

28/2004

Raport Badawczy

RB/33/2004

Research Report

**Modelowanie matematyczne
w inżynierii i ochronie
środowiska**

L. Bogdan, J. Studziński

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr hab. inż. Zbigniew Nahorski

Warszawa 2004

**Polska Akademia Nauk
Instytut Badań Systemowych**

Raport /2004

Lucyna Bogdan, Jan Studziński

Modelowanie matematyczne w inżynierii i ochronie środowiska

Redakcja:
Jan Studziński

Warszawa 2004

Lucyna Bogdan, Jan Studziński

Modelowanie matematyczne w inżynierii i ochronie środowiska

Spis treści

Wstęp

1. Temperaturmodellierung im Boden anhand der Messungen aus dem meteorologische Monitoring (*Lucyna Bogdan, Jan Studzinski*)
2. Zastosowanie analizy harmoniczej w modelu temperatury gleby (*Lucyna Bogdan*)
3. Wspomaganie zarządzania miejską siecią wodociagową za pomocą modeli matematycznych (*Jan Studzinski*)

Wstęp

W raporcie zamieszczono trzy artykuły dotyczące modelowania matematycznego w zastosowaniu do problemów inżynierii i ochrony środowiska. Dwa artykuły omawiają problemy związane z modelowaniem zmiennych meteorologicznych, w tym przypadku z modelowaniem temperatury w glebie na podstawie pomiarów temperatury powietrza (L. Bogdan i J. Studzinski: *Temperaturmodellierung im Boden anhand der Messungen aus dem meteorologischechen Monitoring*, oraz L. Bogdan: *Zastosowanie analizy harmoniczej w modelu temperatury gleby*). Jest to rzeczywiste zagadnienie istotne w meteorologii i wynikające z faktu, że pomiary temperatury powietrza są stosunkowo łatwe do wykonywania, podczas gdy pomiary temperatury w glebie są uciążliwe i jednocześnie bardzo użyteczne w ogrodnictwie i rolnictwie. Trzeci artykuł dotyczy modelowania procesów związanych z eksploatacją sieci wodociągowej (J. Studzinski: *Wspomaganie zarządzania miejską siecią wodociagową za pomocą modeli matematycznych*) i omawia zagadnienia związane z tworzeniem systemu informatycznego do zarządzania przedsiębiorstwem wodociagowym przy użyciu modeli matematycznych.

Lucyna Bogdan, Jan Studzinski

Temperaturmodellierung im Boden anhand der Messungen aus dem
meteorologischechen Monitoring

*(artykuł publikowany w wydawnictwie Shaker Aachen, przedstawiony na
workshope **Modellierung und Simulation von Oekosystemen w Koelpinsee,**
w październiku 2003 r.)*

Temperaturmodellierung im Boden anhand der Messungen aus dem meteorologische Monitoring

Lucyna Bogdan, Jan Studzinski

Institut fuer Systemanalyse
Polnische Akademie der Wissenschaften
PI 01-447 Warszawa, Newelska 6

Zusammensetzung: Mit der Hilfe von Monitoring-Systemen werden grosse Mengen von Daten gewonnen, die sehr oft nicht gebraucht und einfach archiviert werden. Sie stellen aber ein sehr reiches Material dar, das zur Erstellung nuetzlicher und brauchbarer mathematischer Modelle von registrierten Prozessen benutzt werden koennen. In dem Artikel wurde diese Idee praktiziert und ein Versuch unternommen, anhand von meteorologischen Daten Modelle der Bodentemperatur als eine Funktion der Lufttemperatur und -feuchtigkeit zu modellieren. Der Sinn der Modellierung besteht darin, dass die Bodentemperatur kompliziert und die Luftparameter verhaeltnismaessig einfach messbar sind, was von der Brauchbarkeit solcher Modelle ueberzeugt.

