Raport Badawczy

Research Report

RB/9/2004

Teoria rynkowej konkurencji przemysłowej

S. Piasecki

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Dr inż. Jan Owsiński

Warszawa 2004

Stanisław Piasecki

Teoria rynkowej konkurencji przemysłowej

Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2004

Spis treści

Wstęp

Zakłada się, że proces konkurencji dotoczy wielu firm produkującymi ten sam wyrób (lub podobne wyroby, nie różniące się istotnie - z punktu widzenia nabywców) sprzedawany na tym samym rynku.

Popyt rynkowy, na rozpatrywany wyrób jest ograniczony i rośnie wraz z maleniem ceny rynkowej wyrobu.

Cena rynkowa wyrobu zależy od różnicy popytu i podaży. Podaż danego wyrobu jest sumą produkcji wyrobu wszystkich firm działających na rynku. Popyt jest indywidualną charakterystyką danego rynku.

Poszczególne firmy, ustalając wielkość swojej produkcji, kierują się zasadą maksymalizacji własnego zysku. Zakłada się, że zysk jest różnicą przychodów ze sprzedaży i kosztów wytworzenia wyrobów.

Przyjmuje się także, iż wszystkie firmy dysponują podobną technologią produkcji, transportu i sprzedaży, o identycznych kosztach. W przedstawionych w pracy wynikach nie jest więc uwzględniony czynnik postępu technicznego mogącego dawać istotną przewagę jednych przedsiębiorstw nad innymi.

W pracy głównie zwrócono uwagę na czynnik „skali produkcji" wpływający na zmniejszenie jednostkowych kosztów produkcji, umożliwiający konkurencję cenową na wspólnym rynku, przez wielkie organizacje przemysłowe.

W pracy analizuje się sytuacje które następują po dostatecznie długim czasie, to znaczy, gdy się stwierdza: „na rynku pozostanie ostatecznie jeden producent"- rozumie się przez to ,że mniejsze firmy, po pewnym czasie, nieuchronnie będą musiały zbankrutować. W szczególności rozważa się także „próg wejścia" firmy na rynek, na którym dominuje jeden producent.

Rozdział I

Niektóre pojęcia i założenia

O zależności popytu na określony wyrób od jego ceny

Zasadniczym czynnikiem wpływającym na popyt -wielkość sprzedaży- rozważanego wyrobu ma jego cena, poziom i struktura dochodów ludności oraz liczba potencjalnych klientów.

Jeżeli symbolem **d** oznaczymy dochód roczny potencjalnych klientów, wyrażony w $[\frac{tys.zl}{rok}]$ a symbolem **L(d)** -liczbę osób o dochodzie nie większym od **d**, to możemy określić funkcję rozkładu gęstości dochodowej :

$$l(d) = \lim_{x \to 0} \frac{L(d+x) - L(d)}{x}$$

Wartości funkcji **l(d)** wyrażone są w jednostkach $[\frac{lat}{tys.zl}]$, określających w ciągu ilu lat osoba o dochodzie **d** uzyska kwotę **1**[tyś.zł].

W zależności od specyfiki dochodowej społeczności lokalnej, funkcja rozkładu gęstości dochodowej może mieć różny kształt.

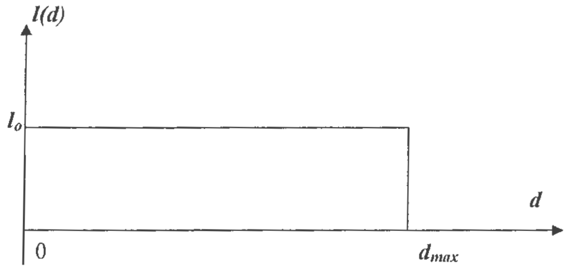
Rozpatrzmy kilka z nich.

1.Rozkład równomierny

Funkcja gęstości ma postać:

$$l(d)=l_o\,,\quad const \quad \text{dla} \quad 0< d < d_{max}$$

oraz 0 dla pozostałych wartości **d**.



Często bardziej użyteczną jest funkcja struktury gęstości dochodowej :

$$q(d)=\frac{1}{A}\int_{d}^{d_{max}} l(x)dx$$

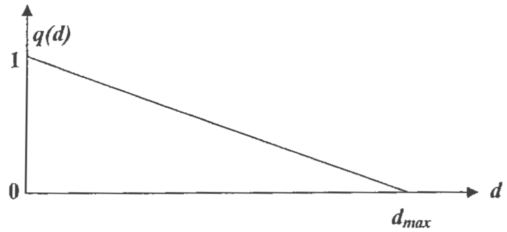
która wyraża jaka część społeczności lokalnej posiada dochód roczny nie mniejszy od **d**, gdzie

$$A = \int_0^{\infty} l(x)dx$$

Podstawiając **l(x)=l₀** otrzymamy:

$$q(d) = \frac{1}{l_o}\frac{1}{d_{\max}}\int_d^{d_{\max}} l_o dx = 1 - \frac{d}{d_{\max}}$$

Kształt struktury dochodów jest pokazany na rysunku.



