 27 56 53·03	19 14
"	21·0	8 15 57·59	28 6 52·02	19 13
"	23·0	8 14 11·46	28 16 31·31	19 13
"	25·0	8 12 25·36	28 25 49·00	19 13

D a t a	α	δ	Ab. plan.
1890, styczeń 27·0	8 ^h 10 ^m 39 ^s ·73	+ 28° 34' 43 ^{''} ·87	19 ^m 14 ^s
1898, wrześ. 12·0	23 20 6·56	— 20 45 29·81	18 24
„ 14·0	23 18 35·61	— 20 54 0·55	18 27
„ 16·0	23 17 5·42	— 21 1 53·20	18 31
„ 18·0	23 15 36·36	— 21 9 6·01	18 35
„ 20·0	23 14 8·89	— 21 15 37·70	18 40
„ 22·0	23 12 43·32	— 21 21 27·16	18 46

Ponieważ pozycje obrachowanych efemeryd odnoszą się do średniego południa lub średniej północy południka berlińskiego, więc w celu interpolacji współrzędnych na moment obserwacji, należało obrachować średni czas berliński wszystkich obserwacji, a następnie odciągnąć wartość aberacji planetarnej, gdyż obserwowane pozycje w istocie odpowiadają momentom, wcześniejszym od momentów obserwacji o tyle, ile czasu potrzebuje światło, ażeby przebiec drogę od planety do ziemi. Wszystkie miejsca otrzymane z efemeryd są geocentryczne; chcąc zatem porównać pozycje obrachowane z obserwowanymi, należy te ostatnie sprowadzić do środka ziemi przez uwzględnienie paralaksy. Załączona poniżej tabelka zawiera wartość aberacji planetarnej dla każdej obserwacji oraz paralaksy w dwóch współrzędnych równikowych. Współrzędne obserwowane, zamieszczone w tejże tabelce, są już zredukowane na środek ziemi, współrzędne zaś obrachowane odnoszą się do momentów, wcześniejszych od epok obserwacji o aberację planetarną, odpowiadającą odległości planety w tych epokach, i są zredukowane na miejsce pozorne (precesja od początku roku, nutacja, aberacja gwiazdowa).

Nr.	Aberacya	Paralaksa		Observatum		Calculatum	
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	α	δ	α	δ
1	15 ^m 5 ^s	+ 0 [·] 01	+ 4 [·] 1/4	17 ^h 28 ^m 7 [·] 06	— 23 ^o 10' 15 [·] 10	17 ^h 27 ^m 57 [·] 43	— 23 ^o 9' 52 [·] 15
2	15 7	+ 0 [·] 06	4 [·] 4	17 27 29 [·] 20	— 23 12 53 [·] 5	17 27 20 [·] 28	— 23 12 25 [·] 2
3	15 7	+ 0 [·] 05	4 [·] 6	17 27 28 [·] 38	— 23 12 50 [·] 4	17 27 18 [·] 97	— 23 12 27 [·] 9
4	15 7	+ 0 [·] 03	4 [·] 4	17 27 19 [·] 41	— 23 13 27 [·] 8	17 27 9 [·] 68	— 23 13 5 [·] 5
5	15 9	— 0 [·] 01	4 [·] 4	17 26 44 [·] 58	— 23 15 54 [·] 9	17 26 34 [·] 99	— 23 15 27 [·] 1
6	15 9	— 0 [·] 01	4 [·] 6	17 26 43 [·] 56	— 23 15 54 [·] 2	17 26 34 [·] 32	— 23 15 29 [·] 8
7	15 9	—	4 [·] 6	17 26 43 [·] 66	— 23 15 55 [·] 2	17 26 34 [·] 61	— 23 15 31 [·] 4
8	15 11	— 0 [·] 07	4 [·] 4	17 26 0 [·] 57	— 23 18 57 [·] 4	17 25 50 [·] 84	— 23 18 29 [·] 1
9	15 11	— 0 [·] 03	4 [·] 6	17 25 58 [·] 54	— 23 19 2 [·] 9	17 25 49 [·] 00	— 23 18 58 [·] 7
10	15 11	—	4 [·] 6	17 25 57 [·] 67	— 23 19 4 [·] 2	17 25 48 [·] 13	— 23 18 40 [·] 3
11	15 11	+ 0 [·] 08	4 [·] 5	17 25 56 [·] 76	— 23 19 7 [·] 2	17 25 47 [·] 43	— 23 18 43 [·] 2
12	15 13	— 0 [·] 03	4 [·] 5	17 25 13 [·] 48	— 23 22 10 [·] 0	17 25 4 [·] 11	— 23 21 45 [·] 3
13	15 13	—	4 [·] 6	17 25 12 [·] 73	— 23 22 11 [·] 9	17 25 3 [·] 23	— 23 21 48 [·] 0
14	15 14	+ 0 [·] 02	4 [·] 4	17 25 2 [·] 67	— 23 22 56 [·] 7	17 24 53 [·] 13	— 23 22 30 [·] 8
15	15 19	— 0 [·] 02	4 [·] 5	17 23 46 [·] 31	— 23 28 21 [·] 5	17 23 36 [·] 98	— 23 27 57 [·] 0
16	15 19	—	4 [·] 5	17 23 46 [·] 02	— 23 28 24 [·] 4	17 23 36 [·] 38	— 23 27 59 [·] 6
17	15 19	+ 0 [·] 06	4 [·] 3	17 23 44 [·] 31	— 23 28 33 [·] 3	17 23 35 [·] 25	— 23 28 4 [·] 5
18	15 19	+ 0 [·] 12	4 [·] 3	17 23 42 [·] 05	— 23 28 40 [·] 3	17 23 32 [·] 63	— 23 28 15 [·] 1
19	15 21	— 0 [·] 05	4 [·] 3	17 23 5 [·] 34	— 23 31 21 [·] 1	17 22 56 [·] 27	— 23 30 55 [·] 8
20	15 21	— 0 [·] 01	4 [·] 5	17 23 4 [·] 07	— 23 31 28 [·] 2	17 22 54 [·] 69	— 23 21 2 [·] 8
21	15 21	—	4 [·] 5	17 23 4 [·] 07	— 23 31 26 [·] 3	17 22 54 [·] 57	— 23 31 3 [·] 6
22	15 21	+ 0 [·] 01	4 [·] 5	17 23 3 [·] 71	— 23 31 29 [·] 3	17 22 54 [·] 11	— 23 31 5 [·] 4

23	15 22	+ 0·04	+4· 3	17 22 53·92	— 23 32 14· 5	17 22 44·56	— 23 31 47· 8
24	15 27	0·00	4· 3	17 21 43·88	— 23 37 30· 5	17 21 34·48	— 23 37 6· 3
25	15 30	— 0·04	4· 3	17 21 6·41	— 23 40 30· 5	17 20 57·04	— 23 40 2· 0
26	15 37	— 0·03	4· 3	17 19 53·29	— 23 46 28· 0	17 19 43·48	— 23 46 0· 8
27	16 4	+ 0·04	4· 2	17 16 15·86	— 24 6 55· 1	17 19 7·24	— 24 6 28· 0
28	16 8	+ 0·04	4· 1	17 15 50·87	— 24 9 42· 6	17 15 42·19	— 24 9 18· 1
29	16 12	+ 0·02	4· 2	17 15 27·94	— 24 12 32· 1	17 15 18·96	— 24 12 4· 9
30	16 17	+ 0·01	4· 1	17 15 5·62	— 24 15 18· 0	17 14 56·79	— 24 14 54· 2
31	16 18	+ 0·10	4· 0	17 14 59·53	— 24 16 9· 6	17 4 50·73	— 24 15 41· 5
32	16 21	+ 0·02	4· 1	17 14 44·78	— 24 18 1· 2	17 14 35·90	— 24 17 42· 4
33	16 23	+ 0·12	3· 9	17 14 39·05	— 24 18 57· 8	17 14 30·30	— 24 18 30· 9
34	16 27	+ 0·08	4· 0	17 14 20·61	— 24 21 42· 5	17 14 12·09	— 24 21 13· 3
35	16 27	+ 0·10	4· 0	17 14 20·38	— 24 21 38· 7	17 14 11·79	— 24 21 15· 8
36	16 31	+ 0·05	4· 1	17 14 7·83	— 24 23 36· 1	17 13 59·51	— 24 23 19· 3
37	16 47	+ 0·09	3· 9	17 13 20·64	— 24 32 42· 5	17 13 12·19	— 24 32 15· 8
38	16 50	+ 0·03	4· 0	17 13 12·64	— 24 34 40· 5	17 13 3·90	— 24 34 16· 3
39	16 55	+ 0·05	4· 0	17 13 2·71	— 24 37 26· 1	17 12 53·24	— 24 37 1· 4
40	17 1	+ 0·04	4· 0	17 12 54·21	— 24 40 9· 2	17 12 45·72	— 24 39 41· 8
41	17 7	+ 0·04	3· 9	17 12 46·30	— 24 43 28· 5	17 12 38·07	— 24 43 0· 8
42	17 29	+ 0·05	3· 8	17 12 36·27	— 24 54 15· 1	17 12 28·08	— 24 53 44· 0
43	17 40	+ 0·06	3· 8	17 12 41·38	— 24 59 27· 2	17 12 32·82	— 24 59 4· 1
44	19 1	+ 0·10	3· 4	17 15 41·34	— 25 33 16· 7	17 15 33·54	— 25 32 53· 9
45	19 7	+ 0·07	3· 5	17 16 5·25	— 25 35 47· 8	17 15 57·01	— 25 35 21· 5
46	19 14	+ 0·07	3· 5	17 16 30·47	— 25 38 18· 3	17 16 22·62	— 25 37 52· 8
1	19 58	— 0·04	+3· 3	23 43 19·16	— 17 51 12· 4	23 43 13·55	— 17 51 52· 4