Schlüsselwoerter: *Meteorologisches Monitoring, mathematische Modelierung, Abhaengigkeit zwischen der Luft- und Bodentemperatur*

1. Vorwort

Die zu der Modellierung benutzten Daten wurden mittels einer automatischen Monitoringsstation gewonnen. Die Datenserien enthalten jeweils 4.371 Messungen, die stundenweise in den ersten sechs Monaten eines untersuchten Jahres registriert wurden. Die Daten betreffen die Messungen der Lufttemperatur, der Bodentemperatur 50 cm tief unter dem Bodenspiegel, und des Saetigungsdefizites der Luft.

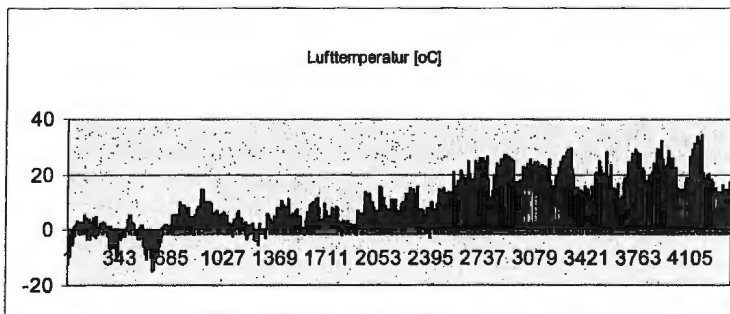


Bild. 1. Messdaten der Lufttemperatur.

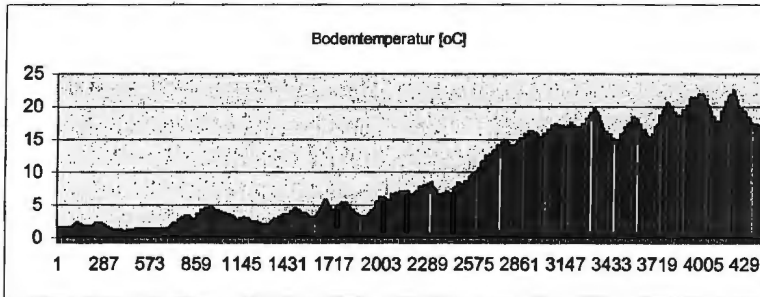


Bild. 2. Messdaten der Bodentemperatur.

Die Aufgabe besteht in der Erstellung eines mathematischen Modells zur Vorhersage der Bodentemperatur in der Tiefe von 50 cm anhand der gemessenen Werte von ausgewählten einfach messbaren Luftparametern.

In Bildern 1 und 2 sind die gemessenen und zur Modellierung benutzten Werte der Luft- und Bodentemperatur dargestellt.

2. Mathematische Modellierung

Die entwickelten Modelle der Bodentemperatur sind in der Form von linearen Differenzgleichungen. Erste Modelle wurden anhand von den gestörten Daten erstellt unter der Annahme, dass die Lufttemperatur sich im 24-stündigen Zyklus ändert und die Vorhersage der Bodentemperatur mit dem 1-stündigen Zeithorizont erfolgt. Der 24-stündige Zyklus der Änderung der Lufttemperatur wurde angenommen, nachdem die Berechnung der Autokorrelationsfunktion der Lufttemperatur anhand eines Teiles der Daten durchgeführt wurde.

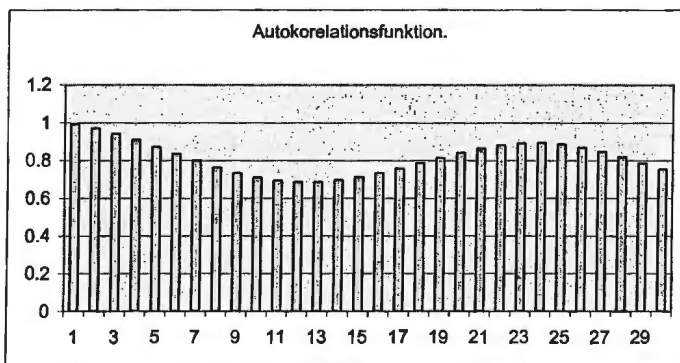


Bild. 3. Funktion der Autokorelation der Lufttemperatur fuer begrenzte Anzahl der Daten.