Jeżeli ustalimy $\mathbf{d_{gr}}$ jako graniczny dochód, poniżej którego potencjalny klient nie będzie mógł sobie pozwolić na zakup wyrobu, o trwałości **T**, po cenie **C**, przy czym :

$$d_{gr} = \gamma.\frac{C}{T}\left[\frac{tys.zl}{rok}\right]$$

gdzie **C** - cena sprzedaży wyrobu $\left[\frac{tys.zl}{szt.}\right]$

T - trwałość (eksploatacyjna) wyrobu $\left[\frac{lat}{szt.}\right]$

r - współczynnik, określający jaką maksymalnie część swego dochodu, potencjalny klient jest gotowy poświęcić na zakup wyrobu

Jeżeli więc, w strefie oddziaływania punktu sprzedaży znajduje się **L** potencjalnych klientów to iloczyn:

$$q(d_{gr}).L$$

określa liczbę użytkowników wyrobu. Każdy wyrób, po okresie zużycia **T**, będzie zastąpiony nowym (być może o lepszych parametrach). Proces wymiany określa ustaloną, dla pojedyńczego klienta, intensywność zakupów: $\lambda_0=1/T$.

W rezultacie intensywność sprzedaży wyrobów będzie równa:

$$\lambda = \lambda_0.q(d_{gr}).L$$

W przypadku równomiernego rozkładu otrzymamy więc:

$$\lambda = \lambda_0.(1-\frac{d_{gr}}{d_{max}}).L = \lambda_0.(1-\gamma\frac{C}{T.d_{max}}).L$$

Oznaczając symbolem :

$$C_{max} = \frac{d_{max}.T}{\gamma}\left[\frac{tys.zl}{szt}\right]$$

maksymalną cenę wyrobu przy której liczba osób, którą stać na zakup, spada do zera otrzymamy :

$$\lambda = \lambda_{max}.(1-\frac{C}{C_{max}})\left[\frac{szt.}{rok}\right] \quad \text{lub} \quad \lambda = \lambda_{max} - a.C\left[\frac{szt.}{rok}\right]$$

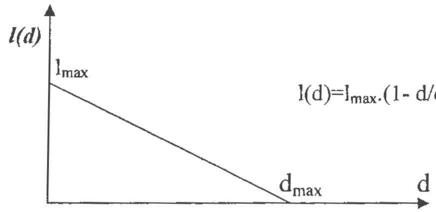
gdzie

$$\lambda_{max} = \lambda_0.L$$

$$a = \frac{\lambda_{max}}{C_{max}}\left[\frac{szt.^2.osób}{tys.zl}\right]$$

II. Rozkład trójkątny

Rozważmy przypadek gdy funkcja gęstości ma kształt widoczny na rysunku.



Wtedy:

$$q(d) = \frac{1}{A}\int_d^{d_{max}} l(x)dx = \frac{1}{A}\frac{1}{2}l_{max}d_{max}(1-\frac{d}{d_{max}})^2$$

gdzie $\quad A = \int_0^{\infty} l(x).dx = \frac{1}{2}l_{max}.d_{max}$

Podstawiając:

$$d_{gr} = \gamma.\frac{C}{T}$$

otrzymamy:

$$q(d_{gr}) = (1-\gamma.\frac{C}{T.d_{max}})^2 = (1-\frac{C}{C_{max}})^2$$

gdzie, jak poprzednio:

$$C_{\max} = \frac{d_{\max}.T}{\gamma}\left[\frac{tys.zl}{szt}\right]$$

Stąd następnie mamy:

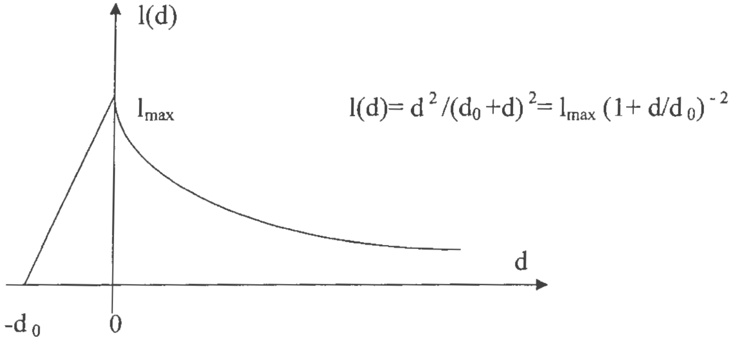
$$\lambda = \lambda_{\max}(1 - \frac{C}{C_{\max}})^2 = \lambda_{\max}(1 - a^0 C)^2$$

gdzie

$$a^0 = \frac{1}{C_{\max}} = \frac{\gamma}{d_{\max}.T}$$

III. Rozkład potęgowy

Kształt rozkładu gęstości widoczny jest na rysunku.