Nr.	Aberacya	Paralaksa		Observatum		Calculatum	
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	α	δ	α	δ
1	21 ^m 6 ^s	-0.04	+2.70	3 ^h 59 ^m 2.94	+ 12 ^o 34' 21.1	3 ^h 59 ^m 4.81	+ 12 ^o 34' 10.6
2	21 0	-0.11	1.9	3 50 2.96	12 25 4.3	3 50 5.24	12 24 57.3
3	21 1	-0.10	1.9	3 48 22.41	12 23 59.4	3 48 24.52	12 23 46.3
4	21 2	-0.06	1.8	3 47 31.20	12 23 25.0	3 47 33.21	12 23 14.5
5	21 7	-0.11	1.9	3 43 28.77	12 21 38.3	3 43 30.11	12 21 27.6
1	19 14	0.00	+1.3	nieokreślone		8 17 17.17	+ 27 59 22.6
2	19 13	-0.06	1.0	8 12 24.68	+ 28 13 34.8	8 12 54.90	28 13 17.2
3	19 13	-0.10	1.2	8 11 33.82	28 27 57.3	8 12 4.07	28 27 36.4
1	18 25	-0.03	3.6	23 6 20.36	-22 1 13.8	23 19 50.99	-20 47 0.2
2	18 26	-0.05	3.5	23 5 36.19	-22 4 59.3	23 19 6.13	-20 51 12.8
3	18 28	+0.03	3.6	23 4 49.03	-22 8 55.1	23 18 18.20	-20 55 33.5
4	18 34	-0.10	3.5	23 2 42.24	-22 18 26.7	23 16 8.57	-21 6 28.9
5	18 36	-0.09	3.5	23 1 58.62	-22 21 29.4	23 15 23.75	-21 9 59.2
6	18 41	-0.09	3.5	23 0 34.81	-22 27 0.1	23 13 57.07	-21 16 21.1

W powyższem zestawieniu dane, należące do różnych opozycji, oddzielone są liniami poziomymi. Spółrzędne obserwowane i obrachowane, tu zamieszczone, odpowiadają tym samym momentom bezwzględny i odnoszą się do jednego początku spółrzędnych, środka ziemi. Porównanie ich daje nam dla każdej epoki obserwacji różnicę: obserwacya — rachunek. Epoki te w odniesieniu do południka berlińskiego i odpowiadające im różnice są następujące:

Nr.	Czas średni berliński	Obserwacya — Rachunek	
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
1	1886, czerw. 29, 16 ^h 46 ^m 43 ^s	+ 9 ^h 63	— 22 ^m 5
2	„ 30, 11 52 13	+ 8 ^h 92	— 28 ^m 3
3	„ 30, 12 11 48	+ 9 ^h 41	— 22 ^m 5
4	„ 30, 16 55 8	+ 9 ^h 73	— 22 ^m 3
5	lipiec 1, 10 43 50	+ 9 ^h 59	— 27 ^m 8
6	„ 1, 11 4 30	+ 9 ^h 24	— 24 ^m 4
7	„ 1, 11 16 13	+ 9 ^h 05	— 23 ^m 8
8	„ 2, 9 45 59	+ 9 ^h 73	— 28 ^m 3
9	„ 2, 10 44 0	+ 9 ^h 54	— 25 ^m 2
10	„ 2, 11 11 29	+ 9 ^h 54	— 23 ^m 9
11	„ 2, 11 33 44	+ 9 ^h 33	— 24 ^m 0
12	„ 3, 10 38 12	+ 9 ^h 37	— 24 ^m 7
13	„ 3, 11 6 46	+ 9 ^h 50	— 23 ^m 9
14	„ 3, 16 35 54	+ 9 ^h 54	— 25 ^m 9
15	„ 5, 10 37 2	+ 9 ^h 33	— 24 ^m 5
16	„ 5, 10 57 22	+ 9 ^h 64	— 24 ^m 8
17	„ 5, 10 35 35	+ 9 ^h 06	— 28 ^m 8
18	„ 5, 13 4 19	+ 9 ^h 42	— 25 ^m 2
19	„ 6, 9 51 53	+ 9 ^h 07	— 25 ^m 3
20	„ 6, 10 46 35	+ 9 ^h 38	— 25 ^m 6
21	„ 6, 10 52 42	+ 9 ^h 50	— 22 ^m 7
22	„ 6, 11 6 58	+ 9 ^h 60	— 23 ^m 9
23	„ 6, 16 39 43	+ 9 ^h 36	— 26 ^m 7
24	„ 8, 10 31 3	+ 9 ^h 40	— 24 ^m 2
25	„ 9, 9 48 4	+ 9 ^h 37	— 28 ^m 5
26	„ 11, 9 49 40	+ 9 ^h 81	— 27 ^m 2
27	„ 18, 10 25 34	+ 8 ^h 62	— 27 ^m 1
28	„ 19, 10 19 16	+ 8 ^h 68	— 24 ^m 5
29	„ 20, 9 51 22	+ 8 ^h 98	— 27 ^m 2
30	„ 21, 9 46 54	+ 8 ^h 83	— 23 ^m 8
31	„ 21, 16 36 46	+ 8 ^h 80	— 28 ^m 1
32	„ 22, 9 50 57	+ 8 ^h 88	— 18 ^m 8
33	„ 22, 16 46 30	+ 8 ^h 75	— 26 ^m 9

Nr.	Czas średni berliński	Obserwacya — Rachunek	
		$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$
34	1886, lipiec 23, 16 ^h 3 ^m 53 ^s	+ 8·52	— 29·'2
35	" 23, 16 24 41	+ 8·59	— 22· 9
36	" 24, 10 11 15	+ 8·32	— 16· 8
37	" 27, 16 2 11	+ 8·45	— 26· 7
38	" 28, 9 38 24	+ 8·74	— 24· 2
39	" 29, 9 52 23	+ 9·47	— 24· 7
40	" 30, 9 29 21	+ 8·49	— 27· 4
41	" 31, 14 53 45	+ 8·23	— 27· 7
42	sierp. 4, 14 44 28	+ 8·19	— 31· 1
43	" 6, 14 50 49	+ 8·56	— 23· 1
44	" 19, 14 54 24	+ 7·80	— 22· 8
45	" 20, 14 11 18	+ 8·24	— 26· 3
46	" 21, 14 9 59	+ 7·85	— 25· 5
1	1887, paźdz. 13, 8 45 27	+ 5·61	+ 40· 0
1	1888, listop. 10, 11 11 7	— 1·37	+ 10· 5
2	" 21, 9 4 53	— 2·28	+ 7· 0
3	" 23, 9 33 41	— 2·11	+ 13· 1
4	" 24, 10 5 47	— 2·01	+ 10· 5
5	" 29, 8 37 53	— 1·34	+ 10· 7
1	1890, stycz. 19, 11 52 9	Nieokreślone	
2	" 24, 10 53 14	— 30·22	+ 17· 6
3	" 25, 9 58 23	— 30·25	+ 20· 9
1	1898, wrześ. 12, 10 42 5	— 13 ^m 30· ^s 63	— 1°14'13·'6
2	" 13, 10 21 57	— 13 29·94	— 1 13 46· 5
3	" 14, 11 45 9	— 13 29·17	— 1 13 21· 6
4	" 17, 9 3 2	— 13 26·33	— 1 11 57· 8
5	" 18, 9 22 56	— 13 25·13	— 1 11 30· 2
6	" 20, 9 8 38	— 13 22·26	— 1 10 39· 0

Dla dalszego rachunku na podstawie powyższych danych utworzone zostały miejsca normalne w liczbie siedmiu. Obserwacye 1-ej opo-

zycy połączone zostały w 3 miejsca normalne, każda zaś z pozostałych opozycyj dała po jednym miejscu normalnem. Wszystkie obserwacje, względem których obserwator nie wyraża jakichś wątpliwości, otrzymały ważność 1, bez względu na rodzaj instrumentu używanego, mikrometru i liczbę porównań. Ważność $\frac{1}{2}$ otrzymały obserwacje Clintońskie 3. czerwca (uwaga obs.: powietrze gęste), 6. czerwca (księżyc, powietrze gęste) i 6. sierpnia (bardzo widno, obserwacja trudna); wagę $\frac{3}{4}$ otrzymały obserwacje Clint. d. 27. lipca (silna zorza północna) i 20. sierpnia (powietrze nie bardzo dobre); wreszcie ważność $\frac{1}{4}$ otrzymała obserwacja 19. sierpnia (wartość mała, 2 porównania). Wyłączone zostało z obserwacyj Nr. 32 i 36 zboczenie, ponieważ różnice O—R bardzo się różnią od innych, a powodem jest prawdopodobnie źle określone albo też mylnie z katalogu wzięte zboczenie gwiazdy porównawczej, która jest wspólną w obu obserwacjach. Jaka jest przyczyna w istocie, nie miałem możności sprawdzić. Wreszcie wyłączoną została obserwacja wiedeńska 19. stycznia 1890 r. z powodu niewiadomej pozycji gwiazdy porównawczej.

