

346/2006

Raport Badawczy

RB/30/2006

Research Report

**Metody i strategie zarządzania
portfelem obligacji**

A. Jakubowski

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. zw. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2006

Raport Badawczy

RB/30/2006

Research Report

**METODY I STRATEGIE ZARZĄDZANIA
PORTFELEM OBLIGACJI**

Andrzej Jakubowski

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

*Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences*

Warszawa, grudzień 2006

Andrzej Jakubowski

METODY I STRATEGIE ZARZĄDZANIA PORTFELEM OBLIGACJI *

Streszczenie

W pracy przedstawiono sformalizowane metody i modele zarządzania portfelowego na rynku obligacji o stałym oprocentowaniu. Zasadniczy nurt prowadzonych rozważań dotyczy problematyki aktywnego i pasywnego zarządzania portfelem obligacji oraz immunizacji portfela ze względu na ryzyko stopy procentowych. Podano obszerny przegląd metod i strategii zarządzania portfelem obligacji. Dokonano podziału tych metod na metody aktywne, metody pasywne oraz metody semi-aktywne, wiążące się z zastosowaniem tzw. immunizacji warunkowej portfela (*contingent immunization*). Przedstawiono również rys historyczny rozwoju analizowanych metod oraz obszerny wykaz wybranych pozycji literaturowych.

* Praca zostanie zgłoszona do publikacji w czasopiśmie naukowym: *Bank i Kredyt*, NBP.

Spis treści

1. Wprowadzenie	1
2. Aktywne a pasywne metody zarządzania portfelem obligacji	1
3. Zarządzanie aktywne	16
3.1. Strategie: go long – go short	16
3.2. Strategie prognozy kształtu krzywej dochodowości (<i>yield curve strategies</i>)	20
3.3. Strategie prognozy rozpiętości pomiędzy stopami zwrotu dla różnych sektorów rynku (<i>yield spread strategies</i>)	24
3.4. Strategie arbitrażowe dla indywidualnych obligacji	26
3.5. Strategie wykorzystujące transakcje zamiany (<i>swaps</i>) oraz instrumenty pochodne (<i>futures, options, caps, floors</i>)	27
3.6. Analiza portfelowa	27
4. Zarządzanie pasywne	29
4.1. Strategie typu "kup i trzymaj" (<i>buy and hold</i>)	30
4.2. Strategie indeksowe	33
5. Immunizacja, portfele dedykowane	34
5.1. Immunizacja portfela obligacji przy jednym zobowiązaniu finansowym	35
5.2. Immunizacja warunkowa (<i>contingent immunization</i>)	39
5.3. Immunizacja przy wielu zobowiązaniach. Portfele dedykowane	41
Literatura	47

1. Wprowadzenie

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy będą sformalizowane metody i modele zarządzania portfelowego na rynku obligacji. Przedstawimy obszerny przegląd metod i strategii zarządzania aktywnego, zarządzania semi-aktywnego (immunizacja) oraz zarządzania pasywnego portfelem inwestycyjnym.

W ramach strategii zarządzania aktywnego przedstawimy strategię typu *go long - go short*, strategię prognozy kształtu krzywej dochodowości, strategię rozpiętości pomiędzy stopami zwrotu dla różnych sektorów rynku oraz strategię arbitrażową dla indywidualnych obligacji. Przedyskutujemy również zagadnienie stosowalności klasycznej teorii portfelowej H. Markowitza w odniesieniu do rynku obligacji.

Analizując zarządzanie semi-aktywne portfelem obligacji, przedstawimy zagadnienie immunizacji portfela ze względu na ryzyko nieoczekiwanych zmian rynkowych stóp procentowych przy założeniu istnienia jednego zobowiązania finansowego, omówimy problem immunizacji przy istnieniu całego strumienia zobowiązań, opiszemy tzw. portfele dedykowane oraz zagadnienie warunkowej immunizacji (*contingent immunization*).

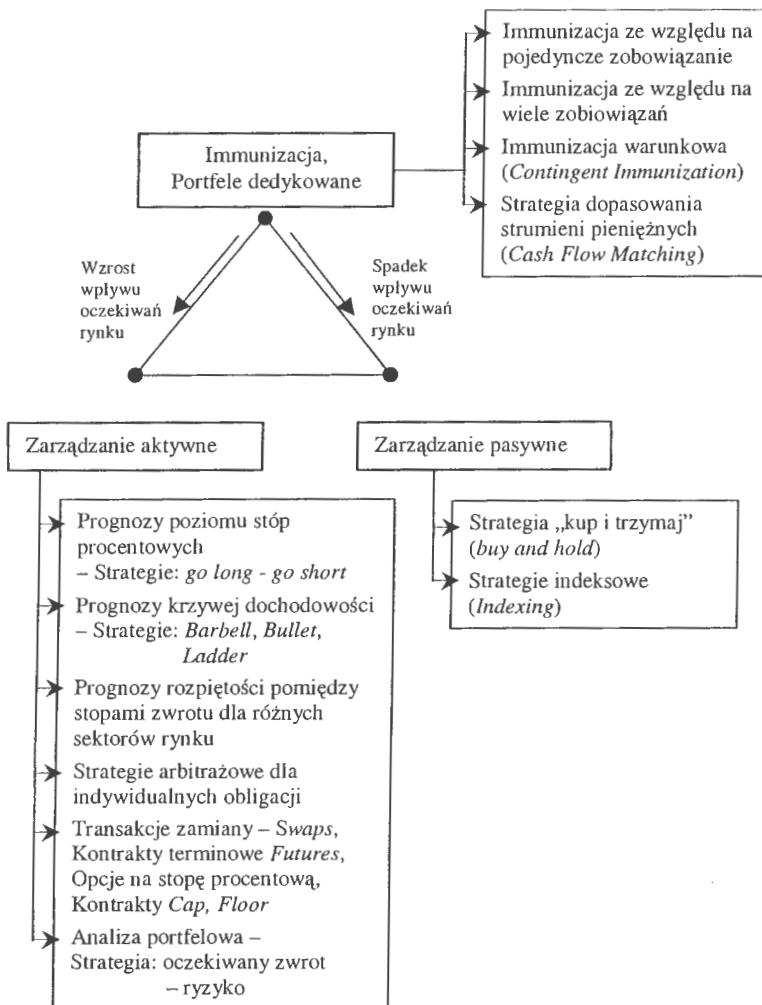
Dokonując analizy metod zarządzania pasywnego na rynku obligacji, omówimy strategię typu "kup i trzymaj" (*buy and hold*) oraz strategię indeksowe.

Na początku rozważań, podamy klasyfikację, rys historyczny rozwoju analizowanych metod oraz omówimy wybrane pozycje literaturowe.

2. Aktywne a pasywne metody zarządzania portfelem obligacji

Komercyjne zastosowanie sformalizowanych metod ilościowych opracowanych dla rynku obligacji rozpoczęło się na szerszą skalę dopiero w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku. Tak więc w tym zakresie nastąpiło istotne opóźnienie w stosunku do rynku akcji, gdzie nowoczesne metody analizy portfelowej H. Markowitza (1959, 1987), czy też modele pasywnego zarządzania indeksowego – rozwijane były na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych.

W odniesieniu do rynku obligacji istotny jest podział na trzy grupy metod, modeli i strategii zarządzania inwestycjami; a mianowicie metody aktywne, metody semi-aktywne oraz metody pasywne. Podział ten zilustrowano na rysunku 1, będącym uogólnieniem i rozszerzeniem schematu podanego w pracy Fabozziego, Fonga (1994).



Rys. 1. Schemat metod i strategii zarządzania inwestycjami na rynku obligacji.

Możemy najogólniej powiedzieć, że to co najsilniej odróżnia metody aktywne od metod pasywnych – to wpływ oczekiwań rynkowych co do przyszłego kształtu struktury terminowej stóp procentowych na strategię inwestycyjne menedżerów zarządzających portfelami obligacji. W przypadku zarządzania aktywnego, wpływ tych oczekiwań jest największy; natomiast modele pasywnego zarządzania portfelowego nieomal w ogóle nie uwzględniają prognoz czy też oczekiwań rynkowych co do przyszłej postaci struktury terminowej. Zaznaczono to symbolicznie biegnącymi w dół strzałkami na omawianym schemacie.

Natomiast dla modeli semi-aktywnych, wpływu zmian stóp procentowych z upływem czasu bieżącego nie można – szczególnie w długich okresach – całkowicie pominąć. Wynika to stąd, że w przypadku modeli immunizacyjnych, parametry tych modeli (a więc okresowość i wypukłość portfeli obligacji) zależą zarówno od bieżącego poziomu stóp procentowych, jak i od upływu czasu bieżącego. Nieco bardziej odporne na ryzyko stóp procentowych są portfele dedykowane, w których ściśle dopasowuje się przyszłe strumienie pieniężne otrzymywane w wyniku inwestycji w obligacje do przyszłych strumieni zobowiązań; jednak i tu występuje zagadnienie reinwestycji odsetek i związany z tym problem ryzyka stopy procentowej.

Poszczególne elementy schematu prezentowanego na rysunku 1, a więc różne metody i strategie zarządzania portfelem obligacji omówimy bardziej szczegółowo w dalszej części pracy. Natomiast poniżej, przedstawimy kolejne etapy rozwoju analizowanych metod zarządzania inwestycjami na rynku dłużnych papierów wartościowych oraz omówimy wybrane publikacje z rozpatrywanej dziedziny.

* * *

Biorąc pod uwagę, że analiza rynku obligacji wiąże się ściśle z analizą koncepcji stopy procentowej oraz analizą mechanizmów wpływających na kształtowanie się z upływem czasu bieżącego struktury terminowej stóp procentowych, za pionierskie prace z tej dziedziny należy uznać fundamentalne badania Irwina Fishera (1930): *The Theory of Interest* (MacMillan, New York; reprint: A. M. Kelly, New York 1965).

Kolejnym etapem rozwoju metod naukowych dotyczących analizy ryzyka stopy procentowej na rynku obligacji była koncepcja parametrów okresowości (*duration*) oraz wypukłości (*convexity*) sformułowana przez F.R. Macaulaya (1938): *Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856* (Columbia University Press, National Bureau of Economic Research, New York). Koncepcję tę wykorzystał następnie F.M. Redington (1952), wprowadzając nowe pojęcie immunizacji portfela obligacji - w pracy:

Review of the Principle of Life Office Valuation. (Journal of the Institute of Actuaries, 1952, vol. 18, pp. 286-340).

Zagadnienie immunizacji portfela ze względu na ryzyko stóp procentowych zostało następnie uogólnione na przypadek struktury terminowej stóp procentowych o dowolnym kształcie. Do pierwszych prac z tego zakresu należy zaliczyć pracę L. Fishera, R.L. Weila (1971): *Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations – Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies* (Journal of Business, October, pp. 408-431). W pracy tej ograniczono się jednak do założenia tylko równoległych przesunięć nieliniowej krzywej dochodowości.

Następne etapy rozwoju sformalizowanych metod analizy rynku obligacji wyznacza praca G. Bierwaga (1987): *Duration Analysis – Managing Interest Rate Risk* (Ballinger Publishing Company, Cambridge, Mass.) W pracy tej wprowadzono pojęcie “okna okresowości” (*duration window*), co pozwoliło na lepsze zrozumienie istoty odporności zimmunizowanych portfeli obligacji na ryzyko nieoczekiwanych zmian stóp procentowych. Godną polecenia oraz często cytowaną pracą przeglądową zaawansowanych metod zarządzania portfelem obligacji (stan wiedzy z początku lat osiemdziesiątych XX w.) jest nieco wcześniejsza publikacja G.C. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toeys, Eds. (1983): *Innovations in Bond Portfolio Management Duration Analysis and Immunization* (JAI Press, Greenwich, Conn.).

Dalszy rozwój sformalizowanych metod zarządzania portfelem obligacji, wykorzystujących modele programowania matematycznego (głównie dla liniowych i kwadratowych funkcji celu) przedstawiono w zbiorczej pracy: S.A. Zenios, Ed. (1993), *Financial Optimization* (Cambridge University Press, Cambridge).

Istotną pracą dającą podstawy dla sformułowania modeli matematycznych aktywnego zarządzania portfelem obligacji jest publikacja G.C. Babcocka (1984): *Duration as a Link between Yield and Value* (Journal of Portfolio Management, Summer, pp. 58-65; Corrections – Fall). Wcześniej, praca ta była rozpowszechniana w postaci raportów wewnętrznych G.C. Babcocka (1976) oraz G.C. Babcock, T.C. Langetieg (1978). Model Babcocka dotyczy jednoindeksowego modelu rzeczywistej stopy zwrotu z inwestycji w obligację, w obecności ryzyka stopu procentowej (*realized yield*). W modelu tym założono, że tzw. krzywa dochodowości, będąca interpretacją graficzną struktury terminowej stóp procentowych jest płaska (co na ogół nie jest spełnione). Uogólnienie tego modelu na przypadek krzywej dochodowości o dowolnym kształcie – oraz przy dodatkowym założeniu proporcjonalnych zmian tej krzywej – można znaleźć w publikacjach autora niniejszej pracy; Jakubowski (2004a, 2006a).

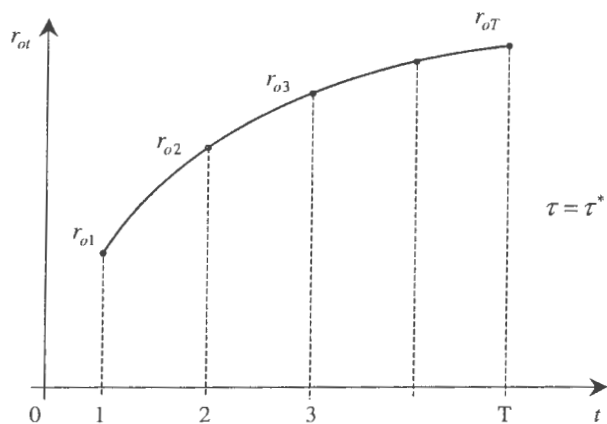
Dalszym rozwinięciem modelu G.C. Babcocka są dwuwskaznikowe modele rzeczywistej stopy zwrotu z inwestycji w obligacje. W modelach tych na ogół zakłada się, że głównymi czynnikami wpływającymi na

losowość jednookresowej stopy zwrotu z obligacji (*period-by-period return*) są zmiany poziomu krótkookresowej stopy procentowej *spot* – jako czynnik pierwszy; oraz zmiany rozpiętości pomiędzy stopami krótkoterminowymi a stopami długoterminowymi – jako czynnik drugi. Do pierwszych opracowań z tego zakresu należy zaliczyć prace M. Brennana, E. Schwartza (1983): *Duration, Bond Pricing and Portfolio Management* oraz J. Nelsona, S. Schaefera (1983), *The Dynamics of the Term Structure and Alternative Portfolio Immunization Strategies*. Obie te prace opublikowano w cytowanej już pracy zbiorowej Kaufmana, Bierwaga, Toevsa (1983).

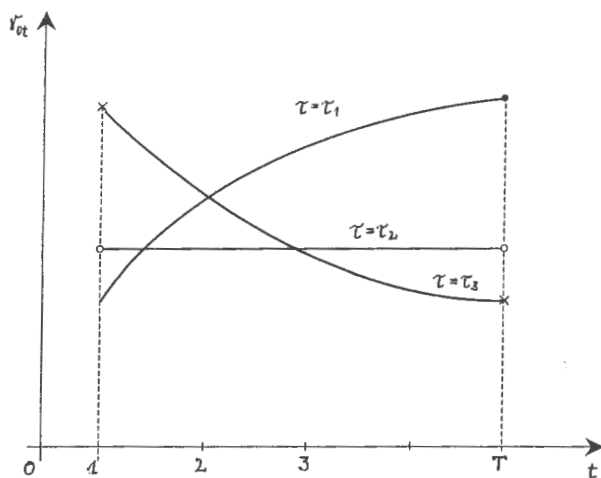
Nieco później, opracowano kolejne modele dwuwskaznikowe: por. E.J. Elton, M.J. Gruber, P. Naber J. (1988), *Bond Returns, Immunization and the Return Generating Process* (W: Sarnat M., Szego G., Eds., *Studies in Banking and Finance*, North-Holland, New York), E.J. Elton, M.J. Gruber, R. Michaely (1990), *The Structure of Spot Rates and Immunization* (*Journal of Finance*, XLV, No. 2, June, pp. 621-641) i inne.

Oddzielnym, bardzo szerokim zagadnieniem, które ściśle wiąże się z rynkiem obligacji jest identyfikacja, analiza i modelowanie dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych *spot* r_{0t} (*the term structure of interest rates*); gdzie t - termin zapadalności zobowiązań. Jak już wspomnieliśmy, w najprostszych modelach zarządzania portfelem obligacji (często cytowanych z podręczników akademickich z teorii finansów) zakłada się, że tzw. krzywa dochodowości (*yield curve*) będąca reprezentacją graficzną struktury terminowej – jest płaska. Założenie to, wiążące się z przyjęciem, że wszystkie stopy procentowe *spot* są sobie równe, niezależnie od rozpatrywanych terminów zapadalności zobowiązań – jest oczywiście dużym uproszczeniem. W rzeczywistości krzywa dochodowości może zmieniać swoje nachylenie, mogą również następować nieoczekiwane zmiany stopnia krzywizny tej zależności. Ilustrację typowego przebiegu rosnącej krzywej dochodowości przedstawiono na rysunku 2; natomiast na rysunku 3 podano przykładową ewolucję kształtu krzywej dochodowości z upływem czasu bieżącego τ , dla odległych od siebie chwil τ_1, τ_2, τ_3 .

Na podstawie badań empirycznych, wyróżnia się cztery podstawowe rodzaje krzywych dochodowości: krzywa rosnąca (*normal*), krzywa malejąca (*inverted*), krzywa płaska (*flat*) oraz krzywa łukowata (*hump-shaped*); por. Elton, Gruber (1995), Kulikowski, Jakubowski, Bury (1995). W związku z powyższym, w analizie ryzyka inwestycyjnego w odniesieniu do rynku obligacji wyróżnia się tzw. ryzyko kształtu (*the shape risk*) struktury terminowej stóp procentowych. Chodzi w tym przypadku o to, że w najprostszych modelach immunizacji portfela obligacji zakłada się, że możliwe są wyłącznie równoległe przesunięcia krzywej dochodowości (w górę lub w dół).



Rys. 2. Struktura terminowa stóp procentowych r_{0t} określonych dla terminów zapadalności $t = 1, \dots, T$, rozpatrywana w chwili bieżącej $\tau = \tau^*$. Stopy r_{0t} wyrażane są w skali roku.