Die Resultate der Berechnung dieser Autokorelationsfunktion sind in Bild 3 aufgezeichnet. Sie sollten in der Wirklichkeit nur als Vorresultate bei der ersteren Stufe der Modellierung betrachtet werden, weil nicht alle verfügbaren Daten bei der Berechnung berücksichtigt wurden. Aus dieser anfaenglichen und ziemlich ungenauen Untersuchung der Daten ging der 24-stuendige Zyklus der Lufttemperaturaenderung hervor.

Das errechnete Model der Bodentemperatur ist in der Form

$$y_t = b_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 w_{t-1} + a_3 x_{t-24}$$

wobei y_t die Bodentemperatur in der laufenden Zeit t , b_0 den freien Parameter der Differenzgleichung, x_{t-1} und x_{t-24} die um 1 Stunde und 24 Stunden verzoergerten Werte der Lufttemperatur und w_{t-1} die um 1 Stunde verzoergerten Werte des Saetigungsdefizites der Luft bedeuten. Die Parameterwerte des Modells wurden unter Anwendung der linearen Regressionsmethode errechnet.

Tabelle 1. Resultate der ersteren Stufe der Modellierung.

Statistische Analyse			
	Korelationskoeffizient R	0,759226	
	Residuumswert S	3,361973	
	Anzahl der Daten N	4.343	
Parameter	Variable	Parameterwert	Standardabweichung des Parameters
b_0	-	-0,34882	0,152556
a_1	x_{t-1}	0,069986	0,015929
a_2	w_{t-1}	0,705259	0,025151
a_3	x_{t-24}	0,367299	0,014145

Die statistischen Resultate der Modellierung sind in Tabelle 1 dargestellt. Sie sind leider als unbefriedigend zu betrachten. Die Standardabweichungswerte der Parameter sind zwar verhaeltnismaessig klein, der Wert des Korelationskoeffizientes von 0,76 ist aber ziemlich hoch, was von einer schlechten Korelation zwischen den gemessenen und errechneten Bodentemperaturwerten bezeugt und von einer unzureichenden Anpassung des Modells an die Daten sagt.

Aus diesem Grund wurde die zweite Stufe der Modellierung gestartet und ein neues Modell anhand von geglaetteten Daten entwickelt, wobei die Datenglaettung mit dem Algorithmus des verschiebbaren Durchschnittswertes (*moving average*) erfolgte. Das verschiebbare Fenster in dem Algorithmus war 24 Stunden gleich. Die geglaetteten Messwerte der Lufttemperatur sind in Bild 4 gezeigt.

Das neue Modell schien besser als das erstere zu sein. Der Wert des Korelationskoeffizientes wurde nun groesser und der Residuumswert wurde kleiner als frueher, die anderen statistischen Werte und insbesondere die neuen Parameterwerte wurden aber kaum geaendert, was doch von keiner wesentlichen Verbesserung des Modells bezeugt.

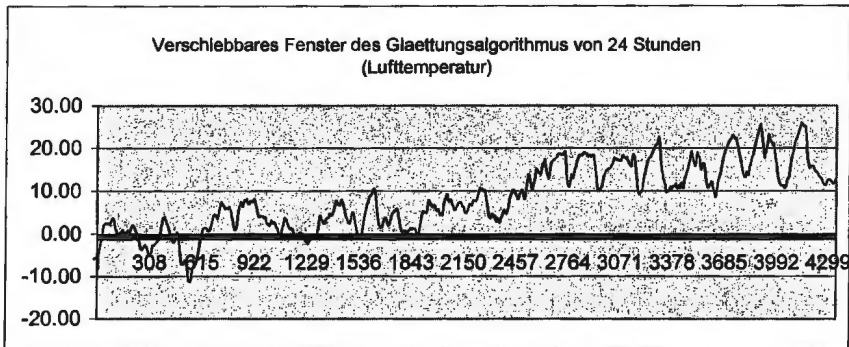


Bild. 4. Geglaettete Messdaten der Lufttemperatur.