Pierwsze miejsce normalne utworzone zostało z obserwacyj Nr. 1 do 26, drugie z obserwacyj 26—43 i trzecie z obserwacyj 43—46. W każdej z tych grup utworzoną została średnia (z uwzględnieniem ważności) wszystkich różnic O—R dla AR i D. Średnia ta odpowiada epoce średniej ze wszystkich momentów obserwacyj, otrzymanej również z uwzględnieniem ważności. Jednakowoż bez uszczerbku dokładności można ową średnią poprawkę odnieść do epoki efemerydy, najbliższej do owej średniej epoki, przez co rachunek się upraszcza. Zupełnie tak samo postąpiłem z obserwacjami innych opozycyj. Wprawdzie różnice O—R obserwacyj opozycyi r. 1898 zmieniają się szybko; jednakże zmiany te nie odstępują bardzo od charakteru liniowego tak, że uwzględnienie wyższych potęg czasu nie wpłynęłoby w znaczniejszy sposób na wynik. Zresztą, wobec znanych różnic, utworzenie nowych miejsc normalnych na podstawie nowych elementów, zdaje się, będzie niezbędne. Z tych względów i ostatnie miejsce normalne utworzone zostało w taki sam sposób, jak inne.

Dodając owe średnie poprawki do spólrzędnych najbliższych epok efemeryd, otrzymujemy 7 następujących miejsc normalnych:

Cz. śr. berl.

I. 1886 lipiec	4·5	$\alpha = 17^h 24^m 24\cdot 09,$	$\delta = -23^{\circ} 25' 33\cdot 8$
II. 1886 lipiec	17·5	$\alpha = 17 16 37\cdot 79,$	$\delta = -24 4 19\cdot 5$
III. 1886 sierp.	20·5	$\alpha = 17 16 0\cdot 05,$	$\delta = -25 35 37\cdot 9$
IV. 1887 paźdz.	13·5	$\alpha = 23 43 11\cdot 88,$	$\delta = -17 51 32\cdot 0$

Cz. śr. berl.

V. 1888 listop. 22·0	$\alpha = 3^h 49^m 29^s \cdot 06,$	$\delta = + 12^\circ 24' 51 \cdot 5$
VI. 1890 stycz. 25·0	$\alpha = 8 11 55 \cdot 12,$	$\delta = + 28 26 8 \cdot 3$
VII. 1898 wrześ. 16·0	$\alpha = 23 3 38 \cdot 18,$	$\delta = - 22 14 28 \cdot 0.$

Zadanie, które należy rozwiązać teraz, polega na tem, ażeby znaleźć taki układ elementów, na podstawie którego otrzymuje się wyżej podane spólrzędne epok miejsc normalnych. Jednakże wartość elementów planety nie jest stałą, lecz ulega ciągłej zmianie skutkiem zaburzeń, powodowanych przez inne planety. Zaburzenia te są funkcjami elementów planety i ażeby je obrachować z całą ścisłością, należy już uprzednio znaleźć elementy. Znając przybliżony układ elementów, musimy na jego podstawie obrachować przybliżone wartości zaburzeń, które tem mniej różnić się będą od rzeczywistych, im elementy użyte bardziej zbliżają się do prawdziwych. Przy małych różnicach błędy, pozostałe z rachunku zaburzeń na podstawie elementów przybliżonych, nie przekraczają granic błędów obserwacyi i można się otrzymaną dokładnością zadowolić.

Jeżeli szukamy układu elementów, czyniącego zadość obserwacyom, to w istocie szukamy takiego układu danej jakiejś epoki. Zaburzenia elementów od tej epoki do epok miejsc normalnych, jako dające się w przybliżeniu obrachować, możemy uważać za znane. Niechaj elementy przybliżone w epoce t_0 będą:

$$M_0, \omega_0, \Omega_0, i_0, \varphi_0, \mu_0,$$

a zaburzenia w czasie $t - t_0$ wynoszą dla każdego elementu odpowiednio

$$\delta M, \delta \omega, \delta \Omega, \delta i, \delta \varphi, \delta \mu,$$

to elementy przybliżone w czasie t są:

$$M_0 + \delta M, \omega_0 + \delta \omega, \Omega_0 + \delta \Omega, i_0 + \delta i, \varphi_0 + \delta \varphi, \mu_0 + \delta \mu.$$

Ażeby otrzymać elementy prawdziwe, należy do tych elementów przybliżonych dodać takie poprawki

$$\Delta M, \Delta \omega, \Delta \Omega, \Delta i, \Delta \varphi, \Delta \mu,$$

ażeby dla epoki t rachunek dawał dla planety te same spólrzędne α, δ , jakie wynikają z obserwacyi. Elementy te są:

$$M_0 + \delta M + \Delta M, \omega_0 + \delta \omega + \Delta \omega, \text{ i t. d.}$$

Wartości δM , $\delta\omega$ i t. d. są dla każdej epoki t inne, lecz są znane; wartości zaś ΔM , $\Delta\omega$ i t. d. są jednakowe dla wszystkich epok i są niewiadome.

Rachunek zaburzeń Jowiszowych na podstawie elementów przybliżonych został wykonany dla Alethei przez p. Neugebauera w Berlinie i tylko te zaburzenia tymczasowo uwzględnione zostały przy dalszych rachunkach. Dodając do elementów wyjścia zaburzenia za czas od epoki tych elementów do epok miejsc normalnych, otrzymalibyśmy 7 układów elementów, z których trzebaoby obrachować współrzędne geocentryczne równikowe. Ponieważ rachunek ten nie jest ostatecznym, więc dla każdej opozycji, a zatem i dla pierwszej pomimo 3-ch miejsc normalnych został wzięty jeden układ elementów i to nie ściśle odpowiadający epoce miejsca normalnego, ale dosyć mu blizkiej. Te uchybienia od ścisłości tylko bardzo nieznacznie wpłynąć mogą na wynik — i tem bardziej są dozwolone, że i z innych względów już wynik nie będzie zupełnie dokładny. Skoro będziemy dążyć do wyniku ostatecznego taka nieścisłość nie będzie już mogła być popełnioną.

Podajemy tych 5 układów elementów wraz ze stałemi A, B, C, $\sin a$, $\sin b$, $\sin c$.

M. n.	I	II	III	IV
M	23° 8' 28'' 64	25° 26' 34'' 84	31° 27' 46'' 44	105° 25' 27'' 12
ω		151° 43' 59'' 45		151 55 54 34
Ω		88 34 4 87		88 33 40 15
i		10 43 32 59		10 43 29 26
φ		6 43 6 21		6 43 17 84
μ		638'' 09196		637'' 71314
lga		0.4967489		0.4969209
Równ.		1890.0		1890.0
A		330° 16' 32'' 70		330° 28' 2'' 44
B		244 57 0 70		245 8 29 98
C		217 19 51 90		217 31 32 63
$\sin a$		9.9923508		9.9923516
$\sin b$		9.9630998		9.9630956
$\sin c$		9.6403930		9.6404052

M. n.	V	VI	VII.
<i>M</i>	177° 0' 45'' 96	252° 51' 2'' 84	86° 33' 58'' 44
ω	152 6 12 70	152 12 44 61	156 12 30 03
Ω	88 33 15 51	88 33 12 20	88 30 20 47
<i>i</i>	10 43 31 44	10 43 30 02	10 42 50 05
φ	6 42 44 77	6 42 8 65	6 20 21 00
μ	637'' 40011	637'' 39141	635'' 76309
<i>lga</i>	0·4970629	0·4970670	0·4978075
Równ.	1890·0	1890·0	1900·0
<i>A</i>	330° 37' 55'' 71	330° 44' 24'' 29	334° 41' 15'' 10
<i>B</i>	245 18 24 80	245 24 53 32	249 21 32 71
<i>C</i>	217 41 28 25	217 47 58 09	221 46 31 98
<i>sin a</i>	9·9923507	9·9923529	9·9923676
<i>sin b</i>	9·9630916	9·9630910	9·9630641
<i>sin c</i>	9·6404256	9·6404274	9·6404645

Rachując na podstawie tych układów współrzędne planety dla epok miejsc normalnych, otrzymamy α i δ w odniesieniu do tej równonocy i ekliptyki, do której odnoszą się elementy. Chcąc porównać te współrzędne α i δ miejsc normalnych, odniesionych do równonocy początku roku, w którym przypada epoka miejsca normalnego, należy je zredukować na te same równonocy przez uwzględnienie precesyi i zmian pochylności ekliptyki. Rachunek wykonany w ten sposób daje następujące współrzędne dla epok miejsc normalnych:

- I. $\alpha = 17^h 25^m 25^s 33$, $\delta = -23^\circ 25' 18'' 5$
 II. $\alpha = 17 17 34 75$, $\delta = -24 7 49 7$
 III. $\alpha = 17 16 44 10$, $\delta = -25 38 30 0$
 IV. $\alpha = 23 43 19 15$, $\delta = -17 50 53 4$
 V. $\alpha = 3 49 30 88$, $\delta = +12 24 42 3$
 VI. $\alpha = 8 12 31 93$, $\delta = +28 25 39 5$
 VII. $\alpha = 23 6 16 58$, $\delta = -22 1 3 7$.

Wynikające stąd różnice: Obserwacya — Rachunek, są następujące:

w AR. I.	— 61 [·] 24,	II.	— 56 [·] 96,	III.	— 44 [·] 05,	IV.	— 7 [·] 27,
w D.	+ 207 [·] 7,		+ 210 [·] 2,		+ 172 [·] 1,		— 38 [·] 6,
w AR. V.	— 1 [·] 82,	VI.	— 36 [·] 81,	VII.	— 158 [·] 40,		
w D.	+ 10 [·] 6,		+ 28 [·] 8,		— 804 [·] 3.		