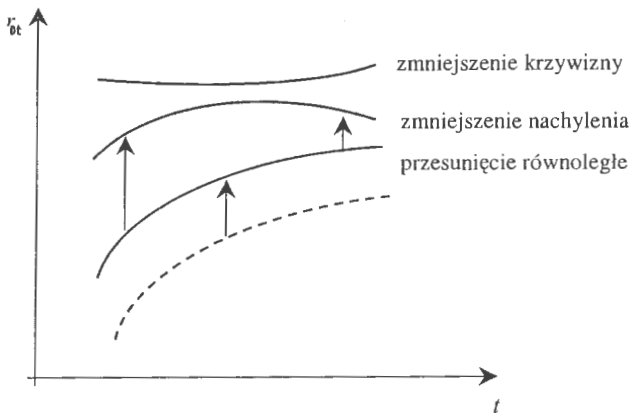
Rys. 3. Ilustracja zmiany struktury terminowej stóp procentowych r_{0t} z upływem czasu bieżącego $\tau = \tau_1, \tau_2, \tau_3$; $t = 1, 2, 3, \dots, T$ - terminy zapadalności zobowiązań.

Co więcej, w pierwszych modelach tego typu zakładano również, że struktura terminowa stóp procentowych jest płaska. Założenia te generowały określone ryzyko portfeli zimmunizowanych, wiążące się z nieprzystosowaniem opracowywanych modeli do rzeczywistych zmian krzywej dochodowości (tzw. *immunization risk*). Podstawową miarą takiego ryzyka jest indeks Fonga-Vasicka; G.Fong, O. Vasicek (1984): *A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization* (Journal of Finance, December, pp. 1541-1546).

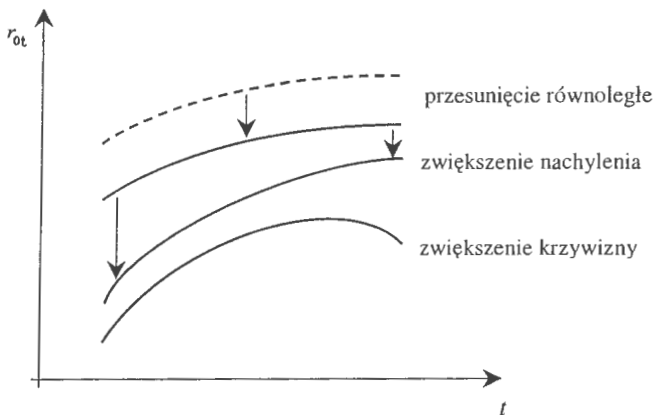
Z przedstawionych powyżej uwag wynika, że duże znaczenie dla opracowywania zaawansowanych metod zarządzania portfelowego na rynku obligacji mają ilościowe modele dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych. Jedną z pierwszych prac empirycznych z tego zakresu, wykorzystującą analizę regresyjną losowych zmian stóp procentowych *spot* dla różnych terminów zapadalności, była praca F.J. Jonesa (1991): *Yield Curve Strategies* (Journal of Fixed Income, September, pp. 43-51). A mianowicie, F.J. Jones zauważył, że losowe zmiany kształtu struktury terminowej stóp procentowych podobne są – w końcowej fazie ruchu w górę lub w dół – do ruchu skrzydeł leżącego motyla.

Autor ten wydzielił oraz statystycznie uzasadnił następującą sekwencję zmian kształtu krzywej dochodowości obowiązującej dla rynku w USA; dla ruchu w górę – przesunięcie równoległe, wypłaszczenie, dodatnie “przesunięcie motylowe” (*positive butterfly*), oraz dla ruchu w dół – przesunięcie równoległe, nachylenie, ujemne “przesunięcie motylowe” (*negative butterfly*); por. rysunek 4a,b. Dodatkowo przesunięcie motylowe (“skrzydła w górę”) krzywej dochodowości prowadzi do wypłaszczenia tej krzywej w końcowej fazie jej ruchu do góry. Natomiast ujemne przesunięcie motylowe (“skrzydła w dół”) prowadzi do zwiększenia stopnia krzywizny krzywej dochodowości w trakcie końcowej fazy jej ruchu w dół. Następnie, przedstawione powyżej przesunięcia struktury terminowej stóp procentowych w górę i w dół – powtarzają się (wg F.J. Jonesa) cyklicznie. Oczywiście przedstawiony powyżej deterministyczny opis kolejnych faz zmian krzywej dochodowości dotyczy tylko pewnego uśrednionego obrazu ruchu tej krzywej. W rzeczywistości opis ten należałoby wzbogacić czynnikiem losowym – np. w postaci addytywnie oddziałującego procesu stochastycznego, reprezentującego losowe zakłócenie analizowanego ruchu.

Szczególnie obiecującą metodą badawczą, jaka może być wykorzystana do empirycznego modelowania dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych – jest metoda analizy czynnikowej (*factor analysis*); por. Harman (1967). Metoda ta umożliwia zastąpienie dużej liczby skorelowanych ze sobą zmiennych opisujących dane zjawisko, znacznie mniejszą liczbą zmiennych nieskorelowanych, zwanych czynnikami głównymi (*principal factors*).



Rys. 4a. Sekwencja skorelowanych przesunięć krzywej dochodowości; ruch w górę.



Rys. 4b. Sekwencja skorelowanych przesunięć krzywej dochodowości; ruch w dół.

Umożliwia to ortogonalizację omawianego problemu oraz znaczne zmniejszenie wymiarowości badanego zagadnienia. Każdy z otrzymanych czynników głównych może być rozpatrywany jako pewna syntetyczna miara tych zmiennych wyjściowych, które są najsilniej z tym czynnikiem skorelowane. W związku z tym czynniki te mają na ogół (choć nie zawsze) określoną interpretację.

W modelach czynnikowych struktury terminowej stóp procentowych, analizę na ogół ściśle skorelowanych ze sobą stóp procentowych *spot* ($r_{01}, \dots, r_{0t}, \dots, r_{0T}$) zastępuje się analizą ortogonalnych czynników głównych ($F_1, \dots, F_m; m \ll T$); zazwyczaj wystarczającą dokładność uzyskuje się dla $m = 3$ lub 4 czynników. Następnie wprowadza się pojęcie tzw. czynnikowej okresowości (*factor duration*) oraz czynnikowej wypukłości (*factor convexity*). Parametry te obrazują wrażliwość wartości bieżącej obligacji na losowe zmiany czynników głównych, których zmienność w czasie reprezentuje losowe zmiany stóp procentowych *spot*. Z powyższego wynika, że parametry czynnikowej okresowości oraz czynnikowej wypukłości są parametrami wektorowymi o liczbie składowych równej liczbie analizowanych czynników. Zagadnienia te omówiono szerzej m. in. w pracy autora – Jakubowski (2006b).

Pierwszy model czynnikowy struktury terminowej stóp procentowych opracował K. Garbade; por. K. Garbade (1986): *Models of Fluctuations in Bond Yields – an Analysis of Principal Components* (Bankers Trust Company, Money Market Center, Technical Report, New York, June 1986) oraz K. Garbade (1989): *Polynomial Representations of the Yield Curve and its Modes of Fluctuations* (Bankers Trust Company, Money Market Center, Technical Report No. 53, July 1989). Kolejną, często cytowaną publikacją z tego zakresu, jest praca R. Littermana, J. Scheinkmana (1991): *Common Factors Affecting Bond Returns* (Journal of Fixed Income, June 1991, pp. 54-61). W pracy tej zidentyfikowano trzy główne czynniki wpływające na zmianę kształtu krzywej dochodowości; a mianowicie czynnik poziomu (F_1), czynnik nachylenia (F_2) oraz czynnik krzywizny (F_3).

Należy podkreślić, że cytowane powyżej prace są potwierdzeniem wyników, uzyskanych niezależnie i za pomocą innej metodologii – przez F.J. Jonesa (1991).

Prace F.J. Jonesa (1991), K. Garbade'a (1986, 1989) oraz R. Littermana, J. Scheinkmana (1991) dotyczyły rynku amerykańskiego. Analizę czynnikową dla rynku stóp procentowych w Danii przeprowadził H. Dahl (1993): *A Flexible Approach to Interest Rate Risk Management* (In: S.A. Zenios, Ed., *Financial Optimization*, Cambridge University Press, pp. 189-209). W pracy tej zidentyfikowano cztery główne czynniki F_1, F_2, F_3 i F_4 oddziałujące na kształt struktury terminowej stóp procentowych. Pierwsze trzy czynniki miały identyczną interpretację, jak uzyskano to dla rynku w USA. Natomiast czynnik F_4 , o wyraźnie najmniejszej istotności – nie dał się w sposób czytelny zinterpretować.

Również w Polsce pojawiły się pierwsze prace z omawianego powyżej zakresu; współwykonawcą tych badań był autor niniejszej pracy. Opracowania te dotyczyły analizy czynnikowej rynku bonów skarbowych oraz

obligacji o stałym kuponie, dla comiesięcznych danych analizowanych dla okresu 1992-1996. Podobnie jak dla wspomnianych powyżej modeli, dla rynku finansowego w Polsce zidentyfikowano trzy główne czynniki wpływające, z upływem czasu bieżącego, na kształt krzywej dochodowości; por. R.

Kulikowski, A. Jakubowski, H. Bury (1995): *Analiza czynnikowa struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji w Polsce* (Raport badawczy IBS PAN, PSWD 5/95, Warszawa) oraz R. Kulikowski, A. Jakubowski, H. Bury (1996): *Analiza czynnikowa i modelowanie struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji – z długim horyzontem* (Raport badawczy IBS PAN, PSWD 13/96, Warszawa).

Obok wymienionych powyżej przykładowych prac empirycznych, istotne znaczenie mają również prace teoretyczne, w których starano się wyjaśnić podstawowe mechanizmy rządzące dynamiką zmian struktury terminowej stóp procentowych. W pracach tych wprowadza się kolejno: pojęcia stóp procentowych *spot*, implikowanych stóp procentowych *forward* (rozpatrywanych w chwili bieżącej dla przyszłych okresów), oczekiwanych jednookresowych stóp procentowych *spot*, oczekiwanych jednookresowych stóp procentowych *forward* (rozpatrywanych o jeden okres wprzód – dla przyszłych okresów), parametr premii płynności (*liquidity premium*), parametr premii za zmianę preferowanego środowiska, itp.

Badania teoretyczne nad kształtem oraz zmianami struktury terminowej stóp procentowych dotyczą w większym stopniu sposobu funkcjonowania analizowanego rynku finansowego oraz określonych oczekiwań i zachowań głównych podmiotów tego rynku, niż zagadnień makroekonomicznych. W badaniach tych wyróżnia się trzy podstawowe czynniki wpływające na kształt struktury terminowej stóp procentowych w danej chwili bieżącej (Haugen, 1993); a mianowicie:

- (i) Rynkowe oczekiwania co do kierunku przyszłych zmian stóp procentowych;
- (ii) Wpływ tzw. premii za utratę płynności na oczekiwaną stopę zwrotu z inwestycji;
- (iii) Nieefektywność rynku finansowego, wyrażająca się możliwymi utrudnieniami w przepływie środków finansowych z rynku instrumentów długoterminowych na rynek instrumentów krótkoterminowych i odwrotnie (tzw. segmentacja rynku).

W obszarze analizowanych prac badawczych wyróżnia się tzw. klasyczne i neoklasyczne teorie struktury terminowej stóp procentowych. Istnieją cztery główne kierunki teorii klasycznych. Każda z tych teorii koncentruje się głównie nad jednym z wyróżnionych powyżej czynników,

uznając go za zasadniczy dla analizowanych rozważań - pozostałe zaś uważa się za czynniki marginalne, tj. których wpływ nie odgrywa istotnej roli. Podstawowe kierunki tych badań są następujące (podane publikacje dotyczą pierwszych historycznie prac dotyczących rozpatrywanych teorii):

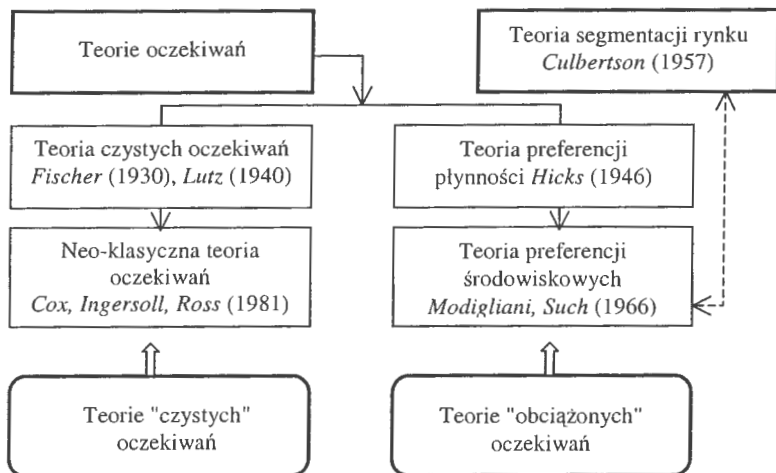
- (i) **Teoria "czystych" oczekiwań** (*Pure expectations theory*);
Fisher (1930): "The Theory of Interest. MacMillan", New York, oraz
F.A. Lutz (1940): "The Structure of Interest Rates". *Quarterly Journal of Economics*, November 1940, pp. 36-63.
- (ii) **Teoria preferencji płynności** (*Liquidity preference theory*);
J.R. Hicks (1946): "Value and Capital". Oxford University Press,
London, 2-nd ed., pp. 141-145.
- (iii) **Teoria preferencji środowiskowych** (*Preferred habitat theory*);
F. Modigliani, R. Sutch (1966): "Innovations in Interest Rate Policy".
American Economic Review, May 1966, pp. 178-197.
- (iv) **Teoria segmentacji rynku** (*Market segmentation theory*);
J.M. Culbertson (1957): "The Term Structure of Interest Rates". *Quarterly Journal of Economics*, November 1957, pp. 489-504.

Schemat blokowy obrazujący wzajemne powiązania analizowanych teorii struktury terminowej stóp procentowych podano na rysunku 5.

Jak to wynika z przedstawionej ilustracji, dwa podstawowe nurty badań teoretycznych i zastosowaniowych nad strukturą terminową stóp procentowych to *teorie oczekiwań* i *teoria segmentacji rynku*. W ramach teorii oczekiwań wyróżnić można z kolei trzy teorie: teorię czystych oczekiwań (wraz z jej odmianą – tj. neoklasyczną teorią oczekiwań), teorię preferencji płynności oraz teorię preferencji środowiskowych. Teorie te łączy ze sobą jeden element - a mianowicie przekonanie, że głównym czynnikiem oddziaływującym na stopy procentowe *forward* są rynkowe oczekiwania co do przyszłych rocznych stóp procentowych *spot*. W teorii czystych oczekiwań uważa się, że oczekiwania te są wyłączną przyczyną kształtowania się określonego poziomu stóp *forward*, a tym samym i całej struktury terminowej stóp procentowych. Stąd też nazwa tej teorii (tj. *pure expectations theory*).

Z kolei w teorii preferencji płynności i w teorii preferencji środowiskowych zakłada się, że na wartość stóp procentowych *forward* oddziałują dodatkowo pewne parametry premii. W pierwszym przypadku jest to premia za utratę płynności, natomiast w drugim - premia za zmianę preferowanego segmentu rynku. Dlatego też teorie te są nazywane niekiedy teoriami „obciążonych” oczekiwań (*biased expectations theories*); Fabozzi (1995). Teoria preferencji środowiskowych (nazywana również teorią preferowanego środowiska lub teorią naturalnych preferencji) ma pewne cechy

wspólne z powstałą wcześniej teorią segmentacji rynku. Na omawianym schemacie zaznaczono to linią przerywaną.



Rys. 5. Teorie struktury terminowej stóp procentowych.

W literaturze przedmiotu podkreśla się, że na ogół żadna z tych teorii nie jest dostatecznie uniwersalna, aby wyjaśnić całokształt złożonych zagadnień dotyczących kształtowania się rynkowych stóp procentowych. Prawdopodobnie teorie te należy stosować oddzielnie - dla poszczególnych segmentów rynku finansowego, bądź też naprzemiennie - w zależności od stopnia rozwoju tego rynku w danym kraju. Istnieje też możliwość - ale tylko w ograniczonym stopniu - łączenia niektórych elementów rozpatrywanych teorii w celu wyjaśnienia kształtu *krzywej dochodowości* charakteryzującej rynek finansowy danego kraju, na rozpatrywanym etapie rozwoju. Z powyższego wynika, że określonego znaczenia nabierają też w tym aspekcie badania empiryczne mające na celu weryfikację podstawowych założeń analizowanych teorii w praktyce; por. Dobson et.al. (1976, 1978), Carleton, Cooper (1976); Fama (1975, 1976, 1984), Wood 1993) oraz - dla rynku finansowego w Polsce - Świętoń (2002), Ziarko-Siwiek, Kamiński (2003) i inni.

Obszerny przegląd zagadnień dotyczących teorii i praktyki rynku stóp procentowych można znaleźć w bardzo dobrze napisanej pracy S. D. Smitha

i R. E. Spudecka (1993): *Interest Rates – Principles and Applications* (The Dryden Press, Fort Worth).

Neoklasyczne spojrzenie na teorię oczekiwań co do kształtowania się struktury terminowej stóp procentowych przedstawili J. Cox, J. Ingersoll Jr. oraz S. Ross (1981): *A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates* (Journal of Finance, September 1981, pp. 769-799). Autorzy ci podali i dokonali interpretacji kilku odmian teorii oczekiwań (tzw. hipoteza lokalnych oczekiwań); mówi się nawet w tym przypadku o "nowoczesnej teorii oczekiwań". Ponadto, opracowany przez nich model CIR (od pierwszych liter nazwisk autorów) był jednym z pierwszych modeli ewolucji stopy procentowej, w których wykorzystuje się formalizm stochastycznych równań różniczkowych Itô oraz procesy ruchu Browna; por. J. Cox, J. Ingersoll Jr., S. Ross (1985): *A Theory of the Term Structure of Interest Rates* (Econometrica, 1985, pp. 385-407).

Model CIR stanowił dosyć istotną modyfikację modelu O.A. Vasička (1977): *An Equilibrium Characterization of the Term Structure* (Journal of Financial Economics, 1977, pp. 177-188) oraz modelu L. Dothana (1978): *On the Term Structure of Interest Rates* (Journal of Financial Economics, 1978, pp. 385-407).

Wspomniane powyżej prace zapoczątkowały rozwój nowej generacji sformalizowanych modeli stochastycznych ewolucji w czasie stóp procentowych oraz metod wyceny opcji na stopy procentowe. Obszerny przegląd literatury dotyczącej nowoczesnych metod modelowania struktury terminowej stóp procentowych zawiera doskonale napisana praca: R. Gibson, F.S. Lhabitant, D. Talay (2001): *Modeling the Term Structure of Interest Rates – A Review of the Literature* (RiskLab Research Report, The Project on Interest Rate Risk Management and Model Risk, Zurich, June). Dogłębną analizę większości zagadnień dotyczących estymacji oraz interpretacji struktury terminowej stóp procentowych zawiera praca N. Andersona, F. Breedona, Deacon M. et al. (1997): *Estimating and Interpreting the Yield Curve* (J. Wiley & Sons, Chichester). Godną polecenia jest też publikacja: A. Adams, D. Bloomfield, P. Booth, P. England (1995), *Investment Mathematics and Statistics* (Kluwer Law Intern., London).