Jeżeli ujemne dochody (w zakresie od **0** do **-d** $_0$) potraktujemy jako zadłużanie się bezrobotnych (względem społeczeństwa) to przyjmując trójkątny rozkład gęstości, dla ujemnych dochodów, otrzymamy iż liczba bezrobotnych jest równa :

$$L_0 = ½ .l_{\max}.d_0$$

Jeżeli przeciwnie, znamy liczbę bezrobotnych $\mathbf{L_0}$ to możemy wyznaczyć wartość

$$d_0 = 2\ L_0 / l_{\max} = 2.b_z\ L / l_{\max}$$

gdzie $\mathbf{b_z}$ jest stopą bezrobocia.

Dla rozkładu potęgowego funkcja **q(d)** przyjmuje postać :

$$q(d) = \frac{1}{A}\int_d^{\infty} l_{\max}.d_0{}^2 \frac{1}{(d_0 + x)^2}\,dx = \frac{1}{A}\frac{l_{\max}.d_0{}^2}{d_0 + d} = \frac{d_0}{d_0 + d}$$

Podstawiając $\mathbf{d_{gr}}$ otrzymamy :

$$q(d_{gr}) = \frac{d_0}{d_0 + \gamma \frac{C}{T}} = \frac{C_0}{C_0 + C}$$

gdzie

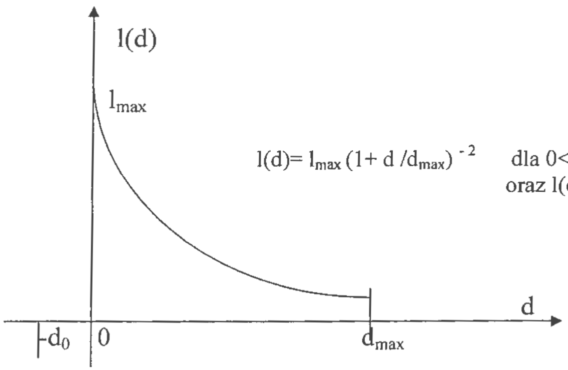
$$C_0 = \frac{d_0.T}{\gamma}$$

Ostatecznie więc mamy:

$$\lambda = \lambda_0 . \frac{C_0}{C_0 + C}.L = \lambda_{\max} . \frac{C_0}{C_0 + C} = \lambda_{\max} .(1 + \frac{C}{C_0})^{-1}$$

IV. Rozkład potęgowy, ucięty

Poprzednio analizowany rozkład gęstości dochodowej, miał charakter teoretyczny gdyż uwzględniał możliwość występowania dochodów nieograniczonych, co w praktyce jest niemożliwe. Obecnie rozpatrzymy rozkład potęgowy, ucięty, którego kształt jest pokazany na rysunku.



Teraz funkcja struktury dochodów będzie miała następującą postać :

$$\lambda = \lambda_0 .q(d_{gr}).L = \lambda_{\max} . \frac{1 - \frac{C}{C_{\max}}}{1 + \frac{C}{C_0}}$$

Jeżeli następnie podstawimy $\mathbf{d_{gr} = r.C /T}$ to otrzymamy :

$$q(d_{gr}) = \frac{1 - \gamma \frac{C}{T.d_{\max}}}{1 + \gamma \frac{C}{T.d_0}} = \frac{1 - \frac{C}{C_{\max}}}{1 + \frac{C}{C_0}}$$

gdzie jak poprzednio:

$$C_{\max} = \frac{T.d_{\max}}{\gamma} \qquad \text{oraz} \quad C_0 = \frac{T.d_0}{\gamma}$$

Ostatecznie otrzymamy:

$$\lambda = \lambda_0.q(d_{gr}).L = \lambda_{\max}.\frac{1-\dfrac{C}{C_{\max}}}{1+\dfrac{C}{C_0}}$$

Na tym zakończymy rozpatrywanie różnych postaci funkcji gęstości dochodowej **l(d)** oraz związanej z nią oczekiwanej stacjonarnej intensywności zakupów rozpatrywanego wyrobu o charakterystykach :**C** i **T** oraz charakterystycznej (dla wyrobu i lokalnej społeczności), wartości **r** .

Koszt wytworzenia pojedyńczego wyrobu

Każda współczesna instalacja technologiczna do produkcji czegokolwiek wymaga do jej zbudowania pewnego okresu czasu oraz nakładów inwestycyjnych (I). Nakłady te wyrażone w [zł] są zwykle kredytem, który musimy spłacić w jakimś okresie (τ-lat). Obciąża to przyszłe przychody ze sprzedaży wyrobów, kosztem : $S = I/ t$ [zł/rok].