Ponieważ spółrzedne planety w danej chwili są funkcyami elementów, więc różnice powyższe można uważać za różniczki spółrzednych względem elementów. Wartość każdej z nich określoną jest przez różnianie postaci:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial M} dM + \frac{\partial z}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial z}{\partial \Omega} d\Omega + \frac{\partial z}{\partial i} di + \frac{\partial z}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial z}{\partial \mu} d\mu,$$

i podobnie

(a)

$$d\delta = \frac{\partial \delta}{\partial M} dM + \frac{\partial \delta}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial \delta}{\partial \Omega} d\Omega + \frac{\partial \delta}{\partial i} di + \frac{\partial \delta}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial \delta}{\partial \mu} d\mu.$$

Ponieważ wartości dz i $d\delta$ są znane, a współczynniki $\frac{\partial z}{\partial M}$ etc.,

$\frac{\partial \delta}{\partial M}$ etc. możemy uważać za wiadome, więc niewiadome dM , $d\omega$ etc.

określają się na podstawie 6-ciu równań postaci powyższej. Współczynniki oddzielnych wyrazów są wprawdzie również funkcyami elementów, lecz do ich obrachowania wystarczy znać elementy przybliżone. Naturalnie im dokładniej znane są elementy, a zatem i wartości owych ilorazów różniczkowych, tem dokładniejsze będą otrzymane wartości niewiadomych poprawek elementów. Jeżeli poprawki te są duże, w takim razie trzeba cały rachunek powtórzyć, t. j. obrachować dla nowych elementów różnicę Obs. — Rach., oraz wartości ilorazów różniczkowych i rozwiązać równania.

Ze względu, że rachunek tych współczynników wymaga dość znacznego nakładu pracy, z drugiej zaś strony od postaci równań zależy też w znacznej mierze dokładność wyników, więc należy nadać im postać najdogodniejszą. W tym celu jest rzeczą korzystną zamiast niektórych elementów wprowadzić inne, które otrzymuje się z pierwszych w sposób prosty. Przedewszystkiem wzory otrzymują postać dogodniejszą, jeżeli zamiast elementów odniesionych do płaszczyzny ekliptyki, poprawiać będziemy elementy, odniesione do płaszczyzny równika. Otrzymane poprawki bez trudności dadzą się następnie przenieść na elementy ekliptykalne. Naturalnie skutkiem odniesienia do innej płaszczyzny

podlegają zmianie tylko te elementy drogi planety, które określają położenie tej drogi w przestrzeni, te zaś, które określają jej kształt i rozmiary, nie zmieniają się. A zatem M , φ , μ pozostają te same, natomiast zamiast Ω , ω , i otrzymamy Ω' , ω' , i' , które dla 5-ciu wyżej podanych układów są następujące:

	1886	1887	1888
Ω'	25° 12' 11'' 43	25° 12' 0'' 01	25° 11' 58'' 52
ω'	217 19 51 86	217 31 32 63	217 41 28 25
i'	25 54 25 05	25 54 27 86	25 54 32 56
	1890	1900	
Ω'	25° 11' 57'' 11	25° 10' 8'' 17	
ω'	217 47 58 11	221 46 32 02	
i'	25 54 32 98	25 54 41 59	

Jeżeli położymy:

$$\pi' = \Omega + \omega', \quad L' = M + \pi', \quad \Phi \sin i'' = \sin \varphi \sin \pi', \quad \Psi \sin i'' = \sin \varphi \cos \pi'$$

i zamiast ΔM , $\Delta \Omega'$, $\Delta \omega'$, $\Delta \varphi$ wprowadzimy jako niewiadome poprawki dL' , $\sin i' d\Omega'$, $d\Phi$ i $d\Psi$, to równania (a) otrzymają postać:

$$dx \cos \delta = \frac{\cos \delta \partial x}{\partial L'} dL' + \frac{\cos \delta \partial x}{\partial \mu} d\mu + \frac{\cos \delta \partial x}{\partial \Phi} d\Phi + \frac{\cos \delta \partial x}{\partial \Psi} d\Psi +$$

$$(b) \quad + \frac{\cos \delta \partial x}{\sin i' \partial \Omega'} \sin i' d\Omega' + \frac{\cos \delta \partial x}{\partial i'} di',$$

$$d\delta = \frac{\partial \delta}{\partial L'} dL' + \frac{\partial \delta}{\partial \mu} d\mu + \frac{\partial \delta}{\partial \Phi} d\Phi + \frac{\partial \delta}{\partial \Psi} d\Psi + \frac{\partial \delta}{\sin i' \partial \Omega'} \sin i' d\Omega' + \frac{\partial \delta}{\partial i'} di'.$$

W tych równaniach współczynniki obrachowane zostały zapomocą następujących wzorów, podanych przez Oppolzera:

$$\begin{aligned} \frac{\cos \delta \partial x}{\partial L'} &= \frac{r}{\rho} AF \sin(F' + A' + u) & \frac{\partial \delta}{\partial L'} &= \frac{r}{\rho} BF \sin(F' + B' + u) \\ \frac{\cos \delta \partial x}{\partial \mu} &= \frac{r}{\rho} AG \sin(G' + A' + u) & \frac{\partial \delta}{\partial \mu} &= \frac{r}{\rho} BG \sin(G' + B' + u) \\ \frac{\cos \delta \partial x}{\partial \Phi} &= \frac{r}{\rho} AH \sin(H' + A' + u) & \frac{\partial \delta}{\partial \Phi} &= \frac{r}{\rho} BH \sin(H' + B' + u) \\ \frac{\cos \delta \partial x}{\partial \Psi} &= \frac{r}{\rho} AK \sin(K' + A' + u) & \frac{\partial \delta}{\partial \Psi} &= \frac{r}{\rho} BK \sin(K' + B' + u) \end{aligned}$$

$$\frac{\cos \delta \delta x}{\sin i' \partial \Omega'} = \frac{r}{\rho} \operatorname{tg} \frac{1}{2} i' \cos (\alpha - \Omega' + u)$$

$$\frac{\partial \delta}{\sin i' \partial \Omega'} = -\frac{r}{\rho} \{ \sin (\alpha - \Omega + u) \sin \delta \operatorname{tg} \frac{1}{2} i' + \cos u \cos \delta \}$$

$$\frac{\cos \delta \delta x}{\partial i'} = -\frac{r}{\rho} \sin u \cos (\alpha - \Omega') \sin i'$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial i'} = \frac{r}{\rho} \{ \sin (\alpha - \Omega) \sin \delta \sin i' + \cos \delta \cos i' \} \sin u.$$

W tych wzorach r oznacza promień wodzący planety, ρ jej odległość od ziemi, $u = v + \omega'$ (v prawdziwa anomalia), A, B, A', B', F', F etc. wielkości i kąty pomocnicze, określone przez wzory następujące:

$$A \sin A' = \cos (\alpha - \Omega') \cos i'$$

$$A \cos A' = \sin (\alpha - \Omega')$$

$$m \sin M = \sin i'$$

$$m \cos M = -\sin (\alpha - \Omega') \cos i'$$

$$B \sin B' = m \sin (M + \delta)$$

$$B \cos B' = \cos (\alpha - \Omega') \sin \delta.$$

$$F \sin F' = -\frac{a}{r} \operatorname{tg} \varphi \sin v \quad G \sin G' = t \cdot F \sin F' + \frac{2}{3\mu \sin 1''}$$

$$F \cos F' = \left(\frac{a}{r}\right)^2 \cos \varphi \quad G \cos G' = t \cdot F \cos F'.$$

$$\frac{\Psi \sin 1'' \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi}{\cos \varphi} = l$$

$$\frac{\Psi \sin 1''}{\cos^2 \varphi} = n$$

$$\frac{2 + \sin \varphi \cos v}{\cos^2 \varphi} = d$$

$$\frac{\Phi \sin 1'' \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi}{\cos \varphi} = m$$

$$\frac{\Phi \sin 1''}{\cos^2 \varphi} = q$$

$$1 + \frac{(1 + \sin \varphi \cos v)^2}{2 \cos \varphi \cos^2 \frac{1}{2} \varphi} = f.$$

$$H \sin H' = \frac{a}{r} \{ \sin (v + \pi) + l \sin v \} \quad K \sin K' = \frac{a}{r} \{ \cos (v + \pi) - m \sin v \}$$

$$H \cos H' = -\{ d \cos (v + \pi) + n f \} \quad K \cos K' = \{ d \sin (v + \pi) + q f \}.$$

W tych wzorach oznacza t ilość dni, upłynionych od epoki elementów podstawowych do epoki miejsca normalnego. Znaczenie innych wielkości jest wiadome.

Rachując współczynniki wszystkich miejsc normalnych według tych wzorów, możnaby wszędzie używać tych samych elementów zasadniczych, niedokładność stąd powstająca nie byłaby zbyt wielką. Ponieważ jednakże różnica między elementami I i V jest znaczną, więc uważałem za stosowne współczynniki każdego miejsca normalnego rachować z odpowiednimi elementami. Liczby, potrzebne do rachunku, i wyniki zawarte są w niżej załączonej tabelce.