Również w języku polskim pojawiły się pierwsze prace z omawianego zakresu. Wymienić tu należy przede wszystkim obszerną i przystępnie napisaną pracę: A. Weron, R. Weron (1998): *Inżynieria finansowa* (WNT, Warszawa) oraz pracę D. Gałarka i R. Maksymiuka (1998): *Wycena i zabezpieczenie pochodnych instrumentów finansowych* (K.E. Liber, Warszawa); praca ta jest z kolei napisana bardzo skrótowo i stanowi swego rodzaju przewodnik po omawianej problematyce (bez nadmiernego wgłębiania się w szczegóły matematyczne).

Na oddzielną uwagę w tej dziedzinie zasługuje bardzo zaawansowana merytorycznie praca: Jakubowski J., Palczewski A., Rutkowski M., Stettner

Ł. (2003): *Matematyka finansowa – Instrumenty pochodne* (WNT, Warszawa). W pracy tej przedstawiono dosyć obszerny wykład podstaw zastosowań analizy stochastycznej na rynkach finansowych; w tym – dla celów modelowania struktury terminowej stóp procentowych. Dla osób o zaawansowanej wiedzy z zakresu nowoczesnej teorii procesów stochastycznych (teoria miary, martyngały, stochastyczne równania różniczkowe, całka $\hat{I}to$) interesująca i wartościowa będzie praca: Musiela M., Rutkowski M. (1997), *Martingale Methods in Financial Modelling* (Berlin-Heidelberg, Springer Verlag); praca ta jest szeroko cytowana w światowej literaturze przedmiotu.

Przegląd większości współcześnie opracowanych modeli struktury terminowej stóp procentowych zawiera również praca: M. Krawczak, A. Miklewski, A. Jakubowski, P. Konieczny (2000): *Zarządzanie ryzykiem inwestycyjnym* (Wyd. IBS PAN, Ser. Badania Systemowe, t. 25, Warszawa) oraz nowsza praca tych autorów: M. Krawczak, A. Jakubowski, P. Konieczny, R. Kulikowski, et al. (2003): *Aktywne zarządzanie inwestycjami finansowymi* (Akademicka Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa).

Natomiast obszerną analizę i porównanie klasycznych teorii struktury terminowej stóp procentowych oraz liczne przykłady obliczeniowe ilustrujące zmienność w czasie tej struktury i wynikające stąd ryzyko stóp procentowych, zawiera praca autora: A. Jakubowski (1996): *Modelowanie struktury czasowej stóp procentowych* (IBS PAN, Raport Projektu Badawczego KBN, Nr PB 536/H02/96/10-G37, Warszawa); por. również (Sławiński, 1996).

Powracając do głównego nurtu naszych rozważań, dotyczących sformalizowanych metod i strategii zarządzania inwestycjami na rynku obligacji, wymienimy teraz kilka najbardziej typowych zagranicznych publikacji książkowych z tego zakresu, jakie pojawiły się w ostatnich latach na rynku wydawniczym. Szeregując te publikacje chronologicznie, są to:

- H.G. Fong, F.J. Fabozzi (1985): *Fixed Income Portfolio Management*. Dow Jones-Irwin, Homewood, Ill.
- L.G. Douglas (1988): *Yield Curve Analysis – the Fundamentals of Risk and Return*. New York Institute of Finance, New York.
- T.S.Y. Ho (1990): *Strategic Fixed Income Investment*. Dow Jones-Irwin, Homewood, Ill.
- F.J. Fabozzi, F. Modigliani (1992): *Capital Markets – Institutions and Instruments*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- F.J. Fabozzi (1993): *Fixed Income Mathematics*. Probus, Chicago, Ill.
- J.C. Van Horne (1994): *Financial Market Rates and Flows*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

- F.J. Fabozzi, G. Fong (1994): *Advanced Fixed Income Portfolio Management – The State of Art*. Probus, Chicago, Ill.
- F.J. Fabozzi (1995): *Investment Management*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- F.J. Fabozzi, T.D. Fabozzi, Eds (1995): *The Handbook of Fixed Income Securities*. Irwin, Burr Ridge, Ill., 4-th ed.
- R.E. Dattatreya, F.J. Fabozzi (1995): *Active Total Return Management of Fixed-Income Portfolios*. Irwin, Burr Ridge, Ill.
- F.J. Fabozzi (1996): *Bond Portfolio Management*. F.J. Fabozzi Associates, New Hope, Penn.
- B. Tuckman (1996): *Fixed-Income Securities*. J. Wiley, New York.
- F.J. Fabozzi (2000): *Bond Markets, Analysis and Strategies*. Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 4-th ed.

Przedstawione pozycje książkowe, oprócz tego, że są „zdominowane” przez jednego autora, a mianowicie przez Prof. Franka J. Fabozzi (School of Management, Yale University) – mają jeszcze jedną wspólną cechę. Są to publikacje napisane na dosyć niskim poziomie zaawansowania matematycznego. Poruszana w nich problematyka zarządzania portfelami obligacji przedstawiana jest w dużym stopniu opisowo, a podstawowe wzory z obszaru matematyki finansowej podawane są na ogół bez wyprowadzeń. Ograniczono się w zasadzie do ilustracji tych wzorów za pomocą prostych przykładów liczbowych, często nie podając w ogóle ogólnych sformułowań matematycznych analizowanych zależności.

Natomiast zaletą omawianych prac jest podanie w nich wielu różnorodnych przykładów, tabel i wykresów wziętych z praktyki rynków finansowych; głównie dotyczy to rynku amerykańskiego. Dodatkową zaletą jest również to, że można znaleźć w tych pracach bogate wykazy literatury przedmiotu, przy czym odwołania do tych pozycji literaturowych – dotyczą z kolei silnie zaawansowanych matematycznie prac publikowanych w specjalistycznych czasopismach naukowych takich, jak:

- Journal of Finance,
- Journal of Banking and Finance,
- Journal of Portfolio Management,
- Journal of Fixed-Income,
- Journal of Financial Engineering,
- Journal of Financial and Quantitative Analysis,
- Finance and Stochastics,
- Financial Analysis Journal,

- Applied Mathematical Finance
- European Journal of Financial Modelling.

Wymienić tutaj należy również polskie czasopisma naukowe, w których w ostatnich latach pojawia się coraz więcej interesujących i wartościowych prac z omawianej dziedziny; tj. Materiały i Studia NBP, Bank i Kredyt, Rynki Terminowe.

* * *

Powrócimy teraz do analizy poszczególnych elementów ogólnego schematu metod i strategii zarządzania inwestycjami na rynku obligacji, przedstawionego na rysunku 1. Na rysunku tym wyróżniono umownie trzy grupy metod zarządzania: metody aktywne, metody pasywne oraz strategie immunizacyjne i dedykowane, które można zakwalifikować do grupy metod semi-aktywnych (lub semi-pasywnych).

3. Zarządzanie aktywne

Jak wspomnieliśmy, w przypadku zarządzania aktywnego, wpływ prognoz (czy też oczekiwań) co do przyszłych stóp procentowych na strategię inwestycyjną jest dominujący. Wynika to z samej istoty tych metod zarządzania. Portfele zarządzane aktywnie są jednocześnie najsilniej narażone na ryzyko stóp procentowych.

3.1. Strategie: *go long - go short*

W strategiach tych wykorzystuje się fakt, że wartość obligacji jest odwrotnie proporcjonalna do poziomu rynkowej stopy procentowej. A ponadto obligacje (bądź portfele obligacji) są tym silniej wrażliwe na zmiany stóp procentowych, im wyższe są parametry okresowości (*duration*) tych obligacji. Również, dla dwóch obligacji o tej samej okresowości obligacje o większej wypukłości (*convexity*) charakteryzują się lepszymi właściwościami niż obligacje o mniejszej wypukłości, o ile bierzemy pod uwagę rynek o płaskiej strukturze terminowej stóp procentowych. Wynika to z wypukłego kształtu zależności wartości bieżącej P obligacji od poziomu stopy procentowej.

Dla płaskiej struktury terminowej stóp procentowych *spot*, tj. gdy rozpatrujemy tylko jedną stopę procentową $r = r_{01} = \dots = r_{0t} = \dots = r_{0T}$, zależność ta jest następująca:

$$P = PV = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r)^t}, \quad (1)$$

gdzie PV - wartość bieżąca obligacji (*present value*), $C_t = C$ ($t = 1, \dots, T-1$) - wartość kuponu, $C_T = C + N$ - wartość kuponu C plus wartość nominalna N obligacji; T - okres do wykupu, r - rynkowa stopa procentowa wyrażona w skali jednego okresu odsetkowego (np. 1 roku).

Natomiast parametr D okresowości Macaulaya obligacji definiuje się jako współczynnik elastyczności wartości P obligacji ze względu na względną zmianę czynnika 1 plus stopa procentowa (wzięty ze znakiem minus), tj.

$$D \triangleq - \frac{dP}{P} \bigg/ \frac{d(1+r)}{1+r} = - \frac{\partial P}{\partial r} \frac{1+r}{P} = \sum_{t=1}^T \frac{tC_t}{(1+r)^t} \bigg/ P. \quad (2)$$

A zatem, przy zadanym poziomie stopy procentowej r , okresowość D obligacji jest jednoznacznie określona przez wartość kuponu C oraz przez długość okresu do wykupu T . Parametr okresowości D_t obligacji O_t jest więc miarą ryzyka tej obligacji ze względu na nieoczekiwane zmiany dr stopy procentowej w stosunku do początkowego poziomu r . Jest to pewien parametr wewnętrzny obligacji odzwierciedlający wpływ ryzyka stóp procentowych na jej wartość.

Parametr wypukłości Macaulaya obligacji definiuje się natomiast następująco:

$$V \triangleq \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \frac{(1+r)^2}{P} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \frac{t(t+1)C_t}{(1+r)^t} \bigg/ P. \quad (3)$$

Strategia *go long* – *go short* polega – ujmując to skrótowo – na tym, że inwestor „zakłada się z rynkiem”, w którym kierunku zmieniają się stopy procentowe. W sytuacji, gdy inwestor prognozuje spadek przyszłych stóp procentowych, to powinien on kupować obligacje o możliwie jak najwyższej okresowości; bo wówczas, wzrost wartości tych obligacji będzie największy. Mówiąc dokładniej inwestor ten powinien kupować portfel obligacji o parametrze okresowości znacznie przewyższającym długość zakładanego horyzontu inwestycyjnego. Jest to tzw. strategia *go long*.

Natomiast w przypadku, gdy prognozujemy wzrost stóp procentowych, powinniśmy tworzyć portfel obligacji o możliwie najniższym parametrze okresowości, a dokładniej – okresowość portfela powinna być znacznie krótsza od horyzontu inwestycyjnego. Strategię taką nazywamy wówczas strategią *go short*. Uzasadnienie teoretyczne powyższych faktów można znaleźć w pracy Bierwaga (1987).

Przedstawiona powyżej skrótowo strategia *go long* – *go short* dotyczyła założenia, że struktura terminowa stóp procentowych jest w przybliżeniu płaska i możliwe są wyłącznie równoległe przesunięcia tej struktury tj.

$$r_{01} = \dots = r_{0t} = \dots = r_{0T} = r, \quad \text{oraz}$$

$$dr_{01} = \dots = dr_{0t} = \dots = dr_{0T} = dr, \quad (4)$$

gdzie r_{0t} - stopa procentowa *spot* dla okresu $[0, t]$, $t = 1, \dots, T$.

Jednym z najprostszych uogólnień modelu (4) dynamiki zmian struktury terminowej jest założenie, że krzywa dochodowości może mieć dowolny kształt, przy czym możliwe są tylko równoległe przesunięcia tej krzywej (Fisher, Weil, 1971), tj.

$$r_{01} \neq \dots \neq r_{0t} \neq \dots \neq r_{0T}, \quad \text{oraz}$$

$$dr_{01} = \dots = dr_{0t} = \dots = dr_{0T} = dr. \quad (5)$$

Strategię *go long – go short* można rozszerzyć na jeszcze bardziej ogólny przypadek krzywej dochodowości o dowolnym kształcie oraz nierównoległych przesunięć tej krzywej, o ile tylko możliwe są wyłącznie proporcjonalne zmiany wartości stóp procentowych *spot* r_{0t} powiększonych o wartość 1, tj.

$$\frac{d(1+r_{0t})}{1+r_{0t}} = \frac{d(1+r_{01})}{1+r_{01}}; \quad \forall t = 1, \dots, T. \quad (6)$$

Uzasadnienie tego faktu, sprowadzające się do uogólnienia jednoindeksowego modelu Babcocka (1984) rzeczywistej stopy zwrotu z inwestycji w obligacje - można znaleźć w pracy autora; Jakubowski (2003); por. również Zaremba (1995).

Jak już wspomniano, inwestor realizujący strategię *go long – go short*, powinien również zwrócić uwagę na parametr wypukłości obligacji. A mianowicie, dla dwóch obligacji o tej samej okresowości zachodzi następująca zależność: im większa jest wypukłość obligacji, tym większy jest wzrost wartości obligacji przy spadku rynkowej stopy procentowej oraz – tym mniejszy jest spadek wartości obligacji przy wzroście rynkowej stopy procentowej.

Powyższe stwierdzenie jest prawdziwe zarówno dla przypadku płaskiej krzywej dochodowości (i jej równoległych przesunięć), jak i dla krzywej dochodowości o dowolnym kształcie i zmianach stóp procentowych *spot* przebiegających według schematu (6). Ponadto, stwierdzenie to jest również prawdziwe, o ile założymy krzywą dochodowości o dowolnym kształcie przy czym zmiany stóp procentowych *spot* zachodzą według schematu:

$$\frac{d(1+r_{0t})}{1+r_{0t}} = L^{t-1} \frac{d(1+r_{01})}{1+r_{01}}; \quad \forall t = 1, \dots, T, \quad (7)$$

gdzie $L \in (0, 1)$ - parametr zidentyfikowany na podstawie danych z przeszłości; por. Zaremba (1995).

Założenie schematu (7) zmian stóp procentowych *spot* jest związane z często obserwowaną w praktyce sytuacją, że względne zmiany długoterminowych stóp procentowych *spot* są znacznie mniejsze niż względne zmiany stóp krótkoterminowych. W tym też sensie wzór (7) jest bardziej ogólny niż wzór (6).

Z powyższego wynika, że inwestor aktywnie zarządzający portfelem obligacji powinien (dla wybranej uprzednio wartości parametrów okresowości) dobrać portfel o maksymalnie możliwej wypukłości. Można ponadto wykazać, że portfelem takim jest tzw. portfel sztangowy (*barbell portfolio*); por. Zaremba (1998). Portfel sztangowy charakteryzuje się tym, że strumienie finansowe związane z tym portfelem są zgrupowane wokół najkrótszych i najdłuższych terminów zapadalności. Idealną konstrukcją portfela sztangowego jest portfel składający się z „najkrótszej” z istniejących na rynku obligacji czysto-dyskontowych oraz z obligacji czysto-dyskontowej możliwie „najdłuższej”; por. rysunek 6.

Ryzyko inwestycyjne wynikające ze stosowania strategii *go long – go short* może wynikać z co najmniej dwóch źródeł; a mianowicie, z ryzyka niedopasowania założonego modelu dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych do rzeczywistych zmian tej struktury oraz z ryzyka błędnej prognozy co do przyszłego poziomu stóp procentowych.

Ryzyko kształtu struktury terminowej. Przedstawiona powyżej skrótowo strategia *go long – go short* aktywnego zarządzania portfelem obligacji wiązała się z przyjęciem określonego modelu dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych. Począwszy od modeli najprostszych (4) i (5), w których założono wyłącznie równoległe przesunięcia (płaskiej lub niepłaskiej) krzywej dochodowości, poprzez założenie proporcjonalnych zmian czynnika jedność plus stopy procentowe *spot* – model (6), aż do najbardziej ogólnego modelu (7), w którym zakłada się, że zmiany te są w zasadzie proporcjonalne, ale należy dodatkowo uwzględnić pewien „współczynnik tłumienia” wyrażony poprzez parametr $L \in (0, 1)$.

Otóż problem tkwi w tym, że tak naprawdę – przyszłe nieoczekiwane zmiany struktury terminowej mogą niekiedy znacząco odbiegać od założonych schematów tych zmian wyrażonych poprzez wzory (4) - (7). Tak więc nawet o ile inwestor prawidłowo przewiduje ogólny kierunek przyszłych zmian stóp procentowych (to znaczy ruch tych stóp w górę lub w dół), decyzje inwestycyjne tego inwestora mogą być obciążone znacznym błędem wynikającym z przybliżonego (lub wręcz błędnego) oszacowania przyszłego kształtu krzywej dochodowości.

Ryzyko błędnej prognozy. Ryzyko to wynika bezpośrednio z faktu, że inwestor zarządzający portfelem obligacji może się srodze pomylić co do swych prognoz przyszłego kierunku ruchu stóp procentowych *spot*. Prognozy te są na ogół kształtowane na podstawie dwóch czynników: prognozy polityki banku centralnego (lub obecnie w Polsce - Rady Polityki Pieniężnej) decydującego o poziomie krótkoterminowych stóp procentowych oraz prognozy przyszłych rocznych stóp procentowych *spot*, wynikającej z określonego kształtu bieżącej struktury terminowej stóp procentowych. Analiza każdego z tych dwóch czynników może prowadzić do błędnych wniosków.

W szczególności, analiza kształtu krzywej dochodowości jest bezpośrednio powiązana z rodzajem teorii struktury terminowej stóp procentowych, jaka obowiązuje dla danego rynku finansowego. O ile inwestor w swych decyzjach kieruje się *teorią czystych oczekiwań*, to inwestor ten ze wzrastającego charakteru krzywej dochodowości wyciągnie bezpośredni wniosek o tym, że przyszłe roczne stopy procentowe *spot* będą wzrastały. Jest to bowiem podstawowy postulat tej teorii. Otóż problem tkwi w tym, że często dla danego rynku należałoby przyjąć nie *teorię czystych oczekiwań*, a – na przykład – *teorię preferencji płynności*. Wówczas wzrost bieżącej krzywej dochodowości wcale nie musi świadczyć o oczekiwaniach rynku, że przyszłe roczne stopy procentowe *spot* będą wzrastały. Istnienie określonych wartości parametrów tzw. premii za utratę płynności (*liquidity premium*) może bowiem powodować, że nawet przy wzrastającej krzywej dochodowości – oczekiwane przez rynek przyszłe stopy procentowe *spot* są w przybliżeniu stałe, bądź też są one wręcz malejące; por. Smith, Spudeck (1993) – s. 117, Jakubowski (1996) – s. 97.

3.2 Strategie prognozy kształtu krzywej dochodowości (*Yield curve strategies*)

Rzeczywista stopa zwrotu z inwestycji w obligacje rozpatrywana dla horyzontu czasowego równego jednemu okresowi odsetkowemu (tzw. *period-by-period return*), zależy ogólnie rzecz biorąc nie tylko od zmiany bezwzględnego poziomu stóp procentowych *spot*. Zależy ona również od przyszłej zmiany kształtu obowiązującej dla danego rynku krzywej dochodowości, a więc od tego czy nastąpi efekt „spłaszczenia” tej krzywej (*flattening*) – czy też krzywa ta stanie się bardziej stroma (*steepening*).