Ponadto, po zakończeniu budowy, niezbędne są dodatkowy czas i nakłady (U-zł) na utworzenie odpowiednich zapasów materiałów jeszcze przed chwilą uruchomienia produkcji (które odzyskujemy w chwili zakończenia działalności produkcyjnej). Wynika to z opóźnienia chwili pojawienia się gotowego wyrobu, względem chwili rozpoczęcia prac nad jego powstaniem, będącego skutkiem sumy niezbędnych czasów na wykonanie wszystkich operacji produkcyjnych. Zauważmy, że czas ten może być znaczący, np. w rolnictwie trwa on cały rok. Nakłady U są zwykle finansowane przy pomocy odnawialnego kredytu, zwanego także kredytem obrotowym, przy danym rocznym oprocentowaniu (r-1/rok). W rezultacie obciąża to przyszłe przychody ze sprzedaży kosztem : $Z = r \,.\, U$ [zł/rok].

Z chwilą rozpoczęcia produkcji, urządzenia technologiczne, budynki, i cały majątek trwały ulega procesom zużycia, starzenia wymagając odpowiednich remontów, przeglądów, napraw itp. wymagając odpowiednich nakładów. Dodatkowo, współczesne urządzenia technologiczne, budynki, itp. mają określony okres trwałości (całkowitego zużycia) po którym muszą być zastąpione nowymi. Bardziej ogólnie mówiąc cały , zainwestowany kapitał produkcyjny ma określoną trwałość (T), którą możemy określić analizując okresy trwałości poszczególnych elementów majątku trwałego. Jeżeli symbolem B [zł] oznaczymy koszty remontów, napraw itp. wszystkich elementów majątku w okresie T to iloraz $(I+B)/ T= A$ [zł/rok], często nazywany uogólnionymi kosztami amortyzacji będzie, obciążał przyszłe przychody ze sprzedaży wyrobów.

Zainstalowana i uruchomiona technologia, może być wykorzystywana w procesie produkcyjnym z różną intensywnością μ (liczbą wyrobów na jednostkę czasu), jednakże z nie większą od wartości μ_{mx} . W zależności od intensywności produkcji będzie zmieniało się zapotrzebowanie, zwykle proporcjonalnie, na materiały i surowce, energię i paliwa, pracę ludzką i zatrudnienie. Współczynnikami proporcjonalności (ε) są odpowiednie normy zużycia, normy wydajności itp. Pozwala to nam określić „bezpośredni koszt" wyprodukowania (b) pojedyńczego wyrobu oraz koszty zmienne produkcji $K= \mu .b$ obciążający przyszłe przychody ze sprzedaży wyrobów.

W rezultacie, działalność produkcyjna (usługowa) obciążona jest kosztami:
S[zł/rok] w okresie od 0 do τ ; Z[zł/rok] w całym okresie działalności ; A[zł/rok] w całym okresie działalności ; oraz K[zł/rok] w całym okresie działalności (dla danej wartości μ).

Ostatecznie, przychód ze sprzedaży każdego wyrobu jest obciążony kosztem:

$\kappa_1 = (S + Z + A + K) / \mu = (S + Z + A) / \mu + b$ w okresie od 0 do τ , oraz
$\kappa = (Z + A) / \mu + b$ w pozostałym okresie.

Możemy więc przyjąć, że zwykła struktura kosztu własnego produkcji wyrobu ma postać;

$\kappa = Q / \mu + b$

patrz także: S.Piasecki -Optymalizacja systemów obsługi technicznej -WNT Warszawa 1972.

W szczególnych przypadkach, gdy do wytworzenia wyrobu nie są potrzebne żadne narzędzia (lub ich koszt jest pomijalnie mały) to możemy przyjąć, że Q=0. Wtedy koszt własny produkcji $\kappa=b$ i nie zależy od wartości μ. Dotyczy to w szczególności wyrobów wytwarzanych „ręcznie", na „akord".

Możemy napotkać także całkowicie inną sytuację, np. w usługach, gdy dominuje koszt stały Q, a wartość b może być pominięta w stosunku do wartości ilorazu Q/μ w szerokich granicach zmian wartości μ, tak jak na przykład w systemach automatycznej informacji telefonicznej (np. o odjazdach pociągów) a także w systemach nieautomatycznej informacji gdy personel obsługi jest opłacany na zasadzie wynagrodzeń miesięcznych.