Miejsce norm.	I	II	III	IV	V	VI	VII
<i>t</i>	— 891·5	— 878·5	— 844·5	— 425·5	— 20·0	+ 409·0	+ 3565·0
<i>v</i>	29° 12' 39''	32° 3' 27''	39° 25' 31''	117° 46' 22''	177° 37' 18''	240° 41' 26''	99° 11' 53''
<i>u</i>	246 32 31	249 23 19	256 45 23	335 17 55	35 18 46	98 29 24	320 58 25
<i>r</i>	0·44854	0·44971	0·45318	0·51529	0·54503	0·51666	0·50021
<i>ρ</i>	0·26360	0·28383	0·36075	0·38082	0·40270	0·36419	0·34327
<i>A</i>	9·98656	9·98515	9·98504	9·96600	9·96807	9·99923	9·97360
<i>A'</i>	211° 20' 39''	213° 12' 34''	213° 21' 40''	122° 3' 56''	55° 1' 4''	352° 59' 35''	132° 15' 36''
<i>B</i>	9·39147	9·41638	9·42740	9·58811	9·56979	8·88046	9·54250
<i>B'</i>	25° 10' 40''	23° 8' 2''	17° 30' 29''	133° 36' 38''	60° 39' 48''	211° 54' 24''	147° 10' 47''
<i>F</i>	0·09401	0·09179	0·08517	9·96283	9·90109	9·96036	9·99519
<i>F'</i>	— 2° 57' 56''	— 3° 14' 0''	— 3° 53' 52''	— 6° 15' 5''	— 0° 18' 53''	+ 6° 9' 38''	— 6° 19' 52''
<i>G</i>	3·05639	3·04855	3·02695	2·66865	2·33488	2·65395	3·54512
<i>G'</i>	166° 8' 22''	165° 40' 25''	164° 26' 39''	146° 22' 51''	94° 13' 27''	34° 34' 29''	— 2° 49' 5''
<i>H</i>	0·04879	0·04757	0·05667	0·27726	0·06595	0·15122	0·27842
<i>H'</i>	271° 11' 50''	265° 46' 15''	252° 1' 33''	179° 49' 45''	137° 58' 7''	34° 17' 9''	187° 16' 45''
<i>K</i>	0·36130	0·36034	0·35293	9·98825	0·19806	0·19855	0·06427
<i>K'</i>	179° 4' 9''	177° 40' 45''	174° 3' 22''	98 1° 45'	16° 13' 47''	340° 11' 24''	123° 7' 17''

$\frac{\cos \delta \partial \alpha}{\partial L'}$	0-26391	0-23699	0-14500	0-06322	0-01149	0-10818	0-12509
$\frac{\cos \delta \partial \alpha}{\partial \mu}$	3-22553 n	3-19938 n	3-10302 n	2-72183 n	1-34516 n	2-71329	3-67565
$\frac{\cos \delta \partial \alpha}{\partial \Phi}$	9-36832	9-36160	8-70700	0-37430 n	0-04945 n	0-21215	0-40161 n
$\frac{\cos \delta \partial \alpha}{\partial \Psi}$	0-53009 n	0-50437 n	0-41698 n	9-51270 n	0-29006	0-32763	9-96771 n
$\frac{\cos \delta \partial \alpha}{\sin i' \partial \Omega'}$	9-27618 n	9-26772 n	9-26720 n	9-26438	9-08697	9-49651 n	8-82632
$\frac{\partial i'}{\partial \delta}$	9-53658 n	9-54723 n	9-49245 n	9-33606	9-47225 n	8-91967	9-48542
$\frac{\partial L'}{\partial \delta}$	9-67032 n	9-67402 n	9-60499 n	9-67473	9-61108	8-83064 n	9-68532
$\frac{\partial \mu}{\partial \delta}$	2-62298	2-62153	2-53829	2-37676 n	1-29519 n	1-10090 n	3-22882
$\frac{\partial \Phi}{\partial \delta}$	8-33182 n	8-10379	8-95125	9-97619 n	9-68572 n	8-60603 n	9-93359 n
$\frac{\partial \Psi}{\partial \delta}$	9-93871	9-94260	9-87257	9-36696 n	9-87671	9-20282 n	9-65589 n
$\frac{\partial \delta}{\sin i' \partial \Omega'}$	9-83079	9-96775	9-54285	0-09913 n	0-06795 n	9-35798	0-06238 n
$\frac{\partial \delta}{\partial i'}$	0-13388 n	0-12284 n	0-06460 n	9-72023 n	9-87207	0-14642	9-92791 n
$(\cos \delta dx)''$	2-92577 n	2-89219 n	2-77519 n	2-01617 n	1-42588 n	2-68622 n	3-34228 n
$d\delta''$	2-31744	2-32263	2-23578	1-58659 n	1-02531	1-45939	2-90542 n

Poprawki $d\Phi$ i $d\Psi$ są, podobnie jak Φ , Ψ , funkcjami elementów ω' , Ω' i φ , które stosownie do różnych miejsc normalnych mają wartości rozmaite. Dlatego też poprawki $\Delta\varphi$ i $\Delta\omega'$ każdego miejsca normalnego muszą wypaść rozmaicie, co jest przeciwne naszemu dążeniu. Jeżeli jednakże możemy przewidywać, że wystarczającym będzie poprawienie elementów Φ , Ψ , wynikających z elementów układu podstawowego, w takim razie na $\Delta\varphi$ i $\Delta\omega'$ otrzymamy tylko po jednej wartości, wspólnej dla wszystkich miejsc normalnych. Uczyniwszy takie założenie, otrzymujemy na Φ i Ψ , odpowiadające elementom poprawianym, wartości następujące:

$$\begin{aligned} \Phi'' &= -21460''82 & \Psi'' &= -10986''48 \\ \log \Phi'' &= 4.3316463 \text{ n} & \log \Psi'' &= 4.0408583 \text{ n}. \end{aligned}$$

Ponieważ każde miejsce normalne daje nam 2 równania postaci (b), więc wogóle otrzymamy 14 równań, z których należy określić 6 niewiadomych poprawek elementów. Spółczynniki niewiadomych oraz prawe strony równań zawarte są w tabelce.

Wyniki dalszych rachunków naturalnie tylko w tym razie mogą być dokładne, jeżeli spółczynniki obrachowane zostały bez błędu. Rachunek tych spółczynników jest uciążliwy głównie dlatego, że nie daje żadnej prostej kontroli. Jedyłą kontrolą, prowadzącą z całą pewnością do celu, jest nadanie niewiadomym pewnej, dowolnej, niezbyt wielkiej wartości i obrachowanie z temi wartościami prawych stron. Jeżeli następnie do elementów planety dodamy te same poprawki, obrachujemy na podstawie otrzymanych elementów spółrzędne geocentryczne równikowe epok wszystkich miejsc normalnych i znajdziemy, że spółrzędne te różnią się od spółrzędnych miejsc normalnych o te same ilości, jakie otrzymaliśmy po prawej stronie równań warunkowych, wtedy możemy być przekonani, że w równaniach warunkowych niema błędu. W przeciwnym razie nie pozostaje nic innego, jak spółczynniki rachować na nowo, później znów kontrolować w sposób opisany i t. d. Rachować zaś dalej bez dokładnej kontroli jest rzeczą zbyt ryzykowną, niema bowiem rachmistrzów, którzyby się nie mylili.

Kontrolę przeprowadziłem początkowo w sposób wzmiankowany i znalazłem w kilku miejscach niezgodność. Obliczyłem zatem spółczynniki powtórnie, a później zupełnie niezależnie po raz trzeci; w ten sposób niedokładności przez porównanie dały się usunąć.

Pomimo to przy pierwszym rozwiązywaniu równań warunkowych, spółczynnik przy dL' w 10-tym równaniu warunkowym użyty został z przeciwnym znakiem. Elementy stąd wypływające, chociaż mało dokładne, dosyć dobrze odtwarzały miejsca normalne. Wobec zbliżającej

się opozycyi Alethei w 1899 r. na podstawie tych przybliżonych elementów obrachowałem efemerydę, która dawała możność znalezienia planety. W istocie Dr. Palisa w Wiedniu znalazł planetę w odległości — 21° i — 0'1 od obrachowanego miejsca d. 30. paźdz. 1899 r.

14 równań warunkowych z 6-ma niewiadomemi należy rozwiązać w ten sposób, ażeby suma kwadratów pozostałych błędów była najmniejszą, a możliwie bliską zera. W równaniach warunkowych wynosi ta suma:

$$[nn] = 7526069.$$

Nie wszystkie równania warunkowe mają jednakową ważność. Zależną jest ona przedewszystkiem od ilości oddzielnych obserwacyj, które składają się na każde z tych równań warunkowych, a następnie od ważności każdej oddzielnej obserwacyi. Przyjmując za jedność pojedynczą obserwację, której ważność równa się 1, i uwzględniając to, co mówiliśmy o ważności obserwacyj przy tworzeniu miejsc normalnych, otrzymujemy następujące ważności równań warunkowych:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
Dla Δz	25	16·25	2	1	5	2	6
Dla $\Delta \delta$	25	14·25	2	1	5	2	6.