Tak więc kolejna z omawianych tu metod aktywnego zarządzania portfelem obligacji wiąże się z prognozowaniem przyszłego kształtu krzywej dochodowości, a ujmując to dokładniej – dokonuje się w tym przypadku prognozy przyszłej rozpiętości (tj. *spreadu*) pomiędzy długoterminowymi stopami procentowymi a stopami krótkoterminowymi. Strategia dostosowywania struktury portfela inwestycyjnego do przewidywanego przyszłego

kształtu krzywej dochodowości, jest w literaturze amerykańskiej określana jako: *yield curve strategy*; Fabozzi (2000).

Polega to na przeprowadzeniu badań symulacyjnych dotyczących generowania różnych scenariuszy przyszłych zmian kształtu krzywej dochodowości, a następnie bada się wpływ tych zmian na efektywność inwestycyjną wynikającą ze stosowania trzech klas portfeli obligacji: portfeli typu *barbell* (sztanga), portfeli typu *bullet* (pocisk) oraz portfeli typu *ladder* (drabina). Przykładowe strumienie finansowe, charakteryzujące każdy z wymienionych typów portfeli zilustrowano na rysunku 6. Portfel *barbell* charakteryzuje się maksymalnym „rozrzutem” strumieni finansowych w stosunku do portfela *bullet*, w którym strumienie te są skupione wokół jednego punktu na osi czasu. Portfel *ladder* jest portfelem pośrednim – strumienie finansowe tego portfela są rozłożone równomiernie wzdłuż osi czasu; od najkrótszych terminów zapadalności – do terminów najdłuższych.

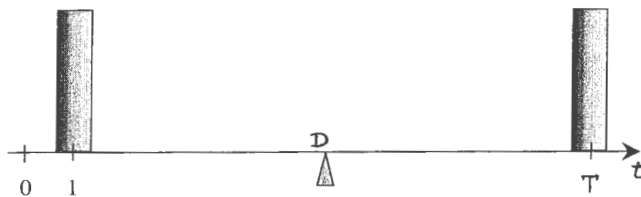
Portfele powyższych trzech typów najłatwiej byłoby skonstruować dokonując zakupu do każdego z tych portfeli – wyłącznie obligacji czysto-dyskontowych o odpowiednich terminach zapadalności. W przypadku braku na analizowanym rynku wszystkich niezbędnych do powyższych celów obligacji czysto-dyskontowych, w celu uzyskania odpowiedniej aproksymacji struktur strumieni finansowych typu *barbell*, *bullet* i *ladder* – można posłużyć się zakupem obligacji wielokuponowych o odpowiednich wartościach nominalnych oraz o odpowiednich terminach do wykupu (*terms to maturity*). Oczywiście, w tym (bardziej realnym w praktyce) przypadku, wykresy rozpatrywanych strumieni finansowych dla każdego z trzech typów portfeli będą tylko pewnym przybliżeniem „idealnych” struktur prezentowanych na rysunku 6.

Interesujące jest następujące zagadnienie. Przyjmijmy, że dla założonej dynamiki zmian krzywej dochodowości – niech to będzie na przykład dynamika wynikająca ze wzoru (5) - skonstruowano portfele o trzech podanych powyżej własnościach. Przyjmijmy również, że portfele te dobrano w taki sposób, że parametry okresowości D tych portfeli są jednakowe. Owa okresowość D reprezentowana jest na rysunku 6 przez położone w tym samym miejscu punkty podparcia „dźwigni” tworzonych dla każdego z trzech analizowanych przypadków – przez osie poziome. Na osiach tych umieszczono „ciężary” (po pionowe słupki) reprezentujące rozkład w czasie strumieni finansowych rozpatrywanych portfeli typu *barbell*, *bullet* i *ladder*. Zauważmy, że w każdym z trzech analizowanych przypadków owe dźwignie są w równowadze.

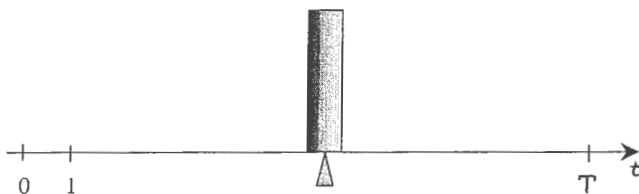
Z powyższego wynika interesująca interpretacja fizyczna parametru okresowości D dowolnego portfela obligacji, jako środka masy wspomnianych „ciężarów” – tj. strumieni finansowych tego portfela. Oczywiście podana interpretacja odnosi się w równej mierze do pojedynczej obligacji – a nie tylko do portfela tych walorów.

W analizowanym powyżej przypadku można nietrudno udowodnić, że portfel typu *barbell* będzie portfelem o największej wypukłości, portfel *bullet* będzie charakteryzował się najmniejszą wypukłością oraz portfel *ladder* będzie portfelem o pośredniej wypukłości; por Zaremba (1995).

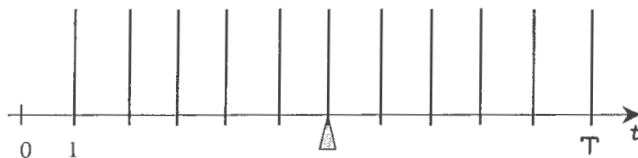
Portfel
barbell



Portfel
bullet



Portfel
ladder



Rys. 6. Ilustracja rozkładu strumieni finansowych portfeli typu *barbell*, *bullet*, *ladder* – o tej samej okresowości D

W dalszych rozważaniach, założymy trzy możliwe rodzaje przyszłych zmian struktury terminowej stóp procentowych: tj. przesunięcia równoległe krzywej dochodowości, ruchy zwiększające stromość tej krzywej oraz ruchy w kierunku „wypłaszczenia” jej przebiegu. Zauważmy, że te dwa ostatnie typy zmian analizowanej krzywej są niezgodne z założonym w schemacie (5) postulatem, że rozpatrujemy co prawda krzywą dochodowości o dowolnym kształcie, jednak możliwe są jedynie równoległe przesunięcia tej krzywej.

Dla każdej z postulowanych powyżej zmian struktury terminowej stóp procentowych, możemy następnie obliczyć rzeczywistą (jednookresową) stopę zwrotu z inwestycji w każdy z trzech typów analizowanych portfeli. Badania takie przeprowadzili R.E. Dattatreya i F.J. Fabozzi (1995). Okazało się, że dla stosunkowo znacznego zakresu zmian stóp procentowych, strategia *barbell* okazała się najlepszą strategią inwestycyjną w przypadku, gdy oczekujemy ruchu krzywej dochodowości w kierunku jej spłaszczenia; por. też Van Horne (1994). Również, strategia *barbell* zapewniała najwyższą rzeczywistą stopę zwrotu, w przypadku znacznych przesunięć równoległych krzywej dochodowości oraz w przypadku znacznych ruchów w kierunku zwiększenia stromości tej krzywej.

Natomiast strategia *bullet* (tj. o silnie skoncentrowanych strumieniach finansowych) okazywała się być lepszą strategią w przypadkach nieznacznych zmian stóp procentowych prowadzących do przesunięć równoległych krzywej dochodowości oraz prowadzących do zwiększenia jej stromości ale tylko w ograniczonym zakresie.

Cytowane powyżej badania symulacyjne, jakkolwiek doprowadziły do dosyć użytecznych wniosków, powinny być powtórzone przy bardziej ogólnych założeniach co do dynamiki możliwych zmian struktury terminowej; tj. przy założeniach, przedstawionych za pomocą wzorów (6), (7) lub w jakikolwiek inny, bardziej ogólny sposób; por. Bierwag (1987), Fabozzi, Fong (1994), Litterman, Scheinkman (1991). Przyjęcie przez R.E. Dattatreya i F.J. Fabozziego początkowego założenia, że możliwe są tylko równoległe przesunięcia analizowanej krzywej dochodowości, obliczenie na tej podstawie parametrów okresowości i wypukłości rozpatrywanych trzech typów portfeli, a następnie badanie – co się wydarzy, gdy przesunięcia tej krzywej nie będą jednak równoległe – wydaje się bowiem być zbyt dużą niekonsekwencją.

Ujmując to dokładniej, zawsze, gdy definiujemy parametry okresowości i wypukłości obligacji (bądź portfeli obligacji) – musimy przyjąć pewne założenia co do możliwej dynamiki przyszłych zmian struktury terminowej stóp procentowych. Chodzi w tym przypadku tylko o to, żeby założenia te nie były tak silnie ograniczające, jak miało to miejsce w przypadku

cytowanych badań R.E. Dattatreya i F.J. Fabozziego. Jednak sam kierunek badań tego typu jest interesujący i może mieć duże znaczenie z punktu widzenia zastosowań praktycznych.

3.3. Strategie prognozy rozpiętości pomiędzy stopami zwrotu dla różnych sektorów rynku (*Yield spread strategies*)

Rynki obligacji charakteryzują się dużą różnorodnością dłużnych instrumentów finansowych będących przedmiotem codziennych transakcji na duże kwoty, odbywających się zarówno w ramach rynków krajowych, jak i rynków międzynarodowych. Rynki te można – w zależności od przyjętego kryterium – podzielić na różne sektory. Mamy zatem:

- (i) Podział ze względu na typ emitenta: obligacje skarbowe, obligacje korporacyjne (zwane też przemysłowymi), obligacje municypalne (samorządowe), obligacje hipoteczne, obligacje „śmieciowe” (*junk bonds*) i inne.
- (ii) Podział ze względu na poziom ryzyka niewypłacalności emitenta (tzw. ryzyko kredytowe): obligacje skarbowe (wolne od ryzyka), obligacje AAA, obligacje AA, ..., obligacje BB, obligacje B, ..., itd.
- (iii) Podział ze względu na wysokość kuponu (tj. wypłacanych odsetek): obligacje o wysokim kuponie – sprzedawane z premią dla emitenta (*premium bonds*); obligacje o kuponie, wynikającym z poziomu bieżących stóp procentowych – sprzedawane po cenie równej wartości nominalnej (*par bonds*); obligacje o niskim kuponie – sprzedawane z dyskontem dla inwestora (*discount bonds*); obligacje o zerowym kuponie – tj. obligacje „czysto-dyskontowe” (*pure-discount bonds, zeros*).
- (iv) Podział ze względu na termin wykupu (*maturity*): obligacje krótkoterminowe (1 rok – 3 lata), obligacje średnioterminowe (5 – 10 lat), obligacje długoterminowe (10 – 30 lat).

Oczywiście podziałów takich, jak to przedstawiono powyżej może być znacznie więcej; np. obligacje indeksowane i obligacje o stałym kuponie, obligacje z opcją wcześniejszego wykupu (*callable bonds*), obligacje zamienne na akcje (*convertible bonds*) i wiele innych; por. Jakubowski (1994).

Rozpatrywane w tym punkcie strategie prognozy rozpiętości pomiędzy stopami zwrotu z obligacji można w zarysie przedstawić następująco. W przypadku obligacji należących do wymienionych powyżej sektorów rynku (i)-(iv) kształtują się na ogół pewne stałe, zidentyfikowane na podstawie

danych historycznych – różnice pomiędzy dochodowością YTM (*yield to maturity*) różnych obligacji wywodzących się z tego samego sektora. Na przykład, obligacje skarbowe (a więc praktycznie wolne od ryzyka kredytowego) charakteryzują się na ogół mniejszą dochodowością niż obligacje korporacyjne typu BB.

Z kolei obligacje korporacyjne zapewniają mniejszą dochodowość w porównaniu z obligacjami „śmieciowymi”, charakteryzującymi się największym ryzykiem niewypłacalności emitenta. Wynika to bezpośrednio z określonej premii za ryzyko, jakiej żądają inwestorzy kupujący obligacje o określonym poziomie ryzyka kredytowego. Po prostu obligacje obciążone większym ryzykiem, muszą być sprzedawane taniej w stosunku do obligacji o wyższym poziomie bezpieczeństwa oraz zapewniających te same (lub podobne) strumienie finansowe. Stąd też, dochodowość YTM obligacji obciążonych ryzykiem jest wyższa; inaczej nikt by po prostu takich obligacji nie kupował.

Analizowane w tym przypadku zagadnienie aktywnego zarządzania portfelem obligacji polega na tym, że inwestorzy instytucjonalni obserwują uważnie bieżące różnice w dochodowości obligacji z danego sektora, tworząc rozbudowane komputerowe bazy danych; por. Douglas (1995). Różnice te w literaturze zachodniej określa się jako tzw. *spread*. W przypadku, gdy zauważona różnica w rozpiętości dochodowości jest dla danej obligacji zbyt duża w porównaniu z danymi historycznymi (tj. cena jest „zbyt niska”), obligacja taka jest natychmiast kupowana. Inwestorzy wierzą bowiem, że zbyt niska wycena danej obligacji zostanie przez rynek w analizowanym horyzoncie inwestycyjnym zniwelowana; a więc cena takiej obligacji wzrośnie – co będzie źródłem dodatkowych korzyści inwestycyjnych.

Rozpatrywane tu strategie analizy *spreadu* stosuje się również w stosunku do grup obligacji należących do różnych sektorów rynku. Na przykład, o ile inwestor zauważy, że *spread* pomiędzy obligacjami korporacyjnymi a obligacjami skarbowymi jest „zbyt duży” – liczba obligacji skarbowych jest redukowana w danym portfelu, natomiast liczba obligacji korporacyjnych jest powiększana. Strategię taką nazywa się strategią wymiany międzyrynkowej (*intermarket spread swaps*).

Zarysowana powyżej skrótowo strategia prognozy rozpiętości pomiędzy dochodowością obligacji różnych typów (*yield spread strategy*) została bardziej obszernie omówiona m.in. w pracach F.J. Fabozziego (1995, 1996, 2000). W pracach tych opisano również kilka odmian rozpatrywanej strategii, w zależności od rodzaju analizowanego sektora rynku obligacji.

3.4 Strategie arbitrażowe dla indywidualnych obligacji

Są to strategie polegające na analizie bieżących cen rynkowych poszczególnych obligacji i porównywaniu tych cen z teoretycznymi wartościami bieżącymi (*present values, intrinsic values*) tych instrumentów finansowych, wynikającymi z metody zdyskontowanych na chwilę bieżącą strumieni pieniężnych. Jest to tzw. metoda DCF (*Discounted Cash Flow*). Zgodnie z metodą DCF, bieżąca wartość wewnętrzna PV obligacji jest równa

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r_{0t})^t}, \quad (8)$$

gdzie $C_t = C$ ($t=1, \dots, T-1$) - wartość kuponu, $C_T = C + N$ - wartość kuponu plus wartość nominalna obligacji; T - okres do wykupu, r_{0t} - stopa procentowa *spot* dla okresu $[0, t]$, wyrażona w skali jednego okresu (np. 1 roku). Wzór (8) jest uogólnieniem wzoru (1) na przypadek krzywej dochodowości o dowolnym kształcie.

Postępując zgodnie ze strategią arbitrażową stwierdzamy, że o ile bieżąca cena rynkowa P_0 obligacji jest niższa niż jej wartość wewnętrzna PV , to obligacja taka jest niedoszacowana przez rynek. Obligacja taka powinna być więc kupowana, bowiem zakłada się że rynek w dłuższym okresie jest jednak efektywny w sensie równania wyceny (8). Tak więc przyszłe ceny rynkowe analizowanej obligacji powinny wzrosnąć do wartości wewnętrznej PV , co będzie źródłem dodatkowych zysków. Oczywiście odwrotna sytuacja ma miejsce, gdy cena rynkowa P_0 jest wyższa niż wartość wewnętrzna obligacji PV . Obligacja taka jest bowiem przewartościowana przez rynek, a zatem – powinna być ona natychmiast sprzedana.

Omówiona powyżej skrótowo strategia arbitrażowa, jest w zasadzie pewnym szczególnym przypadkiem przedstawionej w poprzednim punkcie strategii prognozy rozpiętości pomiędzy dochodowościami obligacji z różnych sektorów rynku. Różnica jest taka, że w przypadku tej ostatniej – analizuje się w zasadzie całe grupy obligacji należących do danych sektorów, a nie pojedyncze obligacje.

Szerszą interpretację strategii arbitrażowej, wynikającej z zastosowania równania wyceny obligacji (8) – a w tym omówienie tzw. prawa jednej ceny (*the law of one price*) – można znaleźć m.in. w pracy Eltona, Grubera (1995).

3.5 Strategie wykorzystujące transakcje zamiany (*swaps*) oraz instrumenty pochodne (*futures, options, caps, floors*)

Pewne szczegółowe strategie dotyczące transakcji *swapowych* zostały już skrótowo omówione w poprzednich punktach. Bardziej sformalizowany zapis tego rodzaju strategii prowadzący do rozwiązywania zagadnienia programowania matematycznego można znaleźć w *Dodatku C* do rozdziału 21 pracy Eltona, Grubera (1995).

Natomiast wykorzystanie instrumentów pochodnych na rynku wierzycielskich papierów wartościowych wiąże się z szerokim spektrum metod rozpatrywanych na gruncie nowoczesnej inżynierii finansowej. Instrumenty pochodne wykorzystuje się zarówno dla celów aktywnego zarządzania portfelami obligacji, jak również (a może przede wszystkim) dla celów zabezpieczania tych portfeli przed ryzykiem inwestycyjnym. Chodzi w tym przypadku głównie o ryzyko stopy procentowej oraz o ryzyko kredytowe. Zagadnienia te omówiono ogólnie w cytowanych już pracach Fabozzi (1996, 2000); Fabozzi, Fong (1994); Van Horne (1994).

Między innymi, podkreśla się duże możliwości wynikające z zastosowania kontraktów terminowych *futures* na obligacje czysto-dyskontowe. Umożliwia to m.in. elastyczne i stosunkowo tanie kształtowanie określonych wartości parametrów okresowości (*duration*) portfeli obligacji. Może to być bezpośrednio wykorzystane zarówno dla celów aktywnego zarządzania, jak i dla immunizacji tych portfeli ze względu na ryzyko stóp procentowych. Zagadnienia dotyczące wykorzystania instrumentów pochodnych na rynku obligacji nie będą w niniejszej pracy szerzej rozpatrywane.

3.6. Analiza portfelową

Jest to ostatnia z omawianych w grup metod aktywnego zarządzania na rynku obligacji. Metody analizy portfelowej wiążą się z próbami zastosowania klasycznej teorii portfela H. Markowitza (1959, 1987) dla celów aktywnego zarządzania inwestycjami w obligacje. Chodzi w tym przypadku o rozwiązanie zagadnienia dywersyfikacji ryzyka stopy procentowej, a więc taką konstrukcję portfela, która zapewniłaby minimalną wartość odchylenia standardowego stopy zwrotu z portfela obligacji, przy zadanej wartości oczekiwanej stopy zwrotu. Możliwe jest też sformułowanie zagadnienia równoważnego, a mianowicie problemu maksymalizacji wartości oczekiwanej stopy zwrotu przy zadanym poziomie ryzyka, mierzonym odchyleniem standardowym tej stopy zwrotu.