Niekiedy możemy napotkać na niecodzienną sytuację, gdy koszt wytworzenia pojedyńczego wyrobu rośnie proporcjonalnie do wartości μ. Mianowicie wyobraźmy sobie, że znany artysta wytwarza swój wyrób w ciągu sześciu godzin otrzymując za niego pewną kwotę. Jeżeli chcielibyśmy aby wytwarzał on codziennie dwa wyroby to prawdopodobnie będzie żądał wyższej ceny za każdy wyrób a jeszcze większej - gdy zażądamy aby dostarczał nam codziennie trzy wyroby. Z podobną sytuacją mamy zawsze do czynienia gdy wykorzystujemy pracę ludzi w tak zwanych „nadgodzinach".

O pojęciu" wyrob"

Zwykle przyjmowane pojęcie wyrobu nie dotyczy jakiegoś pojedyńczego egzemplarza wyrobu lecz związane jest z określonym typem wyrobu. Typ jest określony charakterystycznym kodem ustalanym przez producenta widocznym na wyrobie, a ponad to każdy egzemplarz posiada swój indywidualny numer.

W naszych rozważaniach dotyczących konkurencji będziemy potrzebowali nieco innego rozumienia pojęcia „wyrób", mianowicie dwa wyroby wytwarzane przez dwie różne firmy będziemy uważali za **konkurencyjnie równoważne** jeżeli zaspakajają tę samą potrzebę nabywcy i nie różnią się ceną (a dokładniej kosztem wytworzenia i ewentualnie kosztem transportu wyrobu).

Z punktu widzenia konkurencji na wspólnym rynku będzie to więc taki sam wyrób, chociaż może mieć różny wygląd i będzie oznaczony różnym kodem typu przez różnych producentów.

Pojęcie wyrobu możemy dalej rozszerzyć obejmując nim także **wyrób złożony**. Wyjaśnienie tego pojęcia wyjaśnimy na przykładzie.

Załóżmy, że pewien producent zaopatruje pobliskich klientów w różnego rodzaju wyroby. Niech to będą cztery rodzaje wyrobów: *A, B, C, D.*

Zapotrzebowanie $i-$tego klienta, gdzie $i=1,2,\ldots I$ określone jest intensywnościami λ_i^U , $U=A, B, C, D$ w danym okresie czasu.

Jeżeli jednostką czasu jest tydzień, to potrzeby $i-$tego *klienta (przykładowo) niech będą określone wielkościami*

$$\lambda_i^A\left[\frac{\text{szt}}{\text{tyg}}\right], \quad \lambda_i^B\left[\frac{\text{kg}}{\text{tyg}}\right], \quad \lambda_i^C\left[\frac{\text{m}^2}{\text{tyg}}\right] \quad \text{oraz} \quad \lambda_i^D\left[\frac{\text{litrów}}{\text{tyg}}\right]$$

Wykorzystując pojęcie struktury zapotrzebowań $\hat{\gamma}_i$ $i-$tego klienta możemy wektor zapotrzebowań przedstawić w innej formie:

$$\vec{\lambda}_i=\left\langle\lambda_i^A\;,\;\lambda_i^B\;,\;\lambda_i^C\;,\;\lambda_i^D\right\rangle=\lambda_i^A\left\langle\frac{\lambda_i^A}{\lambda_i^A}\;,\;\frac{\lambda_i^B}{\lambda_i^A}\;,\;\frac{\lambda_i^C}{\lambda_i^A}\;,\;\frac{\lambda_i^D}{\lambda_i^A}\right\rangle=$$

$$=\lambda_i^A\left\langle 1\;,\;\gamma_i^B\;,\;\gamma_i^C\;,\;\gamma_i^D\right\rangle=\lambda_i^A\hat{\gamma}_i$$

gdzie $\hat{\gamma}_i=\left\langle\gamma_i^A\;,\;\gamma_i^B\;,\;\gamma_i^C\;,\;\gamma_i^D\right\rangle$ przy tym $\gamma_i^A=1$

Oczywiście $\lambda_i^U=\lambda_i^A\cdot\gamma_i^U$ dla $U=A,B,C,D$

Wymiarami współczynników strukturalnych γ_i^U będą w naszym przykładzie odpowiednio:

$$\gamma_i^B = \frac{\lambda_i^B}{\lambda_i^A} \frac{\left[\frac{\text{kg}}{\text{tyg}}\right]}{\left[\frac{\text{szt}}{\text{tyg}}\right]} = \left[\frac{\text{kg}}{\text{szt}}\right] \quad , \quad \gamma_i^C = \frac{\lambda_i^C}{\lambda_i^A} \frac{\left[\frac{\text{m}^2}{\text{tyg}}\right]}{\left[\frac{\text{szt}}{\text{tyg}}\right]} = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{szt}}\right], \text{ podobnie } \gamma_i^D\left[\frac{\text{litr}}{\text{tyg}}\right]$$