Ein weiterer Versuch der Modellierung bestand darin, dass die Periodizitaet der Temperatureaenderung genaener als zuvor untersucht wurde. Die Funktion der Autokorrelation der Lufttemperatur wurde nun fuer alle verfuegbaren Messdaten berechnet und die Resultate der Berechnung sind in Bild 5 aufgezeigt. Aus diesem Bild geht hervor, dass ausser der frueher erkannten Periodizitaet der Temperatur von 24 Stunden noch eine andere Periodizitaet von 192 Stunden den Prozess der Temperatureaenderung auszeichnet.

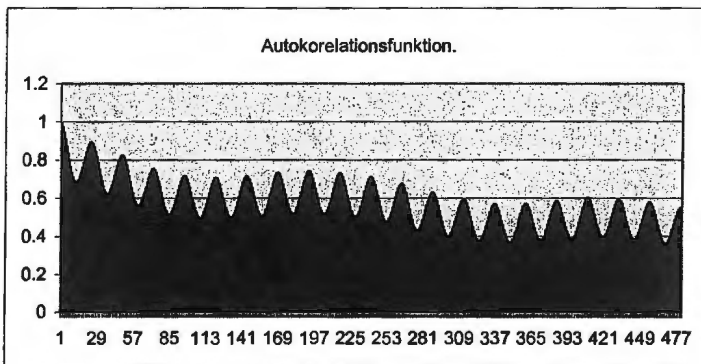


Bild. 5. Funktion der Autokorrelation der Lufttemperatur fuer ganze Anzahl der Daten.

Diese Erkennung resultierte in einem neuen Glaettungsprozess der Daten mit dem Algorithmus des verschiebbaren Durchschnittswertes, wobei das verschiebbare Fenster in dem Algorithmus diesmal 192 Stunden lang war.

Ein neues Modell wurde nun anhand der neugeglaetteten Daten erstellt. Seine Struktur war genau die gleiche wie zuvor und sie bestand aus 4 Parametern und 3 Variablen. Die erzielten Resultate sind in Tabelle 2 gezeigt.

Tabelle 2. Resultate der Modellierung fuer geglaettete Daten mit dem verschiebbaren Fenster des Glaettungsalgorithmus von 192 Stunden.

Statistische Analyse			
	Korrelationskoeffizient R	0,95155	
	Residuumswert S	1,49956	
	Anzahl der Daten N	4.152	
Parameter	Variable	Parameterwert	Standardabweichung des Parameters
b_0	-	0,015307	0,064531
a_1	x_{t-1}	0,395013	0,04455
a_2	w_{t-1}	0,328924	0,010419
a_3	x_{t-24}	0,407695	0,042631

Die neuen Resultate der Modellierung weisen auf eine wesentliche Verbesserung der des Modells auf. Das Residuumswert des Modells wurde mehr als zweimal kleiner, der Wert des Korrelationskoeffizientes ist fast bis 1 gestiegen und auch die anderen Werte der statistischen Analyse des neuen Modells sind sehr befriedigend.

Auf den weiteren Bildern 6 bis 8 wurden die Residuumsverteilungen fuer einzelne Modellsparameter aufgezeichnet und sie weisen darauf, dass das letztere Modell noch doch weiter verbessert werden koennte.

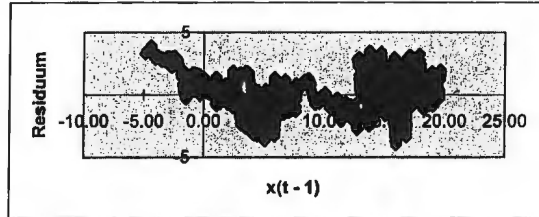


Bild. 6. Residuumsverteilung fuer Variable x_{t-1} .

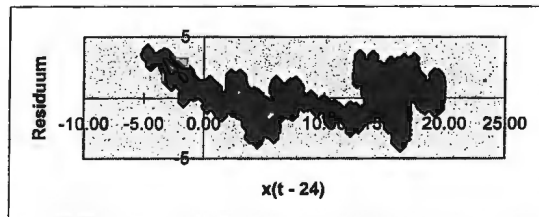


Bild. 7. Residuumsverteilung fuer Variable x_{t-24} .