Ażeby sprowadzić równania warunkowe do tej samej miary, należy każde z nich pomnożyć przez pierwiastek kwadratowy z ważności. W ten sposób otrzymujemy równania następujące:

1.	0·96288	$dL' + 3·92450n \, d\mu + 0·06729 \, d\Phi + 1·22906 \, d\Psi + 9·97515n \, \sin i' \, d\Omega' + 0·23555n \, di' = 3·62474n$					
2.	0·36929 _n	3·32195	9·03079 _n	0·63714	0·52976	0·83285 _n	3·01641
3.	0·84242	3·80481 _n	9·96703	1·10980 _n	9·87315 _n	0·15266 _n	3·49762 _n
4.	0·25093 _n	3·19844	8·68070	0·51951	0·34466	0·69975 _n	2·89954
5.	0·29552	3·25354 _n	8·85752	0·56750 _n	9·41772 _n	9·64297 _n	2·92571 _n
6.	9·75551 _n	2·68881	9·10177	0·02319	9·69337	0·21512 _n	2·38630
7.	0·06322	2·72183 _n	0·37430 _n	9·51270 _n	9·26438	9·33606	2·01617 _n
8.	9·67473	2·37676 _n	9·97619 _n	9·36696 _n	0·09913 _n	9·72023 _n	1·58659 _n
9.	0·36098	1·69465 _n	0·39894 _n	0·63955	9·43646	9·82174 _n	1·77537 _n
10.	9·96057	1·64468 _n	0·03521 _n	0·22620	0·41744 _n	0·22156	1·37480
11.	0·25870	2·86381	0·36267	0·47817	9·64703 _n	9·07019	2·83674 _n
12.	8·98116 _n	1·25142 _n	8·75655 _n	9·35334 _n	9·50850	0·29694	1·60991
13.	0·51416	4·06472	0·79068 _n	0·35678 _n	9·21539	9·87449	3·73135 _n
14.	0·07439	3·61789	0·32266 _n	0·04496 _n	0·45145 _n	0·31698 _n	3·29449 _n

W tych równaniach zamiast liczb występują ich logarytmy, co powtarza się i następnie. Dla ujednostajnienia współczynników położmy:

$$\begin{aligned} 0·96288 \, dL' &= x, & 4·06472 \, d\mu &= y, & 0·79068 \, d\Phi &= z, \\ 1·22906 \, d\Psi &= t, & 0·52976 \, \sin i' \, d\Omega' &= u, & 0·83285 \, di' &= v. \end{aligned}$$

Przyjmując dalej dla błędów za jedność liczbę, której logarytm $\equiv 3.73135n$, mamy:

1.	$0.00000x + 9.85978ny + 9.27661nz + 0.00000t + 9.44539nu + 9.40270v = 9.89339$
2.	$9.40641n \quad 9.25723 \quad 8.24011 \quad 9.40808n \quad 0.00000 \quad 0.00000 \quad 9.28506n$
3.	$9.87954 \quad 9.74009n \quad 9.17635n \quad 9.88074 \quad 9.34339n \quad 9.31981 \quad 9.76627$
4.	$9.28805n \quad 9.13372 \quad 7.89002n \quad 9.29045n \quad 9.81490 \quad 9.86690 \quad 9.16819n$
5.	$9.33264 \quad 9.18882n \quad 8.06684n \quad 9.33844 \quad 8.88796n \quad 8.81012 \quad 9.19436$
6.	$8.79263n \quad 8.62409 \quad 8.31109n \quad 8.79403n \quad 9.16361 \quad 9.38227 \quad 8.65495$
7.	$9.10034 \quad 8.65711n \quad 9.58362 \quad 8.28364 \quad 8.73462 \quad 8.50321n \quad 8.28482$
8.	$8.71185 \quad 8.31204n \quad 9.18551 \quad 8.13790 \quad 9.56937n \quad 8.88738 \quad 7.85524$
9.	$9.39810 \quad 7.62993n \quad 9.60826 \quad 9.41049n \quad 8.90670 \quad 8.98889 \quad 8.04402$
10.	$8.99769 \quad 7.57996n \quad 9.24453 \quad 8.99714n \quad 9.88768n \quad 9.38871n \quad 7.64345n$
11.	$9.29582 \quad 8.79909 \quad 9.57199n \quad 9.24911n \quad 9.11727n \quad 9.23734n \quad 9.10539$
12.	$8.01828n \quad 7.18670n \quad 7.96587 \quad 8.12428 \quad 8.97874 \quad 9.46409n \quad 7.87856n$
13.	$9.55128 \quad 0.00000 \quad 0.00000 \quad 9.12772 \quad 8.68563 \quad 9.04164n \quad 0.00000$
14.	$9.11151 \quad 9.55317 \quad 9.53198 \quad 8.81590 \quad 9.92169n \quad 9.48413 \quad 9.56314$

Rozwiązując te równania zapomocą metody najmniejszych kwadratów, otrzymujemy dla określenia 6-ciu niewiadomych 6 równań normalnych, z których otrzymane wartości niewiadomych czynią zadość warunkowi:

$$[nn] = \text{minimum.}$$

Równania te są:

$0.30116x + 9.92567ny + 9.28847z + 0.22518t + 0.01691nu + 8.08279v = 0.24859$
$9.92567n \quad 0.30910 \quad 0.11314 \quad 0.04309n \quad 9.55654 \quad 8.26245 \quad 9.22866$
$9.28847 \quad 0.11314 \quad 0.22539 \quad 9.29380n \quad 9.35965n \quad 8.90091n \quad 9.92962$
$0.22518 \quad 0.04309n \quad 9.29380n \quad 0.27023 \quad 9.91782n \quad 8.17609 \quad 0.16859$
$0.01691 \quad 9.55654 \quad 9.35965n \quad 9.91782n \quad 0.48417 \quad 0.10563 \quad 9.96675n$
$8.08279 \quad 8.26245 \quad 8.90091n \quad 8.17609 \quad 0.10563 \quad 0.29627 \quad 8.32634$

Rugując z tych równań niewiadome sposobem podanym przez Gaussa, otrzymujemy następujące równania określające:

$0.30116x + 9.92567ny + 9.28847z + 0.22518t + 0.01691nu + 8.08279v = 0.24859$
$0.22596y + 0.13969z + 9.59868nt + 8.89098nu + 8.12057nv = 9.96185$
$9.72469z + 8.53656nt + 8.80686nu + 8.84510nv = 8.86094n$
$9.55315t + 8.35603u + 7.44716nv = 9.29601$
$0.39726u + 0.10481v = 8.19866$
$0.12044v = 7.17609$

Z tych równań otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \log x &= 9.87698, & \log y &= 9.87911, & \log z &= 9.00030n, \\ \log t &= 9.74264, & \log u &= 7.75503, & \log v &= 7.05565, \end{aligned}$$

a poszukiwane poprawki elementów wynoszą :

$$\begin{aligned} dL' &= -7' 22'' 03, & d\mu &= -0'' 35 1350, & d\Phi &= -1' 27'' 29, \\ d\Psi' &= +2' 55'' 76, & d\Omega' &= -20'' 71, & di' &= +0'' 90. \end{aligned}$$

Jeżeli oznaczymy :

$$\begin{aligned} d\Phi &= n \sin N \\ d\Psi' &= n \cos N, \end{aligned}$$

to poprawki $d\pi'$ i $d\varphi$ otrzymujemy zapomocą wzorów :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} d\pi' &= \frac{n \sin(N - \pi_0)}{e_0'' + n \cos(N - \pi_0)} \\ d\varphi &= \frac{n \cos(N - \pi' + \frac{1}{2} d\pi')}{\cos \varphi_0 \cos \frac{1}{2} d\pi'} \end{aligned}$$

Wypada stąd :

$$\begin{aligned} d\pi' &= +27'' 58'' 68, & d\varphi &= -1'' 60 \text{ oraz } d\omega' = +28' 19'' 39 \\ & & & dM = -35' 20'' 71. \end{aligned}$$

Wreszcie, przechodząc z równika na ekliptykę, otrzymujemy następujący system poprawek elementów zasadniczych :

$$\begin{aligned} dM &= -35' 20'' 71, & d\omega &= +28' 24'' 83, & d\Omega &= -24'' 50, \\ di &= -7'' 87, & d\varphi &= -1'' 60, & d\mu &= -0' 35 1350. \end{aligned}$$

Jeżeli oznaczymy przez t ilość dni, które upłynęły od epoki elementów podstawowych do epoki każdego z miejsc normalnych, to anomalie średnią każdego miejsca normalnego trzeba poprawić o ilość $td\mu + dM$. Poprawka ta dla wszystkich miejsc normalnych wynosi :

$$\begin{aligned} 1) & - 30' 7'' 48, & 2) & - 30' 12'' 05, & 3) & - 30' 24'' 00, & 4) & - 32' 51'' 21, \\ & 5) & - 35' 13'' 68, & 6) & - 37' 44'' 41, & 7) & - 56' 13'' 28. \end{aligned}$$

Poprawione zatem elementy epok miejsc normalnych wraz z odpowiednimi stałymi są następujące :

	I	II	III	IV	V	VI	VII
<i>M</i>	22° 38' 21'' 16	24° 56' 22'' 79	30° 57' 22'' 44	104° 52' 35 91	176° 25' 32'' 28	252° 13' 18'' 43	85° 87' 45'' 16
<i>ω</i>		152° 12' 24'' 28		152 24 19 17	152 34 37 53	152 41 9 44	156 40 54 86
<i>Ω</i>		88 33 40 37		88 33 15 65	88 32 51 01	88 32 47 70	88 29 55 97
<i>i</i>		10 43 24 72		10 43 21 39	10 43 23 57	10 43 22 15	10 42 42 18
<i>φ</i>		6 43 4 61		6 43 16 24	6 42 43 19	6 42 7 05	6 20 19 40
<i>μ</i>		637'' 74061		637'' 36179	637'' 04876	637'' 04006	635'' 41174
<i>log a</i>		0 4969083		0 4970804	0 4972226	0 4972266	0 4979676
Równ.		1890 0		1890 0	1890 0	1890 0	1900 0
<i>A</i>		330° 44' 32'' 63		330° 56' 2'' 37	331° 5' 55'' 65	331° 12' 24'' 20	335° 9' 15'' 04
<i>B</i>		245 24 58 19		245 36 27 46	245 46 22 66	245 52 50 72	249 49 29 99
<i>C</i>		217 48 11 25		217 59 52 01	218 9 46 03	218 16 17 81	222 14 52 23
<i>sin a</i>		9 9923538		9 9923549	9 9923543	9 9923548	9 9923710
<i>sin b</i>		9 9630952		9 9630911	9 9630871	9 9630865	9 9630596
<i>sin c</i>		9 6403969		9 6404091	9 6404311	9 6404311	9 6404678