Podobnie możemy przedstawić zapotrzebowanie ogółu klientów. Jeżeli oznaczymy $\lambda^U = \sum_i \lambda_i^U$ dla $U = A, B, C, D$, to mamy

$$\hat{\lambda} = \left\langle \lambda^A \,,\, \lambda^B \,,\, \lambda^C \,,\, \lambda^D \right\rangle = \lambda^A \left\langle \frac{\lambda^A}{\lambda^A}, \frac{\lambda^B}{\lambda^A}, \frac{\lambda^C}{\lambda^A}, \frac{\lambda^D}{\lambda^A} \right\rangle =$$

$$= \lambda^A \left\langle \gamma^A, \gamma^B, \gamma^C, \gamma^D \right\rangle \quad gdzie \ \gamma^A = 1$$

Wtedy : $\hat{\lambda} = \lambda^A \left\langle 1, \gamma^B, \gamma^C, \gamma^D \right\rangle = \lambda^A \cdot \hat{\gamma}$ gdzie $\hat{\gamma} = \left\langle \gamma^A, \gamma^B, \gamma^C, \gamma^D \right\rangle$ struktura zapotrzebowań ogółu klientów, przy tym $\gamma^A = 1$.

Oczywiście $\lambda^U = \lambda^A \cdot \gamma^U$, $U = A, B, C, D$. Wymiary współczynników struktury ogólnego zapotrzebowania pozostają takie same, jak w przypadku wymiarów współczynników struktur zapotrzebowań poszczególnych klientów (chociaż oczywiście będą miały inne wartości).

Każdy z towarów, w które zaopatrują się klienci ma określoną cenę jednostkową C^U oraz objętość ładunkową (lub magazynową) δ^U gdzie $U = A, B, C, D$.

W naszym przykładzie będą to więc wielkości:

$$C^A\left[\frac{\text{zł}}{\text{szt}}\right], \quad C^B\left[\frac{\text{zł}}{\text{kg}}\right], \quad C^C\left[\frac{\text{zł}}{\text{m}^2}\right], \quad \text{oraz} \quad C^D\left[\frac{\text{zł}}{\text{litr}}\right]$$

$$\delta^A\left[\frac{\text{m}^3}{\text{szt}}\right], \quad \delta^B\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right], \quad \delta^C\left[\frac{\text{m}^3}{\text{m}^2}\right], \quad \text{oraz} \quad \delta^D\left[\frac{\text{m}^3}{\text{litr}}\right]$$

Odpowiednio możemy także określić wartość wielkości

$$C_h^U = \rho C^U \,, \quad U = A, B, C, D$$

gdzie ρ jest oprocentowaniem kredytów obrotowych, wyrażonym wartością ułamka dziesiętnego na jednostkę czasu np. $\rho = 0{,}02\left[\frac{1}{\text{tyg}}\right]$ lub ρ=0,22$\left[\frac{1}{rok}\right]$

W naszym przykładzie więc otrzymamy

$$C_h^A\left[\frac{\text{zł}}{\text{szt} \cdot \text{tyg}}\right], \quad C_h^B\left[\frac{\text{zł}}{\text{kg} \cdot \text{tyg}}\right], \quad C_h^C\left[\frac{\text{zł}}{\text{m}^2 \cdot \text{tyg}}\right], \quad C_h^D\left[\frac{\text{zł}}{\text{litr} \cdot \text{tyg}}\right]$$

lub podobnie w drugim przypadku, tylko że nie na tydzień lecz na rok.

Jeżeli i – temu klientowi dostarczamy partię towarów o objętości $\left\langle Q_i^A, Q_i^B, Q_i^C, Q_i^D, \right\rangle$, to niezbędna pojemność środka transportowego będzie równa wartości wyrażenia

$$\sum_{U=A,B,C,D} Q_i^U \cdot \delta^U$$

Jeżeli struktura partii jest ustalona, to

$$\sum_{U=A,B,C,D} Q_i^U \cdot \delta_i^U = \sum_{U=A,B,C,D} Q_i^A \cdot \gamma_i^U \cdot \delta^U = Q_i^A \sum_{U=A,B,C,D} \gamma_i^U \cdot \delta^U = Q_i^A \cdot \delta^i$$

Wielkość δ^i jest objętością ładunkową (magazynową) jednostki specyficznego towaru rodzaju „A_i". Jednostka ta, charakterystyczna dla danego klienta jest faktycznie zestawem czterech rodzajów towarów, w skład którego wchodzą: jedna jednostka towaru $A\left(\lambda_i^A = 1\right)$, $\lambda_i^A \gamma_i^B$ jednostek towaru B, $\lambda_i^A \gamma_i^C$ jednostek towaru C oraz $\lambda_i^A \gamma_i^D$ jednostek towaru D. Tak określony nowy rodzaj towaru „A_i" – mieszanki towarów A, B, C, D posiada swój wymiar, którym jest [komplet].

Jednostkowy komplet składa się z jednej jednostki towaru A oraz pozostałych, w proporcjach γ_i^A. Jeden komplet takiej „mieszanki" „A_i" może różnić się od kompletu mieszanki „A_j" innego klienta.