Jak wiadomo, podstawy analizy portfelowej H. Markowitza odnosiły się pierwotnie wyłącznie do rynku akcji. Co więcej pomiędzy rynkami akcji i obligacji występują pewne istotne różnice. A mianowicie "czas życia" akcji jest w zasadzie nieskończony; tzn. raz wyemitowanej akcji nie można

umorzyć, akcję tę można co najwyżej sprzedać. Tak więc, poza niezbyt częstym przypadkiem bankructwa przedsiębiorstwa emitującego akcje, możemy przyjąć, że każda analizowana akcja istnieje nieskończenie długo. Nieskończenie długie są też szeregi czasowe dotyczące podstawowego parametru akcji, jakim jest stopa zwrotu z inwestycji w tę akcję, czy też stopa zwrotu z inwestycji polegającej na zakupie portfela akcji. Wynikają stąd duże możliwości estymacji takich parametrów jak oczekiwana stopa zwrotu, odchylenie standardowe tej stopy zwrotu (jako miara ryzyka) czy też – a raczej przede wszystkim – współczynniki korelacji pomiędzy stopami zwrotu z poszczególnych akcji.

Natomiast w przypadku rynku obligacji sytuacja jest inna. Każda obligacja (poza specjalną klasą tych walorów; tzw. *perpetuities* – konsole) ma skończony „czas życia”, określony przez ściśle ustalony termin wykupu tej obligacji przez emitenta. Z upływem czasu bieżącego zmieniają się (a więc są niestabilne) podstawowe parametry obligacji, tj. parametry okresowości oraz wypukłości. Między innymi można łatwo wykazać, że parametr okresowości (Macaulaya) jest funkcją malejącą czasu bieżącego; Francis (1991). Owa niestabilność parametrów obligacji stała się przyczyną kontrowersji co do możliwości przetransponowania podstawowych idei H. Markowitza dotyczących modelu dywersyfikacji inwestycji – na grunt teorii rynku obligacji. Niekiedy, opinie co do tej możliwości są wręcz diametralnie odmienne.

W pracy Fabozzi, Fong (1994), ss. 153-154, stwierdzono bowiem:

"Both the variance/covariance approach and the traditional Markowitz formulation assist managers in making asset allocation decisions. For equity optimization, minimization of the standard deviation or variance of portfolio returns is the customary risk objective". ... "In bond analysis, however, no such convention is available. Because a fixed income security has a finite life, its covariance with other bonds changes with time, if for no other reason – than shortening of the maturity of each bond with time". ... "The problem thus becomes one of estimation. Indeed, if a covariance matrix could be created, the bond optimization process could parallel the analysis for stock".

Jak widać jest to zdecydowana negacja możliwości zastosowania podejścia M. Markowitza w stosunku do rynku obligacji. Natomiast w pracy Eltona, Grubera (1995), s. 553, stwierdzono wręcz coś przeciwnego; a mianowicie:

"... we discussed methods of estimating the variance – covariance structure of common stock returns. The general principles discussed are equally as applicable to bonds as they are to stocks. However, they are special characteristics of bonds that suggest that some modification and respecification would be useful."

Tak więc ci z kolei autorzy w sposób zdecydowany akceptują możliwość przeniesienia teorii portfela Markowitza na rynek obligacji. Stwierdzają oni jedynie, że pewne modyfikacje czy też „respecyfikacje” są pożądane. Cytowani autorzy podają również pewien zarys metody zastosowania analizy portfelowej na rynku obligacji. Niestety część podanych przez nich wzorów jest błędna.

Zagadnienie analizy portfelowej na rynku obligacji zostało szczegółowo omówione w pracach autora; A. Jakubowski (2004a, 2006a). Przedstawiono tam próbę sformułowania odpowiedzi na problem na ile – czy też przy jakich warunkach – zastosowanie teorii H. Markowitza na rynku obligacji jest możliwe.

4. Zarządzanie pasywne

Jak to zilustrowano na rysunku 1, zagadnienia zarządzania pasywnego portfelem obligacji skupione są wokół dwóch grup metod; a mianowicie, strategii typu "kup i trzymaj" (*buy and hold*) oraz strategii indeksowych. Popularność stosowania strategii pasywnych wynika z następującego faktu.

Omówione w poprzednim punkcie strategie aktywnego zarządzania inwestycjami w obligacje (poza metodą analizy portfelowej) wiążą się z przyjęciem założenia, że inwestor posiada jakieś informacje co do kształtu przyszłej struktury stóp procentowych, które nie są znane pozostałym inwestorom, a tym samym – nie są one jeszcze uwzględnione w bieżących cenach rynkowych. Dotyczy to zresztą nie tylko informacji (czy też znanych tylko danemu inwestorowi prognoz) co do przyszłych stóp procentowych, lecz również wszystkich innych danych co do otoczenia analizowanego rynku mogących mieć wpływ na przyszłe ceny obligacji; takich, jak spodziewane zmiany w systemie podatkowym, prognozowane zmiany w ratingu obligacji danej klasy, tj. na przykład przejście z klasy B do wyższej klasy BB, itp.

Ujmując to jeszcze inaczej, podstawą działania inwestora zarządzającego aktywnie portfelem obligacji jest założenie (choćby chwilowej nawet) nieefektywności rynku, powodującej, że inwestor jest w stanie "pokonać rynek" wykorzystując różnego typu strategie arbitrażowe. Sytuacja ta jest trochę podobna do sytuacji na rynku akcji, gdzie dużą popularnością (szczególnie wśród inwestorów indywidualnych) cieszą się metody tzw. *analizy technicznej*, której zwolennicy wierząc, że potrafią wykorzystać pewne anomalie nieefektywnego rynku dążą (ze zmiennym szczęściem) do uzyskiwania ponadprzeciętnych zysków.

Ponadto, jak już wspomniano, metody zarządzania aktywnego wiążą się z akceptacją na ogół wysokiego poziomu ryzyka inwestycyjnego wynikającego z dwóch czynników: ryzyka nietrafnych prognoz co do przyszłego

kształtu struktury terminowej stóp procentowych (lub kształtu innych czynników otoczenia rynkowego) oraz ryzyka wynikającego z nieadekwatności – czy też niedokładności – przyjętych modeli decyzyjnych.

Wszystko to powoduje, że większość inwestorów instytucjonalnych nie akceptując poziomu ryzyka, jakim obarczone są modele zarządzania aktywnego – preferuje metody pasywne inwestycji w obligacje. Dotyczy to przede wszystkim długoterminowych inwestorów instytucjonalnych, a więc menedżerów funduszy emerytalnych, funduszy ubezpieczeń na życie oraz inwestorów zarządzających różnego typu obligacyjnymi funduszami inwestycyjnymi, których jednostki uczestnictwa kupowane są przez ludność – jako alternatywa długoterminowych lokat bankowych. Wśród tego typu inwestorów dominuje przekonanie, że rynki kapitałowe są jednak w dłuższym horyzoncie czasowym efektywne, a ponadprzeciętne zyski (tzw. *excess returns*) – jakkolwiek możliwe w krótkim terminie – nie równoważą ponadprzeciętnych strat wynikających z akceptacji zbyt dużego poziomu ryzyka inwestycyjnego.

Przejdziemy teraz do krótkiego omówienia wspomnianych na wstępie dwóch grup metod zarządzania pasywnego na rynku obligacji.

4.1. Strategie typu "kup i trzymaj" (*buy and hold*)

Jest to historycznie rzecz biorąc najstarszy rodzaj strategii stosowanych na rynku obligacji. Inwestorzy stosujący tę strategię kupują obligacje długoterminowe o atrakcyjnym w danej chwili oprocentowaniu i trzymają te obligacje do terminu ich wykupu. Inwestorzy ci otrzymując w kolejnych okresach przysługujące im odsetki oraz na końcu – wartość nominalną obligacji, eliminują w ten sposób tzw. ryzyko cenowe, zwane też ryzykiem okresu posiadania (*price risk, holding period risk*). Chodzi w tym przypadku o to, że obligacje kupowane w myśl tej strategii nie są przez inwestorów pasywnych sprzedawane na rynku w jakiejś przyszłej chwili, w terminie krótszym niż okres wykupu obligacji. Inwestorzy ci nie muszą więc prognozować przyszłych cen rynkowych posiadanych obligacji oraz akceptować w ten sposób ryzyka przyszłych zmian stóp procentowych, wpływających bezpośrednio na owe ceny rynkowe.

Jednak ryzyka stopu procentowej nie da się w ogólnym przypadku całkowicie wyeliminować; nawet stosując tak konserwatywną strategię, jaka wynika z zasady „kup i trzymaj”. W przypadku zakupu obligacji wielokupowanych o stałym oprocentowaniu, inwestor stosujący omawianą strategię musi bowiem zaakceptować tzw. ryzyko reinwestycji odsetek (*reinvestment risk*). Ryzyko to wynika bezpośrednio z faktu, że otrzymane w kolejnych okresach wpływy z odsetek od posiadanych obligacji są następnie reinwestowane według przyszłych rynkowych stóp procentowych. Tak więc

scenariusz przyszłej ewolucji struktury terminowej stóp procentowych nie jest dla inwestora pasywnego całkowicie obojętny. Oczywiście scenariusz wzrostu przyszłych stóp procentowych jest dla tego typu inwestorów korzystny – bowiem mogą oni wówczas uzyskać wyższe wpływy z reinwestowania otrzymywanych w kolejnych okresach odsetek. Z tych samych powodów scenariusz spadku przyszłych rynkowych stóp procentowych jest dla inwestorów pasywnych niekorzystny.

Ryzyko reinwestycji odsetek jest w zasadzie przez inwestorów długoterminowych akceptowane. Inwestorzy ci wyznają bowiem zasadę, że w długim horyzoncie czasowym, możliwe spadki uzyskiwanych wpływów, wynikających z procesu reinwestycji odsetek według spadających rynkowych stóp procentowych - są odpowiednio rekompensowane przez wzrosty tych wpływów w okresach wzrostu stóp procentowych.

Istnieją ponadto co najmniej trzy metody całkowitej likwidacji lub też silnego ograniczenia analizowanego ryzyka reinwestowania. Najprostszą metodą jest zakup długoterminowych obligacji czysto-dyskontowych, tzw. obligacji o zerowym kuponie (oczywiście, o ile istnieją one na danym rynku). W przypadku zakupu takich obligacji z określonym dyskontem w stosunku do wartości nominalnej i trzymania ich do okresu wykupu przez emitenta – ryzyko reinwestycji odsetek nie występuje. Wynika to z oczywistego faktu – a mianowicie, odsetek tych po prostu nie ma.

Drugą metodą eliminacji ryzyka reinwestycji odsetek jest zakup tzw. obligacji indeksowanych (*index-linked bonds*). Są to obligacje o zmiennym kuponie, którego wartość jest właśnie indeksowana bieżącym poziomem krótkoterminowych stóp procentowych – plus pewien współczynnik marży - lub też bieżącym poziomem inflacji powiększonym o marżę. Niestety obligacje tego typu są emitowane głównie w krótko- i średnioterminowym segmencie rynku kapitałowego. W Polsce są to obligacje co najwyżej 10-letnie. Z tego też powodu, obligacje indeksowane stanowią tylko nikły procent portfeli długoterminowych inwestorów pasywnych, stosujących zasadę „kup i trzymaj”. Po prostu konieczność częstego nabywania kolejnych emisji obligacji indeksowanych zwiększa poziom kosztów transakcyjnych, a to z kolei obniża całkowitą rentowność długoterminowych inwestycji, dokonywanych przez menedżerów konserwatywnie zarządzanych funduszy. Ponadto należy pamiętać, że na rynku kapitałowym „nie dostaje się niczego za darmo”. Zgodnie z tą zasadą, dochodowość obligacji indeksowanych (a więc obarczonych mniejszym ryzykiem) jest na ogół niższa od dochodowości obligacji o stałym oprocentowaniu.

Trzecia metoda, która jest ostatnio coraz szerzej stosowana w celu ograniczenia ryzyka stopy procentowej wpływającego na rentowność portfeli obligacji – wynika z szerokiego spektrum możliwości oferowanych przez instrumenty pochodne na stopę procentową. Zasada tzw. zabezpieczania portfeli (*hedging*) jest jedną z podstawowych zasad oferowanych w tym

zakresie przez coraz to bardziej rozwijane metody nowoczesnej inżynierii finansowej; A. Weron, R. Weron (1998), D. Gałarek, R. Maksymiuk, (1998).

Z przedstawionego powyżej opisu wynika, że ryzyko stopy procentowej ma w zasadzie dosyć nikły wpływ na rentowność inwestycyjną konserwatywnych portfeli obligacji zarządzanych według zasady „kup i trzymaj”. Istnieje natomiast inny rodzaj ryzyka inwestycyjnego, jakie musi być w analizowanym przypadku brane pod uwagę; jest to tzw. ryzyko niewypłacalności emitenta, zwane również ryzykiem niewywiązywania się z zobowiązań lub ryzykiem kredytowym (*default risk*, *credit risk*). Ryzyko to jest przedmiotem największej troski i obaw inwestorów konserwatywnie zarządzających portfelami obligacji. W celu ograniczenia ryzyka niewypłacalności, inwestorzy ci uważnie analizują tablice ratingowe dostępnych na rynku obligacji, publikowane regularnie przez takie agencje jak Standard & Poors, Moody's, Fitch i inne.

W zasadzie wyróżnia się trzy klasy obligacji ze względu na poziom ryzyka niewypłacalności emitenta: klasa inwestycyjna (*investment grade*), klasa spekulacyjna (*speculative grade*) oraz klasa obligacji śmieciowych (*junk bonds*). Na podstawie danych historycznych, największe domy maklerskie i banki inwestycyjne opracowują tablice, w których przyporządkowuje się prawdopodobieństwa niewypłacalności emitenta odpowiednim stopniom ratingowym analizowanych obligacji (np. Aaa, Baa, Ba – wg standardu Moody's). Oczywiście, prawdopodobieństwo to jest bliskie zeru w przypadku obligacji emitowanych przez Skarb Państwa (*the Treasury bonds*) oraz obligacji korporacyjnych emitowanych przez renomowane firmy. Wysokim ratingiem charakteryzują się również obligacje municypalne i samorządowe (emitowane przez zarządy miast bądź regionów) oraz obligacje hipoteczne (*mortgage-backed securities*). Obligacje te charakteryzują się jednocześnie znacznie niższą rentownością do wykupu (YTM) w porównaniu z obligacjami klasy spekulacyjnej. Po prostu inwestorzy dokonujący zakupu obligacji spekulacyjnych, żądają wyższej premii za ryzyko inwestycyjne w porównaniu z wysoko klasyfikowanymi obligacjami klasy inwestycyjnej, o podobnych strumieniach finansowych i podobnych terminach wykupu. Powoduje to, że bieżące ceny rynkowe obligacji spekulacyjnych są odpowiednio niższe, a tym samym rentowność z inwestycji w te obligacje jest niekiedy znacząco wyższa.

Oddzielną klasę – jeżeli chodzi o poziom ryzyka niewypłacalności – tworzą tzw. obligacje śmieciowe (*junk bonds*). Obligacje tego typu stały się w ciągu ostatnich 15 lat niezwykle popularne na rynku amerykańskim oraz nieco później – na rynku europejskim. Poziom ryzyka inwestycyjnego związanego z nabyciem tego typu obligacji zbliżony jest już raczej do poziomu ryzyka występującego na rynku akcji. Obligacje te nabywane są przez zarządzane aktywnie fundusze agresywne. Jedną z korzyści, jakie się w tym przypadku uzyskuje jest odpowiednia dywersyfikacja ryzyka całkowitego

„mieszanych” portfeli akcyjno-obligacyjnych. Wynika to stąd, że stopy zwrotu z inwestycji w obligacje śmieciowe są na ogół nieskorelowane ze stopami zwrotu z inwestycji w akcje lub stopień tej korelacji jest niski.

Duże, pasywnie zarządzane fundusze obligacyjne na ogół koncentrują swe zakupy wokół obligacji należących do klasy inwestycyjnej, a więc instrumentów finansowych o najwyższym ratingu. Związane jest to często z określonymi uwarunkowaniami prawnymi; np. konieczność koncentracji inwestycji wokół obligacji o najwyższym ratingu może wynikać bezpośrednio z odpowiednich zapisów w statutach tych funduszy. Dotyczy to również (a może przede wszystkim) dużych funduszy inwestycyjnych działających na rynkach międzynarodowych.

Ograniczenie ryzyka niewypłacalności emitenta możliwe jest również w wyniku zastosowania pochodnych instrumentów finansowych; szczególnie obiecujące w tym zakresie są tzw. *opcje binarne*. Ważnym elementem analizy tego ryzyka są też modele wyceny obligacji, charakteryzujących się określonym – na podstawie danych z przeszłości - prawdopodobieństwem niewypłacalności. Jedną z nowych metod takiej wyceny została zaproponowana m.in. przez autora niniejszej pracy (*et al.*); por. Jakubowski (2002), Kulikowski, Jakubowski (2000).

4.2. Strategie indeksowe

Stosowane komercyjnie od połowy lat osiemdziesiątych ubiegłego wieku strategie indeksowe są wyrazem następującego postulatu, jakim kierują się menedżerowie dużych funduszy inwestycyjnych operujących na rynku dłużnych papierów wartościowych. A mianowicie, skoro „pokonanie rynku” jest w dłuższym okresie niemożliwe, to należy tak przynajmniej zarządzać portfelem obligacji – aby z tym rynkiem nie przegrywać. Wyrazem tego postulatu jest konstruowanie tzw. portfeli indeksowych, których stopa zwrotu jest silnie zbliżona do stopy zwrotu wyznaczonej przez zmianę wartości określonego indeksu obligacji, publikowanego dla poszczególnych rynków przez duże banki inwestycyjne. Jednymi z bardziej popularnych indeksów tego typu są: Lehman Brothers Agregate Index, Salomon Brothers Broad Investment–Grade Bond Index, Merrill Lynch Domestic Market Index i inne; por. Reilly, Kao, *et al.* (1992).

Zagadnienie konstrukcji indeksowego portfela obligacji jest zagadnieniem nietrywialnym. Oczywiście najprościej byłoby „kupić cały indeks”; tj. nabyć wszystkie obligacje wchodzące w skład oficjalnie publikowanego indeksu rynkowego i to w proporcjach określonych przez liczbę istniejących w danej chwili na rynku obligacji. Taki portfel w sposób idealny odzwierciedlałby zmiany indeksu rynkowego. W praktyce, ze względów finansowych jak i też z wielu innych powodów (np. koszty transakcyjne, ograniczona płynność obligacji różnych typów), nabycie portfela będącego

stuprocentowym odzwierciedleniem teoretycznego indeksu rynkowego nie jest możliwe.