Spółrzędne równikowe planety oraz pozostałe różnice O—R epok
miejsce normalnych są:

	z	Δz	δ	$\Delta \delta$
I	17 ^h 24 ^m 39 ^s .00	— 0.34	— 23° 25' 51 ^{''} .8	+ 2 ^{''} .7
II	17 16 51.86	+ 0.50	— 24 4 38.2	+ 3.4
III	17 16 11.70	+ 2.92	— 25 35 48.8	— 4.4
IV	23 43 16.07	+ 5.12	— 17 51 5.6	+ 33.6
V	3 49 37.03	— 1.33	+ 12 25 15.2	— 2.1
VI	8 11 53.19	+ 1.93	+ 28 25 51.0	+ 17.3
VII	23 3 41.93	+ 2.66	— 22 14 8.3	+ 19.2

Suma kwadratów pozostałych błędów jest już znacznie mniejszą i wynosi tylko 12567. Jest to jednakże ilość jeszcze dosyć znaczna, i musimy się starać zmniejszyć ją jeszcze, o ile to możliwe. Widzimy z powyższego zestawienia, że największe różnice O—R wypadają na czwarte miejsce normalne, które jest ze wszystkich najmniej dokładnem (wszystkiego jedna obserwacya). Różnice te muszą się zmniejszyć, jeżeli jeszcze raz rozwiążemy równania warunkowe, uważając je za jednakowo ważne. Inne różnice okazały się znacznie większemi w porównaniu z temi, jakie wypływają z równań warunkowych po podstawieniu w nie niewiadomych, wskutek tego, że we wszystkich miejscach normalnych przyjętem zostało jednakowe $d\varphi$ i $d\omega'$. Gdy $d\varphi$ i $d\omega'$ obrachujemy oddzielnie w każdym układzie elementów oskulujących, t. j. uwzględniając rozmaite wartości ω i φ , to różnice otrzymane z równań zgadzają się z otrzymanymi przez porównanie obrachowanych i obserwowanych spółrzędnych planety. Zatem dla większej dokładności drugie poprawki $d\varphi$ i $d\omega$ należy obrachować na średnie wartości ω i φ . Naturalnie zupełna zgodność w ten sposób osiągnięta być nie może. Okazuje się zatem, że wprowadzenie elementów Φ i Ψ nie jest bardzo korzystne w tych razach, gdy epoki miejsce normalnych są od siebie znacznie odległe, a zatem punkty przysłoneczne drogi planety, odpowiadające epokom tych miejsc normalnych, są znacznie od siebie oddalone.

Do obrachowania dalszych poprawek elementów użyjemy tych samych współczynników równań warunkowych, gdyż wprowadzenie poprawionych elementów na miejsce pierwotnych nie miałyby wielkiego znaczenia dla dokładności. Prawe strony równań są:

$\Delta \alpha'' \cos \delta$	0.67020 _n	0.83553	1.59661	1.86395	1.28965 _n	1.40588	1.56743
$\Delta \delta''$	0.43136	0.53148	0.64345 _n	1.52634	0.32222 _n	1.23805	1.28330.

Kładąc dla ujednostajnienia :

$$\begin{aligned} 0.26391 dL' &= x, & 3.67565 d\mu &= y, & 0.40161 n d\Phi &= z, \\ 0.53009 n d\Psi &= t, & 0.09913 n \sin i' d\Omega' &= u, & 0.14642 di'' &= v \end{aligned}$$

i przyjmując za jedność błędu 1.86395, otrzymamy nowy układ równań warunkowych w postaci:

1.	0.00000	$x + 9.54988 n y + 8.96671 n z + 0.00000 t + 9.17705 u + 9.39016 n v = 8.80625 n$
2.	9.40641 n	8.94733 7.93021 9.40808 n 9.73166 n 9.98746 n 8.56741
3.	9.97308	9.52373 n 8.95999 n 9.97428 9.16859 9.40081 n 8.97158
4.	9.41011 n	8.94588 7.70218 n 9.41251 n 9.66862 n 9.97642 n 8.66753
5.	9.88109	9.42737 n 8.30539 n 9.88689 9.16807 9.34603 n 9.73266
6.	9.34108 n	8.86264 8.54964 n 9.34248 n 9.44372 n 9.91818 n 8.77950 n
7.	9.79931	9.04618 n 9.97269 8.98261 9.16525 n 9.18964 0.00000
8.	9.41082	8.70111 n 9.57458 8.83687 0.00000 9.57381 n 9.66239
9.	9.74758	7.66951 n 9.64784 9.75997 n 8.98784 n 9.32583 n 9.42570 n
10.	9.34717	7.61954 n 9.28411 9.34662 n 9.96882 9.72565 8.45827 n
11.	9.84427	9.03764 9.81054 n 9.79756 n 9.39738 8.77325 9.54193
12.	8.56673 n	7.42525 n 8.20442 8.67273 9.25885 n 0.00000 9.37410
13.	9.86118	0.00000 0.00000 9.43762 8.72719 n 9.33900 9.70348
14.	9.42141	9.55317 9.53198 9.12580 9.96325 9.78149 n 9.41935.

Z tych równań otrzymujemy równania normalne:

$$\begin{aligned} 0.65830 x + 9.08955 y + 0.06326 z + 0.33308 t + 0.15276 u + 8.42488 v &= 0.22804 \\ 9.08955 x + 0.17152 y + 9.99629 z + 9.84173 n t + 8.15836 u + 7.83885 v &= 9.55814 \\ 0.06326 x + 9.99629 y + 0.44874 z + 9.55169 t + 9.64953 u + 8.89763 v &= 0.13020 \\ 0.33308 x + 9.84173 n y + 9.55169 z + 0.54974 t + 9.75534 u + 7.56820 v &= 9.83626 \\ 0.15276 x + 8.15836 y + 9.64953 z + 9.75534 t + 0.54290 u + 9.67477 v &= 9.79920 \\ 8.42488 x + 7.83885 y + 8.89763 z + 7.56820 t + 9.67477 u + 0.66356 v &= 8.87274 \end{aligned}$$

oraz równania określające:

$$\begin{aligned} 0.65830 x + 9.08955 n y + 0.06326 z + 0.33308 t + 0.15276 u + 8.42488 v &= 0.22804 \\ 0.17056 y + 0.00975 z + 9.80380 n t + 8.72263 u + 7.88081 v &= 9.60086 \\ 0.25770 z + 9.39550 t + 8.68574 u + 8.82607 v &= 9.80929 \\ 0.34637 t + 8.93952 n u + 8.17026 n v &= 8.48714 n \\ 0.48290 u + 9.66455 v &= 8.84073 \\ 0.65662 v &= 8.44871 \end{aligned}$$

z których wynikają następujące wartości niewiadomych:

$$\begin{aligned} x &= 9.44762, & y &= 8.21505, & z &= 9.55273, \\ t &= 8.11151 n, & u &= 8.33927, & v &= 7.79249. \end{aligned}$$

Poszukiwane poprawki są:

$$\begin{aligned} dL' &= + 11''66, & d\mu &= + 0''000253, & d\Phi &= - 10''35, \\ d\Psi &= + 0''28, & d\Omega' &= - 2''91, & di'' &= + 0''32. \end{aligned}$$

Podstawiając te wartości w równaniach warunkowych, otrzymamy następujące pozostałe błędy miejsc normalnych:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
$\Delta z \cos \delta$	$-1^{\circ}41$	$-0^{\circ}60$	$+1^{\circ}69$	$+2^{\circ}45$	$-2^{\circ}85$	$+1^{\circ}77$	$-0^{\circ}33$
$\Delta \delta$	$+8''7$	$+9''6$	$+2''5$	$+17''3$	$-13''6$	$+17''6$	$+3''3$

Suma kwadratów pozostałych błędów wynosi obecnie 6047. Jest to granica dokładności, do której można było dojść przy założeniach, na początku wymienionych. Zaznaczyć należy, iż główną przyczyną stosunkowo znacznych pozostających błędów jest obserwacja z r. 1887 (t. j. czwarte miejsce normalne). Opuszczając tę obserwację, możnaby, jak wynika z pobieżnego rachunku, otrzymać błędy innych miejsc normalnych, prawie że nie przekraczające możliwych błędów obserwacji. Jaką jest istotna tego przyczyna, wykażą dalsze poszukiwania, zmierzające do wyznaczenia ostatecznych elementów.

Z otrzymanych poprawek rachujemy poprawki elementów, odniesionych do ekliptyki, które są:

$$\begin{aligned} dM &= -30''93, & d\omega &= +47''81, & d\Omega &= -5''53, \\ di &= -0''81, & d\varphi &= +9''21, & d\mu &= +0''000253. \end{aligned}$$

Do rachunku tych ostatnich poprawek użyte zostały nie jak poprzednio elementy oskulujące z r. 1888, lecz średnie wartości 5 ciu układów elementów, odpowiadających epokom miejsc normalnych. Przez to błędy rozłożą się bardziej równomiernie na wszystkie miejsca normalne. Pomimo to błędy te nie będą ściśle równały się tym, które wynikają z podstawienia poprawek w równaniach warunkowych, t. j. przytoczonych powyżej. Równość zachodziłaby tylko wówczas, gdyby poprawki elementów, odniesionych do ekliptyki każdego miejsca normalnego, rachowane były z odpowiadającymi mu elementami. Wtedy jednakże otrzymalibyśmy tyleż różnych systemów poprawek. Dodać winienem, że rachunek ten dla kontroli został wykonany i zgodność powyższa stwierdzona.