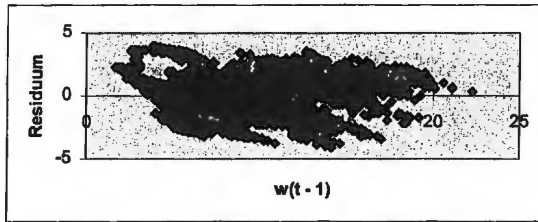


Bild. 8. Residuumsverteilung fuer Variable w_{t-1} .

Infolge der Feststellung hat man noch einen weiteren Versuch einer Verbesserung des Modells unternommen und in die bisher untersuchte Struktur der Differenzgleichung eine neue Variable und dadurch auch einen neuen Parameter eingefuehrt. Die neue Variable bedeutet die um 48 Stunden verzoeργerte Lufttemperatur und die neue Form der Differenzgleichung ist nun wie folgt

$$y_t = b_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-24} + a_3 x_{t-48} + a_4 w_{t-1}$$

Tabelle 3. Resultate der Modellierung fuer die neue Modellstruktur.

Statistische Analyse			
	Korelationskoeffizient R	0,953437	
	Residuumswert S	1,469255	
	Anzahl der Daten N	4.128	
Parameter	Variable	Parameterwert	Standardabweichung des Parameters
b_0	-	0,185167	0,064427
a_1	x_{t-1}	1,087076	0,065951
a_2	x_{t-24}	-1,07296	0,114051
a_3	x_{t-48}	0,808192	0,058174
a_4	w_{t-1}	0,293242	0,010524

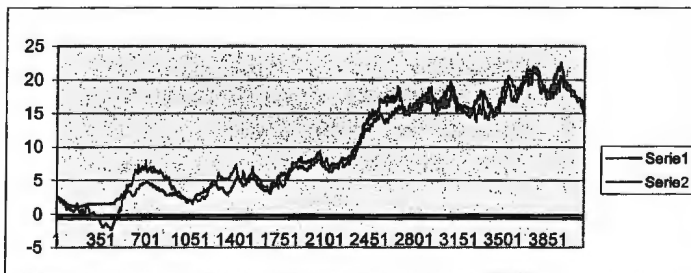


Bild. 9. Mess- und Modellwerte der Bodentemperatur.

Die neuerzielten Resultate der Modellierung sind in Tabelle 3 und auch in Bild 9 dargestellt. Die statistischen Resultate sind zwar nicht viel besser als diese der fruheren Modelle, Bild 9 zeigt aber, dass die Anpassung des letzteren Modells an die Daten schon sehr zufriedenstellend ist und insbesondere im weiteren Verlauf der Datenkurve.

3. Schlussfolgerungen

Es wurden einige Resultate der Modellierung der Bodentemperatur anhand der gemessenen Werte der Lufttemperatur und Luftfeuchtigkeit gezeigt und wurde der schwierige und zeitaufwendige Prozess der Modellierung besprochen. Diese Modellierung ist noch nicht abgeschlossen und die bisher erzielten Resultate beweisen, dass noch wesentliche Verbesserungsmoeglichkeiten der entwickelten Modelle bestehen. Hier wurde besonders die Untersuchung der Lufttemperaturdaten beruecksichtigt, wobei scheint es zu sein, dass eine gezielte Verarbeitung der Feuchtigkeitsdaten auch von grosser Bedeutung sein koennte.

Das Ziel dieser Arbeit war aber vor allem, die mit einer Modellierung verbundenen Schwierigkeiten darzustellen um klar zu machen, dass eine Modellierung ein langsamer und ueblicherweise aus vielen sich wiederholenden Rechnungsstufen bestehender Prozess ist.

Das zweite Ziel dieser Arbeit war ueberzeugend zu machen, dass die vielen Daten, die mittels der Monitoringssysteme gewonnen und archiviert werden, einen grossen Wert fuer die Modellierungsaufgaben haben koennen und zu diesen Zwecken benutzt sein sollen. Auch dann, wenn nicht immer die erstellten Modelle schon direkt einen praktischen Wert haben werden.