Dlatego też stosuje się w tym przypadku modele przybliżone, umożliwiające konstrukcję portfeli w sposób możliwie najbardziej dokładny odzwierciedlających zmiany danego indeksu rynkowego. Ważnym elementem ograniczającym konstrukcję takich przybliżonych portfeli indeksowych jest konieczność uwzględnienia określonych kosztów transakcyjnych, które nie mogą być większe od założonego z góry poziomu. Dlatego do budowy tego typu portfeli wykorzystuje się określone algorytmy programowania matematycznego (na ogół liniowego lub kwadratowego), umożliwiające pewien optymalny wybór portfela indeksowego obligacji, spośród wielu możliwych do wykorzystania portfeli. Takie pakiety optymalizacyjne wykorzystywane są przez duże fundusze inwestycyjne, zamawiające dla swych celów specjalistyczne oprogramowanie. Część z tych programów jest również dostępna publicznie na rynku oprogramowania komercyjnego, wykorzystywanego na rynkach finansowych.

Zagadnienia ogólne tworzenia portfeli indeksowych zostały szerzej omówione m.in. w pracach Fabozzi (2000), ss. 434-446; Mossavar-Rahmani (1991), McEnally, Boardman (1979). Natomiast matematyczną prezentację modeli optymalizacyjnych wykorzystywanych do konstrukcji portfeli indeksowych zawiera praca Seix, Akoury (1986).

Na zakończenie tych uwag ogólnych co do specyfiki metod pasywnych zarządzania portfelem obligacji, należy podkreślić, że konstruowanie portfeli indeksowanych oznacza znaczny postęp w stosunku do zarządzanych konserwatywnie portfeli, w których wykorzystuje się strategię typu „kup i trzymaj”. Zauważmy bowiem, że efektywność inwestycyjna tych ostatnich portfeli może być w wielu przypadkach znacznie niższa niż możliwa potencjalnie do uzyskania rentowność wynikająca ze zmiany indeksów rynkowych. Z powyższego wynika, że – w szczególności niezbyt racjonalnie zarządzane – portfele typu „kup i trzymaj” mogą systematycznie „przegrywać z rynkiem”. Zresztą, w zasadzie nie widać powodów, dla których miałyby być inaczej. A to nie jest już powód do chwały menedżerów zarządzających tego typu portfelami.

5. Immunizacja, portfele dedykowane

Strategie immunizacyjne, prowadzące do konstrukcji portfeli obligacji, których wartość w ściśle zdefiniowanym horyzoncie czasowym jest niezależna od nieoczekiwanych zmian stóp procentowych w tym okresie – są strategiami pośrednimi w stosunku do rozpatrywanych poprzednio strategii aktywnych i strategii pasywnych. Strategie te często nazywane strategiami

semi-aktywnymi (lub semi-pasywnymi) zależą ściśle od przyjętych wcześniej założeń co do kształtu i sposobu ewolucji w czasie struktury terminowej stóp procentowych; por. schematy (6.4) – (6.7). Od założeń tych zależą bowiem bezpośrednio definicje parametrów okresowości (*duration*) i wypukłości obligacji (bądź portfeli obligacji). Z kolei parametry te – a w szczególności parametr okresowości D portfela obligacji – mają podstawowe znaczenie dla konstruowania analizowanych modeli immunizacyjnych.

Ogólnie rzecz biorąc zagadnienie immunizacji portfela obligacji ze względu na ryzyko stóp procentowych jest zagadnieniem złożonym. Poniżej, przedstawimy pewną ogólną charakterystykę problematyki dotyczącej procesu tworzenia portfeli zimmunizowanych oraz przedstawimy dosyć obszerny wykaz wybranej literatury przedmiotu. Omówimy również pokrótce klasę tzw. portfeli dedykowanych. Natomiast w pracy autora Jakubowski (2006b) przedstawiono obszernie matematyczny opis wybranych modeli immunizacyjnych; począwszy od modeli najprostszych – aż po najbardziej zaawansowane modele tzw. immunizacji czynnikowej.

5.1. Immunizacja portfela obligacji przy jednym zobowiązaniu finansowym

W najbardziej klasycznym ujęciu (*Remington*, 1952) model immunizacyjny portfela obligacji dotyczył założenia płaskiej struktury terminowej stóp procentowych oraz możliwości tylko równoległych przesunięć (w górę bądź w dół) tej struktury; por. wzór (4). Dalsze założenia klasycznego modelu immunizacji są następujące:

- (i) Zadany jest horyzont inwestycyjny H , przy czym w chwili $\tau = H$ inwestor musi spłacić zobowiązanie finansowe (*liability*) L . W celu wypełnienia tego zobowiązania oraz osiągnięcia ewentualnie dodatkowych zysków (*excess return*) inwestor kupuje na rynku w chwili $\tau = 0$ portfel obligacji o określonej strukturze strumieni finansowych.
- (ii) Wartość bieżąca zobowiązania finansowego L w chwili początkowej $\tau = 0$, wynikająca ze zdyskontowania zobowiązania L na chwilę bieżącą według obowiązującej w chwili $\tau = 0$ rynkowej stopy procentowej – jest zadana i równa wartości początkowej P_0 analizowanego portfela obligacji.
- (iii) Należy tak dobrać strumienie finansowe analizowanego portfela obligacji, aby przyszła wartość tego portfela w chwili $\tau = H$ była równa co najmniej wartości L przyszłego zobowiązania finansowego. Co więcej ma to nastąpić niezależnie od nieoczekiwanych zmian dr rynkowej

stopy procentowej r , jaka może wystąpić bezpośrednio po zakupie rozpatrywanego portfela.

Rozwiązanie przedstawionego powyżej zagadnienia formułuje się w postaci tzw. *podstawowego twierdzenia o immunizacji*. A mianowicie: portfelem spełniającym postulaty (i) – (iii) – dla niezbyt dużej zmiany dr stopy procentowej jest każdy portfel obligacji, którego parametr okresowości (Macaulaya) D jest równy horyzontowi inwestycyjnemu H .

Powyższe twierdzenie zostało uogólnione przez Fishera, Weila (1971) na przypadek struktury terminowej o dowolnym kształcie (a więc krzywa dochodowości nie musi być płaska) oraz możliwych tylko równoległych przesunięciach tej struktury; por. wzór (5).

Kolejnym znaczącym etapem rozwoju prac nad immunizacją portfela obligacji jest dalsze osłabienie założeń modeli Remingtona (1952) oraz Fishera, Weila (1971). A mianowicie, dowodzi się że podstawowe twierdzenie o immunizacji pozostaje prawdziwe w przypadku struktury terminowej o dowolnym kształcie oraz proporcjonalnych zmianach czynnika jedność plus stopa procentowa *spot*; por. wzór (6). Następnie, dowiedziono również, prawdziwość tego twierdzenia dla zmian proporcjonalnych, ze "współczynnikiem tłumienia" stóp procentowych *spot*, odbywających się według schematu (7). Wprowadzono ponadto jeszcze bardziej ogólny schemat ewolucji w czasie niepłaskiej krzywej dochodowości, a mianowicie założono następujący schemat tych zmian:

$$\frac{d(1+r_{0t})}{1+r_{0t}} = g_t \frac{d(1+r_{01})}{1+r_{01}}; \quad \forall t = 1, \dots, T, \quad (9)$$

gdzie g_t - parametr zidentyfikowany na podstawie danych historycznych, ($g_t \neq 0$), r_{0t} - stopa procentowa *spot* dla okresu $[0, t]$, T - najdłuższy termin, dla którego rozpatruje się (dla danego rynku) krzywą dochodowości.

Pełny matematyczny opis zagadnień immunizacji portfela obligacji, przy założeniu schematów (6), (7) i (9) możliwych, nierównoległych przesunięć krzywej dochodowości o dolnym kształcie, można znaleźć w pracach Zaremby (1995, 1998) oraz w pracach Zaremby, Smoleńskiego (1998, 2000). Pewnym uzupełnieniem tych wyników jest praca autora; Jakubowski (2006b). Należy podkreślić, że jakkolwiek same schematy zmian (6), (7) i (9) struktury terminowej stóp procentowych zostały już znacznie wcześniej zasugerowane w *Dodatku A* do rozdziału 21 pracy Eltona, Grubera (1995), autorowi nie są znane jakiegokolwiek inne – poza cytowanymi powyżej – prace, w których całościowo przedstawiono by dowód *podstawowego twierdzenia o immunizacji* dla tych schematów.

Przyjęcie schematów zmian (6), (7) i (9) struktury terminowej stóp procentowych o dowolnym kształcie i możliwych nierównoległych przesunięciach tej struktury jest na pewno istotnym uogólnieniem modeli Remingtona (1952) i Fishera, Weila (1971), w których dopuszczono możliwość tylko równoległych przesunięć płaskiej bądź niepłaskiej krzywej dochodowości. Tym niemniej, przyjęcie tych schematów wiąże się z nieco innym uproszczeniem opisu zjawisk występujących w sferze rynków finansowych. A mianowicie, można nietrudno wykazać, że założenie schematów (6), (7) i (9) oznacza przyjęcie, że stopy procentowe *spot* r_{0t} ($t=1, \dots, T$), są ściśle skorelowane ze sobą; tj. współczynniki korelacji tych stóp są równe jedności. Oznacza to założenie pełnego determinizmu sytuacji – jakkolwiek losowa zmiana najkrótszych stóp *spot* r_{01} wymusza deterministycznie wszelkie inne zmiany pozostałych stóp procentowych *spot*; tj. stóp r_{02}, \dots, r_{0T} .

Jest to oczywiście pewnym przybliżeniem rzeczywistości. Z badań empirycznych wynika bowiem, że stopy procentowe *spot* r_{0t} są co prawda silnie dodatnio skorelowane, tym niemniej współczynniki korelacji pomiędzy tymi stopami są mniejsze od jedności. Wartości tych współczynników waha się – w zależności od analizowanego rynku – w zakresie 0.70 - 0.98; por. Dahl (1993), Kulikowski, Jakubowski, Bury (1995, 1996). Modelami immunizacyjnymi, w których wykorzystuje się macierze korelacji pomiędzy stopami procentowymi *spot* – są rozpatrywane m. in. w pracy Jakubowski (2006b) *modele czynnikowe immunizacji*. Modele te są więc dalszym uogólnieniem omawianego powyżej podejścia do zagadnień immunizacji portfeli obligacji.

Warto podkreślić, że z podstawowego twierdzenia o immunizacji wynika, że portfeli zimmunizowanych spełniających postulatory (i) – (iii) może być teoretycznie nieskończenie wiele. To znaczy każdy portfel spełniający warunki (i) – (iii), którego okresowość D jest równa założonemu horyzontowi inwestycyjnemu H - jest portfelem zimmunizowanym. Dlatego też, istnieje możliwość wyboru najlepszego – w określonym sensie – portfela zimmunizowanego. Między innymi, w pracach Zaremby (1998) oraz Zaremby i Smoleńskiego (1998, 2000) wykazano, że portfelem zapewniającym inwestorowi (oprócz immunizacji ze względu na losowe zmiany stóp procentowych) najwyższą stopę zwrotu – jest portfel o maksymalnej wypukłości. Wykazano też, że portfelem takim jest portfel sztangowy (*barbell portfolio*) składający się, w odpowiednio dobranych proporcjach, z dwóch obligacji czysto-dyskontowych: obligacji o najkrótszym terminie wykupu oraz obligacji o najdłuższym terminie wykupu. Oczywiście wniosek ten pozostaje w mocy tylko w przypadku, gdy rzeczywiste zmiany struktury terminowej stóp procentowych można z odpowiednio dużą dokładnością przybliżyć założonym z góry schematem (9).

W często cytowanej pracy Fonga, Vasička (1984) zaproponowano jeszcze inne wykorzystanie faktu istnienia nieskończenie wielu portfeli zimmunizowanych, spełniających warunki (i) – (iii). Otóż, przyjęto na początku dosyć restrykcyjne założenie Fischera, Weila (1971), że możliwe są tylko równoległe przesunięcia krzywej dochodowości i na tej podstawie wyznaczono klasę portfeli zimmunizowanych dla założonego horyzontu inwestycyjnego H . Następnie, przyjmując, że zmiany stóp procentowych mogą być jednak dowolne, wyprowadzono wzór będący kryterium niedopasowania założonego pierwotnie modelu immunizacyjnego do rzeczywistych zmian analizowanej krzywej dochodowości. Wzór ten, wyznaczający tzw. *indeks ryzyka immunizacji* ma postać:

$$I = [PVCF_1(1-H)^2 + \dots + PVCF_t(t-H)^2 + \dots + PVCF_T(T-H)^2] / P_0, \quad (10)$$

gdzie $PVCF_t$ - wartość bieżąca strumienia finansowego CF_t wynikającego z posiadania danej obligacji, zdyskontowana na chwilę początkową według obowiązującej na rynku dla okresu $[0, t]$ stopy procentowej, P_0 - wartość bieżąca rozpatrywanej obligacji, H - założona długość horyzontu inwestycyjnego; $H < T$.

Zagadnienie ostatecznego wyboru portfela zimmunizowanego, spośród wszystkich portfeli spełniających warunek $D = H$ (gdzie D - parametr okresowości portfela) – sprowadza się zatem do wyboru portfela o takich wartościach bieżących $PVCF_t$ ($t = 1, \dots, T$) strumieni finansowych CF_t , dla których ryzyko immunizacji I wyrażone wzorem (10) jest minimalne. Zagadnienie to formułuje się jako zagadnienie programowania liniowego, przy ograniczeniu równościowym $D = H$, wynikającym z podstawowego twierdzenia o immunizacji.

Zauważmy, że ze wzoru (10) bezpośrednio wynika, że portfelem zimmunizowanym o najmniejszym ryzyku byłby portfel o strukturze „pocisku” (*bullet portfolio*), składający się z tylko jednej obligacji czysto-dyskontowej, o terminie wykupu równym założonemu horyzontowi inwestycyjnemu H . Jednak portfel taki może w danej chwili na rynku nie istnieć. A ponadto, portfel tego typu może nie spełniać pewnych dodatkowych warunków; takich, jak odpowiednio wysoka stopa zwrotu z inwestycji, itp.

Wydaje się, że interesujące byłoby połączenie zaprezentowanej powyżej skrótkowo koncepcji Fonga, Vasička (1984) z podejściem Zaremby, Smoleńskiego (1998, 2000) do zagadnień portfela zimmunizowanego. Podejście to byłoby bowiem o wiele bardziej ogólne w porównaniu z wykorzystaniem przez G. Fonga i O. Vasička modelu immunizacyjnego, rozpatrywanego dla równoległych tylko przesunięć krzywej dochodowości.

Analizowane powyżej schematy zmian (6), (7) i (9) struktury terminowej stóp procentowych, umożliwiające uogólnienie modelu immunizacyjnego Fishera, Weila (1971), nie stanowią oczywiście jedynych rozwiązań w tym zakresie, jakie można napotkać w literaturze przedmiotu. Na przykład, ciekawą koncepcję modeli addytywnych, multiplikatywnych oraz modeli mieszanych (addytywno-multiplikatywnych) dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych – zaprezentowano w pracy Bierwaga (1987).

Inne podejścia do analizy ryzyka stóp procentowych na rynku obligacji oraz konstrukcji parametrów *duration* dla przypadku nierównoległych przesunięć krzywej dochodowości można znaleźć w pracy Fabozzi, Fong (1994), rozdz. 3 – koncepcja tzw. *functional duration*; a także w pracach Klaffky, Ma, Nozari (1992) – metoda *key rate durations*. Interesująca jest również w omawianej dziedzinie praca Johnsona, Meyera (1989).

Ciekawymi pracami, w których dyskutuje się zarówno zagadnienia teoretyczne jak i praktyczne wiążące się bezpośrednio z portfelami zimmunizowanymi są prace Coxa, Ingersolla, Rossa (1979) oraz Bierwaga, Kaufmana, *et al.* (1981). Natomiast w pracy Granito (1984) wyprowadzono ważny wzór na aproksymację rentowności do wykupu (YTM) portfela obligacji. Wykazano mianowicie, że rentowność YTM portfela jest dobrze aproksymowana przez średnią ważoną rentowność YTM poszczególnych obligacji, przy czym za współczynniki wagowe, należy przyjąć unormowane parametry okresowości tych obligacji. Pewną interesującą modyfikację modelu immunizacyjnego (tylko dla równoległych przesunięć krzywej dochodowości) zawiera również Marshalla, Yawitza (1982). W pracy tej wykazano, że wartość portfela zimmunizowanego dla horyzontu czasowego H - jest ograniczona od dołu również dla innych chwil rozpatrywanych na osi czasu $[0, H]$. Z tym, że owa ograniczona od dołu wartość, może być jednak niższa od wartości analizowanego portfela w chwili H , wyznaczonej przy założeniu braku zmian stóp procentowych.

5.2. Immunizacja warunkowa (*contingent immunization*)

Wprowadzenie koncepcji immunizacji warunkowej portfeli obligacji wiąże się z dalszym uogólnieniem zagadnienia immunizacji. A mianowicie, strategie immunizacji warunkowej uwzględniają w większym stopniu aspekt aktywnego zarządzania inwestycjami w obligacje, niż miało to miejsce w przypadku klasycznych modeli immunizacyjnych. Autorami koncepcji zwiększenia „stopnia aktywności” zarządzanych portfeli obligacyjnych są M.L. Leibowitz i A. Weinberger (1981, 1982, 1983).

Podstawą tej koncepcji jest osłabienie założenia, że portfel zimmunizowany musi zapewniać w zadanym horyzoncie czasowym H ściśle określoną stopę zwrotu z inwestycji, tak aby ściśle wypełnić po upływie okresu H zobowiązanie finansowe L . A mianowicie, oprócz owej możliwej do

uzyskania tzw. zimmunizowanej stopy zwrotu (*immunized rate of return*), wprowadza się również do modelu pojęcie minimalnej docelowej stopy zwrotu (*minimum target return, floor return*). Owa minimalna stopa zwrotu ustalana jest egzogenicznie poniżej teoretycznie możliwej do uzyskania stopy zimmunizowanej. Różnicę pomiędzy tymi stopami nazywa się nadmiarową osiągalną stopą zwrotu lub też *spreadem* „poduszkowym” (*cushion spread*). Zakłada się, że im większy jest *spread* „poduszkowy”, tym większe są potencjalne możliwości inwestora co do zarządzania aktywnego.

Następnie, analizowany portfel obligacji jest zarządzany *on line* (aktywnie), przy czym w każdej bieżącej chwili inwestor obserwuje wielkość *spreadu* „poduszkowego”. Wielkość tego *spreadu* może się zwiększać lub zmniejszać w zależności od zmian poziomu rynkowych stóp procentowych lub też zmian innych czynników. Ujmując to dokładniej, dolny poziom od którego liczony jest *spread* „poduszkowy”, wyznaczony przez minimalną docelową stopę zwrotu pozostaje niezmienny; bowiem zadany jest on z góry na początku procesu inwestycyjnego. Zmienia się natomiast górny poziom, wyznaczony przez teoretycznie możliwą do osiągnięcia, zimmunizowaną stopę zwrotu; stopa ta zależy bowiem od bieżącego poziomu stóp procentowych. W przypadku, gdy wskutek niesprzyjających okoliczności (np. nieoczekiwanego przez inwestora wzrostu stóp procentowych) wielkość *spreadu* „poduszkowego” zmaleje do zera, inwestor włącza natychmiast mechanizm immunizacyjny – rekonstruuje odpowiednio posiadany portfel. Poziom stóp procentowych, przy których dokonuje się natychmiastowej zmiany strategii zarządzania ze strategii aktywnej na strategię zimmunizowaną, nazywa się poziomem przełączenia (*trigger point*).