Poprawka $td\mu + dM$ siedmiu miejsc normalnych wynosi:

- 1) — $31''16$, 2) — $31''15$, 3) — $31''14$, 4) — $31''04$,
5) — $30''94$, 6) — $30''83$, 7) — $30''03$.

Stałe A , B , C , $\sin a$, $\sin b$, $\sin c$ wobec nieznaczących zmian elementów ulegną również tylko nieznaczącej zmianie. Zamiast więc rachować te stałe według zwykle używanych wzorów, wygodniej obrachować

tylko ich zmiany na podstawie wzorów różniczkowych. Wzory te wyprowadzają się z łatwością. Mamy:

$$\begin{aligned} \sin a \sin A' &= \cos \Omega \\ \sin a \cos A' &= -\sin \Omega \cos i. \end{aligned}$$

Różniczkując, otrzymujemy po zrozumiałych podstawieniach:

$$\begin{aligned} \sin a \, dA' &= (\sin A' \cos \Omega \cos i - \cos A' \sin \Omega) \, d\Omega - \sin A' \sin \Omega \sin i \, di \\ d \ln \sin a &= -\operatorname{tg} \Omega \, d\Omega - \operatorname{ctg} A' \, dA'. \end{aligned}$$

Podobnie:

$$\begin{aligned} \sin b \sin B' &= \sin \Omega \cos \varepsilon \\ \sin b \cos B' &= \cos \Omega \cos i \cos \varepsilon - \sin i \sin \varepsilon, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin b \, dB' &= \sin a \sin (A' - B') \cos \varepsilon \, d\Omega + \sin B' (\cos \Omega \sin i \cos \varepsilon + \cos i \sin \varepsilon) \, di \\ d \ln \sin b &= \operatorname{ctg} \Omega \, d\Omega - \operatorname{ctg} B' \, dB', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin c \sin C' &= \sin \Omega \sin \varepsilon \\ \sin c \cos C' &= \cos \Omega \cos i \sin \varepsilon + \sin i \cos \varepsilon, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin c \, dC' &= \sin a \sin (A' - C') \sin \varepsilon \, d\Omega - \sin C' (-\cos \Omega \sin i \sin \varepsilon + \cos i \cos \varepsilon) \, di \\ d \ln \sin c &= \operatorname{ctg} \Omega \, d\Omega - \operatorname{ctg} C' \, dC'. \end{aligned}$$

Ażeby otrzymać poprawkę zwykłych logarytmów na $\sin a$, $\sin b$, $\sin c$, trzeba poprawkę logarytmów naturalnych pomnożyć przez moduł logarytmów zwykłych; dalej ponieważ $d\Omega$ i dA' etc. wyrażamy w sekundach, należy prawą stronę wyrażen tych poprawek pomnożyć przez $\sin 1''$; wreszcie, ażeby poprawki otrzymać w jednościach siódmego miejsca dziesiętnego, mnożymy je przez 10^7 . Położymy jeszcze dla uproszczenia:

$$\begin{aligned} \cos \Omega \sin i &= d \sin D \\ \cos i &= d \cos D \\ \sin \Omega &= e \sin E \\ \cos \Omega \cos i &= e \cos E. \end{aligned}$$

Otrzymujemy ostatecznie:

$$\begin{aligned} \sin a \, dA' &= e \sin (A' - E') \, d\Omega - \sin A' \sin \Omega \sin i \, di \\ \sin b \, dB' &= \sin a \sin (A' - B') \cos \varepsilon \, d\Omega + d \sin B' \sin (D + E) \, di \\ \sin c \, dC' &= \sin a \sin (A' - C') \sin \varepsilon \, d\Omega - d \sin C' \cos (1 + E) \, di \end{aligned}$$

$$m \, d \lg \sin a = -\operatorname{tg} \Omega \, d\Omega'' - \operatorname{ctg} A' \, dA''$$

$$m \, d \lg \sin b = \operatorname{ctg} \Omega \, d\Omega'' - \operatorname{ctg} B' \, dB''$$

$$m \, d \lg \sin c = \operatorname{ctg} \Omega \, d\Omega'' - \operatorname{ctg} C' \, dC''$$

$$\lg m = 8.67665$$

$$dA = dA' + d\omega$$

$$dB = dB' + d\omega$$

$$dC = dC' + d\omega.$$

Stosowanie tych wzorów jest korzystne z tego względu, iż wystarczy rachunek cztero a najwyżej pięciocyfrowy i nie trzeba przeprowadzać rachunku wszystkich układów elementów, jak to przy stosowaniu wzorów ścisłych jest konieczne, lecz wystarczy obrachować poprawki jednego średniego układu elementów, o ile różnice między oddzielnymi Ω i i a średnimi znajdując się w granicach $\pm 1'$.

Poprawki te rachowałem na średnie Ω i i , odpowiadające pierwszym czterem opozycjom, oddzielnie zaś na opozycję r. 1898. Okazało się wszakże, że poprawki w obu przypadkach były jednakowe, mianowicie:

$$\begin{array}{lll} dA' = -5''63, & d\lg \sin a = + 5, & dA = + 42''18, \\ dB' = -5''76, & d\lg \sin b = -10, & dB = + 42''05, \\ dC' = -3''04, & d\lg \sin c = + 26, & dC = + 44''77. \end{array}$$

Wartości na wynikające po dodaniu tych poprawek A' , B' , C' , $\sin a$, $\sin b$, $\sin c$ zostały skontrolowane zapomocą wzoru:

$$\sin a \cos A' \operatorname{tg} i = \sin b \sin c \sin (C' - B')$$

przyczem stwierdzoną została zupełna zgodność.

Elementy zatem i stałe, odpowiadające epokom, blizkim opozycyj, są obecnie następujące:

M. n.	I	II	III	IV	V	VI	VII
<i>M</i>	22° 37' 50'' 00	24° 55' 51'' 64	30° 56' 51'' 30	104° 52' 4' 87	176° 25' 1' 34	252° 12' 47'' 60	85° 37' 15'' 13
<i>ω</i>		152 13 12· 09		152 25 6· 98	152 35 25· 34	152 41 57· 25	156 41 42· 67
<i>Ω</i>		88 33 34· 84		88 33 10· 12	88 32 45· 48	88 32 42· 17	88 29 50· 44
<i>i</i>		10 43 23· 91		10 43 20· 58	10 43 22· 76	10 43 21· 34	10 42 41· 37
<i>φ</i>		6 43 13· 82		6 43 25· 45	6 42 52· 40	6 42 16· 26	6 20 28· 61
<i>μ</i>		637· 74086		637· 36204	637· 04901	637· 04031	635· 41199
<i>log a</i>		0·4469082		0·4970803	0·4972225	0·4972265	0·4979675
Równ.		1890·0		1890·0	1890·0	1890·0	1900·0
<i>A</i>		330° 45' 34'' 81		330° 56' 44'' 55	331° 6' 37'' 83	331° 13' 6'' 38	335° 9' 57'' 22
<i>B</i>		245 25 40· 24		245 37 9· 51	245 47 4· 71	245 53' 32· 77	249 50 12· 04
<i>C</i>		217 48 56· 02		218 0 36· 78	218 10 30· 80	218 17 2· 58	222 15 37· 00
<i>sin a</i>		9·9923543		9·9923554	9·9923548	9·9923553	9·9923716
<i>sin b</i>		9·9630942		9·9630901	9·9630861	9·9630855	9·9630586
<i>sin c</i>		9·6403985		9·6404117	9·6404337	9·6404337	9·6404704

Rachując na podstawie tych elementów spółrzedne geocentryczne epok miejsc normalnych, otrzymujemy następujące różnice O — R:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
$\Delta\alpha \cos \delta$	— 1 [·] 42	— 0 [·] 59	+ 1 [·] 68	+ 2 [·] 40	— 2 [·] 86	+ 1 [·] 80	— 0 [·] 30
$\Delta\delta$	+ 8 ^{''} 7	+ 9 ^{''} 8	+ 2 ^{''} 7	+ 17 ^{''} 3	— 13 ^{''} 8	+ 17 ^{''} 5	+ 4 ^{''} 0.

Zgodność tych różnic z temi, które wypływają z równań warunkowych, jest w granicach dokładności 7-cyfrowego rachunku prawie zupełną. Kilka większych zboczeń są, jak to już wspomnieliśmy, skutkiem niezupełnej idyntityczności poprawek $d\varphi$ i $d\omega$ różnych miejsc normalnych, pomimo idyntitycznych $d\Phi$ i $d\Psi$.

Po ogłoszeniu obserwacyj, dokonanych w czasie opozycyi r. 1899, przystąpię natychmiast do rachunku ostatecznych elementów. W tym celu przedewszystkiem trzeba będzie poprawić przyjęte pozycye gwiazd porównawczych na podstawie wszystkich istniejących obserwacyj tych gwiazd; dalej wykonać rachunek zaburzeń Saturna, oraz, jeżeli to okaże się koniecznem, przynajmniej na epoki największego zbliżenia się do Jowisza obrachować zaburzenia Jowisza z poprawionymi elementami.

Lwów, 11. stycznia 1900. — Obserwatorium.