Strategia warunkowej immunizacji daje szerokie możliwości menedżerom tzw. gwarantowanych funduszy inwestycyjnych. Stosując tę strategię można nie tylko spełniać pewne minimalne wymagania klientów takich funduszy, określone przez minimalną docelową stopę zwrotu. Strategia ta, poprzez jej aspekt aktywnego zarządzania, umożliwi również osiągnięcie pewnych dodatkowych zysków, których część wypłacana jest kierownictwu zarządzanych funduszy.

Oczywiście portfele zimmunizowane warunkowo obciążone są większym ryzykiem inwestycyjnym w porównaniu z portfelami całkowicie zimmunizowanymi. Nie ma bowiem gwarancji, że całkowita składana stopa zwrotu z portfeli warunkowo zimmunizowanych będzie wyższa niż zimmunizowana stopa zwrotu określona teoretycznie na początku procesu inwestycyjnego. Są tylko pewne możliwości w tym kierunku – ale to już zależy od umiejętności menedżerów funduszy ukierunkowanych na aktywne zarządzanie inwestycjami; w granicach – zakreślonych przez rozmiar *spreadu* „poduszkowego”.

Pewne przykłady liczbowe ilustrujące zarysowaną powyżej ogólnie ideę warunkowej immunizacji można znaleźć w pracach *Fabozzi, Fong* (1994) oraz *Fabozzi* (2000). Szczegółowy opis samej procedury, według której realizowana jest strategia warunkowej immunizacji; a także opis wielu aspektów dotyczących stosowania tej strategii w praktyce – zawierają cytowane już prace autorów tej koncepcji.

5.3. Immunizacja przy wielu zobowiązaniach.

Portfele dedykowane

Konieczność immunizacji portfela obligacji ze względu na strumień przyszłych zobowiązań finansowych L_1, \dots, L_m , stanowi o wiele częstszy, spotykany w praktyce przypadek - w porównaniu z modelami immunizacji ze względu na jedno zobowiązanie finansowe. Zarówno fundusze emerytalne jak i towarzystwa ubezpieczeń na życie stoją przed problemem takiego zabezpieczenia swoich portfeli obligacyjnych, aby móc w przyszłości wypełnić całą serię rozciągniętych w czasie zobowiązań finansowych i to niezależnie od ryzyka nieoczekiwanych zmian stóp procentowych. Do tych właśnie instytucji finansowych adresowane są tzw. dedykowane portfele obligacji (*dedicated portfolios*). Wśród ogólnej grupy portfeli dedykowanych można wyróżnić dwie klasy portfeli: portfele zimmunizowane ze względu na strumień przyszłych zobowiązań (*multiple liability immunization*) oraz portfele, dla których konstrukcji wykorzystano strategię bezpośredniego dopasowania strumieni pieniężnych (*cash flow matching*).

Immunizacja przy zadanym strumieniu zobowiązań. Strategia immunizacji portfela obligacji wynika w tym przypadku bezpośrednio z uogólnienia rozpatrywanego poprzednio dla jednego zobowiązania finansowego, podstawowego twierdzenia o immunizacji. Pierwsze prace w tym kierunku zostały wykonane przez G.O. Bierwaga, G.C. Kaufmana i A. Toevsa (1979, 1983b). Autorzy ci wprowadzili pojęcie parametru okresowości (*duration*) w stosunku do strumienia zobowiązań L_1, \dots, L_m , w taki sam sposób, w jaki oblicza się parametr okresowości Macaulaya dla portfela obligacji, tzn. posłużono się następującymi wzorami.

Okresowość portfela obligacji:

$$D_p = \sum_{t=1}^T (t \times PVCF_t) / P_0, \quad (11)$$

gdzie $PVCF_t$ - wartości bieżące strumieni finansowych CF_t obligacji ($t = 1, \dots, T$); P_0 wartość bieżąca obligacji.

Okresowość strumienia zobowiązań:

$$D_L = \sum_{k=1}^M (k \times PVL_k) / L_0, \quad (12)$$

gdzie PVL_k - wartości bieżące strumieni zobowiązań L_k ($k = 1, \dots, M$); L_0 - suma wartości bieżących wszystkich zobowiązań.

Wykorzystując podane powyżej definicje, udowodniono, że warunek równości parametru okresowości portfela i parametru okresowości strumienia zobowiązań (tj. $D_p = D_L$) nie jest warunkiem wystarczającym dla immunizacji analizowanego portfela obligacji ze względu na ryzyko stóp procentowych. Aby zachodziła owa immunizacja, warunek równości parametrów okresowości portfela obligacji i okresowości strumienia zobowiązań musi być uzupełniony warunkiem odpowiedniego rozproszenia podstrumieni finansowych analizowanego portfela, wokół każdego z rozpatrywanych terminów zobowiązań. Oznacza to, że każde z przyszłych zobowiązań musi być – według cytowanych autorów – oddzielnie immunizowane przez odpowiedni podstrumień finansowy tworzonego portfela. Wszystko to prowadziło do dosyć złożonej konstrukcji wynikowego portfela obligacji; konstrukcji często niemożliwej do zrealizowania w praktyce ze względu na brak odpowiednich instrumentów finansowych, tj. walorów o odpowiednich strumieniach finansowych i odpowiednich terminach wykupu, które występowałyby na rynku w tym samym czasie.

Znacznie bardziej praktyczne wyniki uzyskali w tym zakresie G. Fong i O. Vasicek (1984b). Sformułowali oni następujące warunki konieczne i dostateczne immunizacji portfela obligacji przy zadanym strumieniu zobowiązań:

- (i) Suma wartości bieżących wszystkich strumieni finansowych CF_1, \dots, CF_T tworzonego portfela obligacji (tj. wartość bieżąca P_0 portfela) powinna być równa sumie L_0 wartości bieżących wszystkich przyszłych zobowiązań L_1, \dots, L_m .
- (ii) Okresowość D_p tworzonego portfela obligacji powinna być równa okresowości D_L strumienia zobowiązań; por. wzory (11) i (12).
- (iii) Rozproszenie okresowości wszystkich aktywów wchodzących w skład tworzonego portfela obligacji powinno mieć większy zakres niż rozproszenie (tj. "rozciągnięcie w czasie") strumienia zobowiązań. Miarę matematyczną owych "rozproszczeń" bazującą na średnim odchyleniu wartości bezwzględnych (*mean absolute deviation*) podano w cytowanej pracy.

Oba prezentowane powyżej podejścia, wiążą się z przyjęciem silnie ograniczonego założenia, że możliwe są tylko równoległe przesunięcia krzywej dochodowości. Dlatego też duże znaczenie mają prace R.R. Reitano (1990, 1991, 1992), który uogólnił omawiane modele immunizacyjne na przypadek nierównoległych przesunięć struktury terminowej stóp procentowych *spot*. Autor ten na szeregu przykładach wykazał również, że modele immunizacyjne, w których założono możliwość tylko równoległych przesunięć krzywej dochodowości – są silnie narażone na ryzyko zmian innych składowych modelu dynamiki zmian krzywej dochodowości; takich, jak zmiana nachylenia czy też zmiana stopnia krzywizny.

Autorzy H.G. Fong i O. Vasiček (1984b) w nieco inny sposób starali się ominąć ograniczenia wynikające z założenia równoległych przesunięć krzywej dochodowości i negatywnych skutków jakie mogą mieć miejsce w przypadku, gdy w rzeczywistości losowe zmiany tej krzywej będą inne, niż to przyjęto w ich modelu. A mianowicie, podobnie jak w przypadku ich modelu immunizacyjnego sformułowanego dla jednego zobowiązania finansowego, wyprowadzili oni formułę definiującą indeks *I* ryzyka immunizacji. Indeks ten, będący uogólnieniem indeksu (10), ma w przypadku immunizacji ze względu na strumień przyszłych zobowiązań następującą postać (Fabozzi, Fong, 1994):

$$I = [PVCF_1(1-D)^2 + \dots + PVCF_t(t-D)^2 + \dots + PVCF_T(T-D)^2] / P + \\ - [PVL_1(1-D)^2 + \dots + PVL_k(k-D)^2 + \dots + PVL_M(M-D)^2] / P, \quad (13)$$

gdzie $P = P_0 = L_0$ - wartość bieżąca tworzonego portfela równa na mocy założenia (i) modelu – sumie L_0 wartości bieżących wszystkich zobowiązań;

$D = D_p = D_L$ - parametr okresowości portfela obligacji równy na mocy założenia (ii) modelu – parametrowi okresowości strumienia zobowiązań;

$PVCF_t$ - wartości bieżące strumieni finansowych CF_t tworzonej obligacji, $t = 1, \dots, T$;

PVL_k - wartości bieżące strumieni zobowiązań L_k , $k = 1, \dots, M$.

Dalszy tok postępowania, zaproponowany przez autorów, jest następujący. Spośród nieskończonego spektrum modeli immunizacyjnych tworzonych przy założeniu równoległych przesunięć krzywej dochodowości, wybieramy model, dla którego indeks *I* ryzyka immunizacji dany wzorem (13) osiąga wartość minimalną. W praktyce, w celu rozwiązania tego

zadania stosuje się programy komputerowe realizujące algorytm programowania liniowego, przy ograniczeniach, wynikających z warunków (i) – (iii).

Programowanie liniowe jest w analizowanym przypadku właściwym narzędziem, ponieważ indeks I ryzyka immunizacji jest liniową funkcją poszukiwanych wartości bieżących $PVCF_t$ ($t = 1, \dots, T$) strumieni finansowych tworzonego portfela obligacji. Zauważmy, że znając wartości bieżące $PVCF_t$ ($t = 1, \dots, T$) oraz znając bieżące wartości stóp procentowych $spot\ r_{0t}$, będących w analizowanym przypadku stopami dyskontowymi – możemy już łatwo wyznaczyć strumień finansowy CF_t ($t = 1, \dots, T$) tworzonego portfela obligacji. A tym samym, proces konstrukcji analizowanego portfela jest zakończony.

Strategie dopasowania strumieni pieniężnych (*cash flow matching*). Jest to najbardziej tradycyjna ze znanych metod tworzenia portfeli dedykowanych, których strumień finansowy mają zapewniać spłatę strumienia przyszłych zobowiązań i to niezależnie od ryzyka nieoczekiwanych zmian stóp procentowych. Polega to w pewnym uproszczeniu na tym, że poszczególne obligacje wchodzące w skład tworzonego portfela dobiera się w taki sposób, aby kolejne terminy wykupu tych obligacji oraz terminy wypłaty wcześniejszych odsetek – pokrywały się z narzuconymi z góry terminami przyszłych zobowiązań. Również poziom otrzymywanych w wyniku nabycia portfela przyszłych wypłat (tj. odsetek i wartości nominalnych) powinien być odpowiednio skoordynowany z poziomem przyszłych zobowiązań tak, aby wszystkie z nich zostały spłacone.

Jakkolwiek koncepcyjnie sama idea dopasowywania strumieni pieniężnych tworzonego portfela dedykowanego jest prosta i intuicyjnie oczywista (co jest na pewno zaletą tej metody), to jednak ze względu na wymiarowość zagadnienia, metoda ta wymaga zastosowania technik komputerowych. Wynika to również z faktu, że konstruowany portfel dedykowany powinien być możliwie najtańszy, tak aby kupując taki portfel uzyskać możliwie najwyższą stopę zwrotu z inwestycji. A to zadanie nie jest już tak trywialne. Pewną propozycję formalizacji tego zagadnienia, sprowadzającą się do zastosowania modelu programowania liniowego, przy wielu iteracyjnie wyznaczanych ograniczeniach, przedstawiono między innymi w pracy Eltona, Grubera (1995); rozdz. 21, *Dodatek B*.

Również w pracy Fabozziego (2000) podano przykład iteracyjnego doboru kolejnych obligacji do portfela dedykowanego. Istotą tej metody jest przyjęcie określonej kolejności w doborze tych instrumentów finansowych. A mianowicie, najpierw wyszukuje się obligację, której suma wartości nominalnej i ostatnich wypłacanych odsetek byłaby równa najbardziej odległemu w czasie zobowiązaniu finansowemu. Następnie, od pozostałych (tj. wcześniejszych) zobowiązań finansowych odejmuje się wcześniejsze odsetki

jakie przysługują od danej obligacji. W ten sposób mamy nowy ciąg zobowiązań finansowych. Poziom tych zobowiązań jest niższy, a poza tym mamy o jedno zobowiązanie mniej. Przechodzi się wówczas do wyboru kolejnej obligacji, przy czym stosuje się tę samą co poprzednio zasadę; itd.

Pewno udoskonalenie zarysowanego powyżej algorytmu doboru kolejnych obligacji do portfela dedykowanego przedstawiono w pracy D.T. Fabozzi, T. Tong, Y.Z. Zhu (1991). W pracy tej rozpatrywany jest model tzw. *symetrycznego dopasowywania strumieni finansowych* do strumieni przyszłych zobowiązań. Istotą tej metody jest dopuszczenie możliwości zaciągnięcia krótkoterminowych kredytów bankowych. Jak wykazano, umożliwia to w wielu wypadkach obniżenie kosztu konstruowanego portfela dedykowanego.

Interesującym rozwiązaniem, jest również stosowanie strategii mieszanych (tzw. *combination matching*); por. Fabozzi, Fong (1994). A mianowicie, w celu wypełnienia strumienia przyszłych zobowiązań stosuje się generalnie biorąc model immunizacyjny; z tym, że dla pierwszych, na przykład pięciu lat, stosuje się dodatkowo metodę ścisłego dopasowania strumieni pieniężnych. Chodzi w tym przypadku o to, że nierównoległe przesunięcia krzywej dochodowości (np. zmiany nachylenia tej krzywej) mają najczęściej miejsce w początkowym, np. 5-letnim – fragmencie tej krzywej. Natomiast na dalszym odcinku, przesunięcia te są już w przybliżeniu równoległe (Douglas, 1995). Tak więc na dalszych odcinkach krzywej dochodowości spełnione są już założenia najprostszych – omawianych poprzednio modeli immunizacyjnych.

Na zakończenie tych rozważań należałoby sobie odpowiedzieć na następujące pytanie. A mianowicie, skoro konstrukcja portfeli dedykowanych (budowanych na zasadzie ścisłego dopasowania strumieni pieniężnych) jest tak koncepcyjnie prosta i intuicyjna – to po co w ogóle zajmować się stosunkowo złożonymi i prawdopodobnie dosyć drogimi programami komputerowymi realizującymi strategię immunizacyjną. Otóż odpowiedź na tak postawiony problem jest dosyć prosta. Jak to wykazały badania empiryczne G. Fonga (1981), koszt tworzenia modeli dedykowanych na zasadzie *cash flow matching* był w zakresie prowadzonych badań o 3% do 7% wyższy niż koszt spełniających tę samą rolę portfeli zimmunizowanych ze względu na strumień przyszłych zobowiązań. Otóż uwzględniając, że na rynkach obligacji operuje się sumami rzędu milionów (a niekiedy miliardów) dolarów, owe 3% do 7% podwyżki kosztów zakupu analizowanych portfeli - w wystarczającym stopniu rekompensuje wysiłki intelektualne i koszty oprogramowania niezbędnego do tworzenia modeli immunizacyjnych.

W ostatnich latach pojawiły się zresztą nowe możliwości efektywnych zastosowań zaawansowanych technik optymalizacyjnych dla konstruowania portfeli dedykowanych. Otóż mając na uwadze, że przyszłe strumienie zobowiązań nie są często zadane deterministycznie, a tworzą pewien ciąg

wielkości losowych – możliwe jest wykorzystanie algorytmów stochastycznej optymalizacji do tworzenia analizowanych portfeli obligacji. Po początkowym okresie wahań i nieufności do zaawansowanych metod stochastycznych, programy komputerowe wspomagające podejmowanie decyzji w tym zakresie są coraz częściej wykorzystywane przez menedżerów funduszy inwestycyjnych, emerytalnych i innych; por. *R.S. Hillerm, Ch. Schaack* (1990).

* * *

Literatura

1. Adams A.T., Bloomfield D.S.F., Booth P.M., England P.D. (1995) *Investment Mathematics and Statistics*. Kluwer Law Intern., London.
2. Anderson N., Breedon F., Deacon M., et al. (1997) *Estimating and Interpreting the Yield Curve*. J. Wiley & Sons, Chichester.
3. Babbel D.F. (1983) Duration and the Term Structure of Interest Rates Volatility. In: G.G. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toevs, (Eds.), *Innovations in Bond Portfolio Management*, JAI Press, Greenwich, Conn., pp. 239-265.
4. Babcock G.C. (1976) *A Modified Measure of Duration*. Working Paper, University of Southern California, Los Angeles.
5. Babcock G.C., Langetieg T.C. (1978) *Applications of Duration in the Selection of Bonds*. Working Paper, University of Southern California, Los Angeles.
6. Babcock G.C. (1984) Duration as a Link Between Yield and Value. *Journal of Portfolio Management*, Summer, pp. 58-65; Corrections - Fall.
7. Bierwag G.O. (1979) Dynamic Portfolio Immunization Policies. *Journal of Banking and Finance*, April.
8. Bierwag G.O., Kaufman G.C., Toevs A. (1979) *Immunization for Multiple Planning Periods*. Center for Capital Market Research, University of Oregon, October.
9. Bierwag G.O., Kaufman G.C., Schweitzer R., Toevs A. (1981) The Art of Risk Management in Bond Portfolios. *Journal of Portfolio Management*, Spring, pp. 27-36.
10. Bierwag G.O., Kaufman G.C., Toevs A. (1983b) Immunization Strategies for Funding Multiple Liabilities. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 18, No. 1, March, pp. 113-124.
11. Bierwag G.O. (1987) *Duration Analysis - Managing Interest Rate Risk*. Ballinger Press, Cambridge, Mass.
12. Brennan M.J., Schwartz E. (1979) A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds. *Journal of Banking and Finance*, Vol. 3, pp. 133-155.
13. Brennan M.J., Schwartz E. (1983) Duration, Bond Pricing and Portfolio Management. In: G.C. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toevs (Eds.) *Innovations in Bond Portfolio Management*, JAI Press, Greenwich, Conn.

14. Campbell J.Y. (1986) A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, March, Vol. XLI, No. 1, pp. 183-193.
15. Carleton W.T., Cooper I.A. (1976) Estimation and Uses of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, Vol. 31, pp. 1067-1083.
16. Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S. (1979) Duration and the Measurement of Basic Risk. *Journal of Business*, Vol. 52, No. 1, pp. 51-61, January.
17. Cox J., Ingersoll J., Ross S. (1981) A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, September, pp. 769-799.
18. Cox J., Ingersoll J., Ross S. (1985) A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, pp. 385-407.
19. Culbertson J.M. (1957) *The Term Structure of Interest Rates*. Quarterly Journal of Economics, November, pp. 489-504.
20. Dahl H. (1993) *A Flexible Approach to Interest Rate Risk Management*. In: Zenios S.A. (Ed.), *Financial Optimization*. Cambridge University Press, Cambridge.
21. Dattatreya R.E., Fabozzi F.J. (1995) *Active Total Return Management of Fixed-Income Portfolios*. Irwin, Burr Ridge, Revised ed.
22. Dobson S., Sutch R., Vanderford D. (1976): An Evaluation of Alternative Empirical Models for the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, September.
23. Dobson S.W. (1978): Estimating term structure equations with individual bond data. *Journal of Finance*, March, pp. 75-92.
24. Dothan L. (1978) On the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Financial Economics*, pp. 385-407.
25. Douglas L.G. (1988) *Yield Curve Analysis – the Fundamentals of Risk and Return*. New York Institute of Finance, New York.
26. Douglas L.G. (1995) *The Bond Markets – 1995 Edition: a desktop reference to world debt market performance and analysis*. Probus Publ. Comp., Chicago.
27. Elton E.J., Gruber M.J., Naber P. (1988) Bond Returns, Immunization and the Return Generating Process. In: Sarnat M., Szego G. (Eds.), *Studies in Banking & Finance*, North-Holland, New York, 1988.
28. Elton E.J., Gruber M.J., Michaely R. (1990) The Structure of Spot Rates and Immunization. *Journal of Finance*, Vol. XLV, No.2, June, pp. 621-641.

29. Elton E.J., Gruber M.J. (1995) *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. Wiley, New York, 5-th Ed.
30. Fabozzi D.T., Tong T., Zhu Y. (1991) Extensions of Dedicated Bond Portfolio Techniques. In: F.J. Fabozzi (Ed.), *The Handbook of Fixed Income Securities*, Business One-Irwin, Homewood, Ill., 3-rd ed.
31. Fabozzi F.J., Modigliani F. (1992) *Capital Markets – Institutions and Instruments*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
32. Fabozzi F.J. (1993) *Fixed Income Mathematics*. Probus Pub. Comp., Chicago, Ill., Revised ed.
33. Fabozzi F.J., Fong G. (1994) *Advanced Fixed Income Portfolio Management – The State of Art*. Probus Pub. Comp., Chicago.
34. Fabozzi F.J. (1995) *Investment Management*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
35. Fabozzi F.J., Fabozzi D.T (1995) *The Handbook of Fixed Income Securities*. Irwin, Burr Ridge, 4-th ed.
36. Fabozzi F.J. (1996) *Bond Portfolio Management*. F.J. Fabozzi Associates, New Hope, Penn.
37. Fabozzi F.J. (2000) *Bond Markets - Analysis and Strategies*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J., 4-th ed.
38. Fama E.F. (1970) Efficient Capital Markets - A Review of Theory and Empirical Evidence. *Journal of Finance*, May.
39. Fama E.F. (1975): Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation. *American Economic Review*, Vol. 65, pp. 269-282.
40. Fama E.F. (1976) Forward Rates as Predictors of Future Spot Rates. *Journal of Financial Economics*, No. 3, April.
41. Fama E.F. (1984) Term Premiums in Bond Returns. *Journal of Financial Economics*, December.
42. Fisher I. (1930) *The Theory of Interest*. MacMillan, New York (Reprint A.M. Kelly, New York 1965).
43. Fisher D.E., Jordan R.J. (1995) *Security Analysis and Portfolio Management*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 6-th ed.
44. Fisher L., Weil R.L. (1971) Coping with the Risk of Market Rate Fluctuations - Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies. *Journal of Business*, Vol. 4, October, pp. 408-431.
45. Fong H.G. (1981) *The Cost of Cash Flow Matching*. Gifford Fong Associates.

46. Fong H.G., Vasicek O. (1983) Return Maximization for Immunized Portfolios. In: G.G. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toevs, (Eds.), *Innovations in Bond Portfolio Management*, JAI Press, Greenwich, Conn.
47. Fong H.G., Vasiček O.A. (1984a) A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization. *Journal of Finance*, December, pp. 1541-1546.
48. Fong H.G., Vasiček O.A. (1984b) A Risk Minimizing Strategy for Multiple Liability Immunization. *Journal of Finance*, December.
49. Fong H.G., Fabozzi F.J. (1985) *Fixed Income Portfolio Management*. Dow Jones-Irwin, Homewood, Ill.
50. Francis J.C. (1991) *Investments - Analysis and Management*. McGraw-Hill, New York, 5-th ed.
51. Fuller R.J., Farrell J.L. (1987) *Modern Investments and Security Analysis*. McGraw-Hill, New York.
52. Garbade K. (1986) *Modes of Fluctuations in Bond Yields - an Analysis of Principal Components*. Bankers Trust Company, Money Market Center, New York, June.
53. Garbade K. (1989) *Polynomial Representations of the Yield Curve and its Modes of Fluctuations*. Bankers Trust Company, Money Market Center, New York, No. 53, July.
54. Gałarek D., Maksymiuk R. (1998) *Wycena i zabezpieczenie pochodnych instrumentów finansowych*. K.E. Liber, Warszawa.
55. Gałarek D., Maksymiuk R., Krysiak M., et al. (2001) *Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym*. WIG-Press, Warszawa.
56. Gibson R., Lhabitant F.,-S., Talay D. (2001) *Modeling The Term Structure of Interest Rates – A Review of the Literature*. RiskLab Research Raport, The Project on Interest Rate Risk Management and Model Risk, Zurich, June.
57. Granito M.R. (1984) *Bond Portfolio Immunization*. D.C. Heath and Co., Lexington, MA.
58. Grinold R.C., Kahn R.N. (1995) *Active Portfolio Management*. Irwin, 1995.
59. Harman H.H. (1967) *Modern Factors Analysis*. Chicago University Press, 2-nd ed.
60. Haugen R.A. (1993) *Modern Investment Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 3-rd ed.
61. Hawawini G.A. (1982) *Bond Duration and Immunization – Early Development and Recent Contributions*. Garland Publishing, New York.

62. Hicks J.R. (1946) *Value and Capital*. Oxford University Press, London, 2-nd ed., pp. 141-145.
63. Hiller R.S., Schaack Ch. (1990) A Classification of Structured Bond Portfolio Modelling Techniques. *Journal of Portfolio Management*, Fall, pp. 37-48.
64. Ho T.S.Y. (1990) *Strategic Fixed Income Investments*. Dow Jones-Irwin, Homewood, Ill.
65. Ho T.Y. (1992) Key Rate Durations – Measures of Interest Rate Risks. *Journal of Fixed Income*, September.
66. Jajuga K., Jajuga T. (1996) *Inwestycje - instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*. PWN, Warszawa.
67. Jakubowski A. (1994) „Przegląd instrumentów finansowych na rynkach światowych oraz w Polsce”. IBS PAN, Raport Badawczy A-20.53, Warszawa.
68. Jakubowski A. (1995) *Podstawowe własności obligacji i instrumentów pochodnych. Analiza rynku obligacji w kraju i zagranicą*. W: Metodologia planowania rozwoju strategicznego TP SA - etap II. (Praca zbiorowa), Raport IBS PAN - TP SA, Warszawa, lipiec, Rozdz. 4.1-4.2, s. 107-145.
69. Jakubowski A. (1996) *Modelowanie struktury czasowej stóp procentowych*. IBS PAN, Raport Projektu badawczego KBN, Nr PB 536/HO2/96/10 - G 37, Warszawa.
70. Jakubowski A. (1997a) *Ryzyko zmian stóp procentowych – zasady tworzenia zimmunizowanych portfeli inwestycyjnych*. IBS PAN, Raport Projektu Badawczego KBN, Nr PB 536/HO2/96/10-G37, Warszawa.
71. Jakubowski A. (1997b) *Zagadnienia teorii stóp procentowych*. IBS PAN, Raport Projektu Badawczego KBN, Nr PB 536/HO2/96/10-G37, Warszawa.
72. Jakubowski A. (2000) Aktywne zarządzanie portfelem obligacji. W: M. Krawczak, A. Miklewski, A. Jakubowski, P. Konieczny, *Zarządzanie ryzykiem inwestycyjnym*, Wyd. IBS PAN, Ser. Badania Systemowe, t. 25, Warszawa, Część II, s. 49-122.
73. Jakubowski A. (2002) Wycena obligacji katastroficznych w ujęciu teorii dwuczynnikowej funkcji użyteczności. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie preferencji a Ryzyko'02*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice, s. 151-177.
74. Jakubowski A. (2004a) *Zarządzanie portfelem obligacji w przypadku proporcjonalnych zmian struktury terminowej stop procentowych*. IBS PAN, Raport Badawczy RB/41/2004, Warszawa.

75. Jakubowski A. (2004b) *Zagadnienia teorii stóp procentowych a ryzyko inwestycyjne*. IBS PAN, Raport Badawczy RB/42/2004, Warszawa.
76. Jakubowski A. (2005a) Human Attitude Towards Risk in the Process of Pricing Catastrophe Bonds. In: K.A. Atanassov, J. Kacprzyk, M. Krawczak, E. Szmidt (Eds.) *Issues in the Representation and Processing of Uncertain and Imprecise Information*. Akademicka Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa, pp. 153-180.
77. Jakubowski A. (2005b) *Two-Factor Utility Approach to Valuation of Catastrophe Bonds*. IBS PAN, Raport Badawczy RB/59/2005, Warszawa.
78. Jakubowski A. (2006a) Aktywne zarządzanie portfelem obligacji. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie Preferencji a Ryzyko '05*, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice, s. 285-303.
79. Jakubowski A. (2006b) *Zagadnienia immunizacji portfela obligacji*. IBS PAN, Raport Badawczy RB/31/2006, Warszawa.
80. Jakubowski J., Palczewski A., Rutkowski M., Stettner Ł. (2003) *Matematyka finansowa – Instrumenty pochodne*. WNT, Warszawa.
81. Johnson B.D., Meyer K.R. (1989) Managing Yield Curve Risk in an Index Environment. *Financial Analysis Journal*, November/December, pp. 51-59.
82. Jones F.J. (1991) Yield Curve Strategies. *Journal of Fixed Income*, September, pp. 41-43.
83. Kaufman G.C., Bierwag G.O., Toevs A. (Eds.) (1983a) *Innovations in Bond Portfolio Management - Duration Analysis and Immunization*. JAI Press, Greenwich, Conn.
84. Klaffky T.E., Ma Y.Y., Nozari A. (1992) Managing Yield Curve Exposure – Introducing Reshaping Durations. *Journal of Fixed Income*, December 1992, pp. 5-15.
85. Klukowski L., Kuba E. (2002) *Stochastyczna optymalizacja strategii zarządzania skarbowymi instrumentami dłużnymi*. NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 152, grudzień.
86. Klukowski L. (2003) *Optymalizacja decyzji w zarządzaniu instrumentami dłużnymi skarbu państwa*. Wyd. WSISiZ, Ser. Monografie, Warszawa.
87. Krawczak M., Miklewski A., Jakubowski A., Konieczny P. (2000) *Zarządzanie ryzykiem inwestycyjnym*. Wyd. IBS PAN, Ser. Badania Systemowe, t.25, Warszawa.

88. Krawczak M., Jakubowski A., Konieczny P., Kulikowski R., Miklewski A., Szkatuła G. (2003) *Aktywne zarządzanie inwestycjami finansowymi*. Akademicka Oficyna Wyd. EXIT, Warszawa.
89. Kulikowski R., Bury H., Jakubowski A. (1995) *Analiza czynnikowa struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji w Polsce*. Raport IBS PAN, PSWD 5/95, Warszawa.
90. Kulikowski R., Bury H., Jakubowski A. (1996) *Analiza czynnikowa i modelowanie struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji z długim horyzontem*. Raport IBS PAN, PSWD 13/96, Warszawa.
91. Kulikowski R., Jakubowski A. (1999) Wycena obligacji w warunkach ryzyka niewypłacalności emitenta. W: T. Trzaskalik (red.), *Modelowanie Preferencji a Ryzyko'99*, Wyd. Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice, Cz. 1, s. 187-208.
92. Kulikowski R., Jakubowski A. (2000) Valuation of Catastrophe Bonds. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, Ser. Technical Sciences, Vol. 48, No. 2, 2000, pp. 181-211.
93. Ladko A. (1994) *Wybrane instrumenty rynku pieniężnego i kapitałowego*. Bibl. Menedżera i Bankowca, Warszawa.
94. Leibowitz M.L., Weinberger A. (1981) The Uses of Contingent Immunization. *Journal of Portfolio Management*, Fall, pp. 51-55.
95. Leibowitz M.L., Weinberger A. (1982) Contingent Immunization – Part I: Risk Control Procedures. *Financial Analysts Journal*, November-December, pp. 17-31.
96. Leibowitz M.L., Weinberger A. (1983) Contingent Immunization – Part II: Problem Areas. *Financial Analysts Journal*, January-February, pp. 35-50.
97. Levine S.N., Ed. (1988) *The Financial Analyst's Handbook*. Irwin, Burr Ridge - New York.
98. Litterman R., Scheinkman J. (1991) Common Factors Affecting Bond Returns. *Journal of Fixed Income Securities*, June, pp. 54-61.
99. Lutz F.A. (1940) The Structure of Interest Rates. *Quarterly Journal of Economics*, November, pp. 36-63.
100. Macaulay F.R. (1938) *Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the United States since 1856*. Columbia University Press, National Bureau of Economic Research, New York.
101. Markowitz H.M. (1959) *Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments*. Wiley, New York.

102. Markowitz H.M. (1987) *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*. Basil Blackwell, New York.
103. Malkiel B.G. (1966) *The Term Structure of Interest Rates*. Princeton University Press, Princeton, N.J.
104. Marshall W.J., Yawitz J.B. (1982) Lower Bounds on Portfolio Performance: An Extension of the Immunization Strategy. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. March, pp. 101-114.
105. McCulloch J.H. (1971) Measuring the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Business*, January, pp. 19-31.
106. McCulloch J.H. (1975) An Estimate of the Liquidity Premium. *Journal of Political Economy*, Vol. 83, pp. 95-119.
107. Modigliani F., Sutch R. (1966) Innovations in Interest Rate Policy. *American Economic Review*, May, pp. 178-197.
108. McEnally R.W., Boardman C.M. (1979) Aspects of Corporate Bond Portfolio Diversification. *Journal of Financial Research*, Spring, pp. 27-36.
109. McEnally R.W., Jordan J.V. (1995) The term structure of interest rates. In: F.J. Fabozzi, T.D. Fabozzi (Eds.), *The Handbook of Fixed Income Securities*, Irwin, Burr Ridge, Ill., 4-th Ed., Ch. 37, pp. 780-829.
110. Mossavar-Rahmani S. (1991) *Bond Index Funds*. Probus Publishing, Chicago.
111. Musiela M., Rutkowski M. (1997) *Martingale Methods in Financial Modelling*. Springer Verlag, Berlin – Heidelberg.
112. Nelson J., Schaefer S. (1983) The Dynamics of the Term Structure and Alternative Portfolio Immunization Strategies. In: G.C. Kaufman, G.O. Bierwag, A. Toevs (Eds.), *Innovations in Bond Portfolio Management*, Greenwich, Conn., JAI Press.
113. Redington F.M. (1952) Review of the Principle of Life Office Valuations. *Journal of The Institute of Actuaries*, Vol. 18, pp. 286-340; (Reprinted in G.A. Hawawini (1982) *Bond Duration and Immunization – Early Development and Recent Contributions*, Garland Publishing, New York).
114. Reilly F.K., Kao G.W., Wright G.J. (1992) Alternative Bond Market Indexes. *Financial Analysts Journal*, May-June.
115. Reitano R.R. (1990) *A Multivariate Approach to Immunization Theory*. Actuarial Research Clearing House, Vol. 2.
116. Reitano R.R. (1991) Multivariate Immunization Theory. *Transactions of the Society of Actuaries*, Vol. XLIII.

117. Reitano R.R. (1992) Non-Parallel Yield Curve Shifts and Immunization. *Journal of Portfolio Management*, Spring, pp. 36-43.
118. Seix Ch., Akoury R. (1986) Bond Indexation: The Optimal Quantitative Approach. *Journal of Portfolio Management*, Spring, pp. 50-53.
119. Sharpe W., Aleksander G.J., Bailey J.V. (1995) *Investments*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 5-th ed.
120. Stawiński A. (1996) *Krzywa dochodowości*. NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 62, Warszawa, październik.
121. Smith S.D., Spudeck R.E. (1993) *Interest Rates - Principles and Applications*. The Dryden Press, Fort Worth.
122. Soroczyński S., Stachowicz J. (1994) *Kontrakty futures i opcje*. Kantor Wyd. Zakamycze, Kraków.
123. Świętoń M. (2002) *Terminowa struktura dochodowości skarbowych papierów wartościowych w Polsce w latach 1998-2001*. NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 150, listopad.
124. Tuckman B. (1996) *Fixed-Income Securities*. J. Wiley, New York.
125. Van Horne J.C. (1994) *Financial Market Rates and Flows*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
126. Vasicek O.A. (1977) An Equilibrium Characterization of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Financial Economics*, pp. 177-188.
127. Weron A., Weron R. (1998) *Inżynieria finansowa*. WNT, Warszawa.
128. Wood J.H. (1993) Do yield curves normally slope up? In: S.D. Smith, R.E. Spudeck - *Interest Rates*, The Dryden Press, Fort Worth, pp. 143-153.
129. Zaremba L.S. (1995) *Solutions of Immunization Problem in Case of Proportional Spot Rate Shifts*. Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences (IBS PAN), Working Paper WP-3-1995, , Warsaw.
130. Zaremba L.S. (1996) *The Realized Rate of Return and the Babcock-Langetieg Equation in Case of Proportional Shifts in Spot Rates*. IBS PAN, Maszynopis powielony, Warszawa.
131. Zaremba L.S. (1998) Construction of a k-Immunization Strategy with the Highest Convexity. *Control and Cybernetics*, Vol. 27, No. 1, pp. 135-144.
132. Zaremba L.S., Smoleński W.H. (1998) *How to Find a Bond Portfolio with the Highest Convexity in a Class of Fixed Duration Portfolios*. IBS PAN, Maszynopis powielony, Warszawa, grudzień.

133. Zaremba L.S., Smoleński W.H. (2000) Optimal Portfolio Choice under a Liability Constraint. *Annals of Operational Research*, No. 00, pp. 1-11.
134. Zenios S.A., Ed. (1993) *Financial Optimization*. Cambridge University Press, Cambridge.
135. Ziarko-Siwiek U., Kamiński M. (2003): *Empiryczna weryfikacja teorii oczekiwań terminowej struktury stóp procentowych w Polsce*. NBP, Materiały i Studia, Zeszyt nr 159, czerwiec.