Cena jednostkowa towaru „A_i" jest równa:

$$C^i\left[\frac{\text{zł}}{\text{kompl}}\right] = 1 \cdot C^A + \gamma_i^B C^B + +\gamma_i^C C^C + \gamma_i^D C^D$$

a zapotrzebowanie (w naszym przykładzie)

$$\lambda^i\left[\frac{\text{kompl}}{\text{tyg}}\right] \equiv \lambda_i^A \qquad \text{oraz} \quad C_h^i\left[\frac{\text{zł}}{\text{kompl} \cdot \text{tyg}}\right] = \rho C^i$$

Dalej dla naszych potrzeb będziemy operowali intensywnościami potrzeb statystycznego klienta λ^A :

$$\lambda^A = \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^{L} \lambda_i^A$$

gdzie L jest liczbą klientów na danym obszarze.

Oczywiście, złożony wyrób oznaczony symbolem „A" możemy traktować tak jak każdy inny wyrób mający swoją cenę i objętość transportową.

Ponieważ dalsza część rozważań nad konkurencją będzie dotyczyła producentów ustalonego wyrobu to nazwę wyrobu będziemy dalej pomijali operując intensywnością zapotrzebowania klienta λ.

O klasyfikacji modelów

Klasyfikację modeli oprzemy na klasyfkacji postaci funkcji popytu i funkcji kosztów jednostkowych.

Postacie funkcji popytu oznaczymy następująco:

$I.\quad \Lambda = a \cdot (C_{mx} - C)$

$II.\quad \Lambda = \dfrac{\alpha}{C}$

$III.\quad \Lambda = a \cdot \left[C_{mx} - C - K_T(R)\right]$

$IV.\quad \Lambda = \alpha \cdot \dfrac{C_0}{C_0 + C}$

$V.\quad \Lambda = \lambda_{mx} \cdot \dfrac{C_0}{C_0 + C + K_T(R)}$

Natomiast postacie funkcji kosztów jednostkowych następująco:

1. $\kappa = b$
2. $\kappa = \mu \cdot b$
3. $\kappa = \dfrac{Q}{\mu}$
4. $\kappa = \dfrac{Q}{\mu} + b$
5. $\kappa = \dfrac{Q}{\mu} + b + K_T(R)$

Przy pomocy tego kodu będą oznaczone poszczególne modele.

ROZDZIAŁ II

Działalność firmy miejscowej

A. Modele elementarne

Przeanalizujmy proces działalności miejscowej firmy, operującej na rynku, którego chłonność, na rozpatrywany wyrób, jest ograniczona.

Wprowadźmy następujące oznaczenia.

μ – wielkość produkcji w jednostce czasu, zwana natężeniem (intensywnością) produkcji, wyrażana w jednostkach naturalnych na jednostkę czasu, np.: [szt./rok], [ton/rok] itp.

C – cenna rynkowa jednostki wyrobu, wyrażona w jednostkach pieniężnych na jednostkę naturalną, np.: [zł/szt.], [zł/tonę] itp.

Λ - popyt rynkowy na wyrób, wyrażony w jednostkach naturalnych na jednostkę czasu, np.: [szt./rok], [ton/rok] itp.

$\kappa(\mu)$ – jednostkowy koszt własny wytworzenia wyrobu, przy produkcji z natężeniem, μ, wyrażony w jednostkach pieniężnych na jednostkę naturalną, np.: [zł/szt.], [zł/tonę] itp.

$K(\mu)$ – koszt własny, w jednostce czasu, wytwarzania wyrobów z natężeniem μ, wyrażony w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu, np.: [zł/rok] itp.

$\lambda(C)$ – zależność rocznego zapotrzebowania klienta od ceny rynkowej wyrobu, wyrażona w jednostkach wyrobu na klienta i jednostkę czasu, np.: [szt./klienta.rok]. W szczególności dla zależności liniowej, funkcja ta będzie miała postać:

$$\lambda = \lambda_{mx} - a^{\circ} \cdot C \qquad \text{dla} \qquad 0 \le C \le C_{mx}$$

gdzie λ_{mx} – maksymalne zapotrzebowanie przy $C \to 0$

C_{mx} – maksymalna cena przy której $\lambda \to 0$

a° – współczynnik proporcjonalności

$$a^{\circ} = \frac{\lambda_{mx}}{C_{mx}} \left[\frac{\dfrac{\text{szt}}{\text{klienta} \cdot \text{rok}}}{\dfrac{\text{zł}}{\text{szt}}} \right] \Rightarrow \left[\frac{\text{szt}^2}{\text{klienta} \cdot \text{zł} \cdot \text{rok}} \right]$$

$\Lambda(C)$ – zależność popytu na wyrób od ceny:

$\Lambda = L \cdot \lambda(C)$ gdzie L- liczba klientów

$C(\Lambda)$ – zależność ceny rynkowej od popytu. W szczególności, w naszym przypadku, mamy:

$$C = \frac{\Lambda_{mx} - \Lambda}{L \cdot a^{\circ}} = \frac{\lambda_{mx} - \lambda}{a} \quad \text{dla} \quad 0 \le \lambda \le \lambda_{mx}$$

gdzie $\Lambda_{mx} = L \cdot \lambda_{mx}$

$$a = a^{\circ} \cdot L \quad \left[\frac{szt^2}{zl \cdot rok}\right]$$

$Z(C, \lambda, \mu)$ – zależność zysku firmy od: ceny rynkowej, popytu, i natężenia produkcji. Zysk jest wyrażony w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu, np.: [zł/tydz.], [zł/rok] itp.

$$Z(C, \ \Lambda, \ \mu) = C \cdot \Lambda - \mu \cdot \kappa(\mu) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

W stanie ustalonym, oczywiste jest założenie zrównania produkcji z popytem

$$\mu = \Lambda$$

Wtedy otrzymamy

$$Z(C, \mu) = C \cdot \mu - K(\mu) = C \cdot \mu - \mu \cdot \kappa(\mu)$$

Ponieważ firma dąży do maksymalizacji zysku Z, więc optymalna wartość $\dot{\mu}$ jest wyznaczana z równania :

$$\frac{\partial Z(C, \mu)}{\partial \mu} = 0$$

Różniczkując otrzymamy:

$$C - \frac{d}{d\mu} K(\mu)_{|\mu = \dot{\mu}} = 0$$

lub:

$$\frac{d}{d\mu} K(\mu) = C$$

I.1. Rozpatrzmy *model elementarny, o stałych kosztach (b) produkcji jednostki wyrobu*:

$$K(\mu) = b \quad \left[\frac{zl}{szt}\right]$$

Wtedy:

$$Z(C, \Lambda, \mu) = C \cdot \Lambda - \mu \cdot b = \Lambda \cdot (C - b) \quad dla \quad \mu = \Lambda$$

ale

$$\Lambda = L\cdot(\lambda_{mx} - a\cdot C)$$

Stąd

$$Z(C) = L\cdot(\lambda_{mx} - a^\circ\cdot C)\cdot(C-b) \quad oraz$$

$$\frac{dZ}{dC} = a^\circ\cdot b + \lambda_{mx} - 2\cdot a\cdot C = 0 \quad \Rightarrow \quad C^* = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a^\circ} + b\right)$$

Oznaczając:

$$C_{mx} = \frac{\lambda_{mx}}{a^\circ} \quad \left[\frac{zl}{szt}\right]$$

otrzymamy ostatecznie (patrz rysunek):

$$C^* = \frac{1}{2}(C_{mx} + b)$$

$$\Lambda^* = \frac{1}{2}a(C_{mx} - b) = \frac{1}{2}a^\circ L(C_{mx} - b)$$

$$Z^* = \frac{1}{4}a(C_{mx} - b)^2$$

Konkurencja rynkowa dla modelu elementarnego I.1.

Możliwość zaistnienia konkurencji w sprzedaży wyrobu na danym rynku, zależy od opłacalności uruchomienia produkcji i sprzedaży wyrobu przez inne podmioty-konkurentów. Opłacalność produkcji będziemy mierzyli stopą zwrotu poniesionych nakładów w jednostce czasu:

$$\varepsilon = \frac{Z}{K}$$

który określa opłacalność podjęcia działalności produkcyjnej. W szczególności, jeżeli wartość stopy zwrotu z produkcji, będzie mniejsza od stopy oprocentowania lokat bankowych (dla tej samej jednostki czasu) to podjęcie działalności produkcyjnej będzie niecelowe.

Sprawdźmy zachowanie się wartości ε w zależności od wartości μ.
dla modelu elementarnego.

$$\varepsilon(C) = \frac{Z}{K} = \frac{\Lambda\cdot(C-b)}{\Lambda\cdot b} = \frac{C-b}{b}$$

Z powyższego wyrażenia wynika, że zwiększenie stopy zwrotu możemy osiągnąć zwiększając cenę C ponad wartość C^*, lecz wtedy uzyskamy mniejszy zysk Z. Dla $C=C^*$ otrzymamy:

$$\varepsilon(C^*) = \frac{1}{2}\cdot\frac{C_{mx} - b}{b}$$

I.2.*Model elementarny, o rosnących wraz ze wzrostem natężenia produkcji, kosztach wjednostki wyrobu:*

$$\kappa(\mu) = b\cdot\mu \quad ; \quad b > 0$$

gdzie b jest kosztem produkcji wyrobu dla $\mu = 1$

$$K(\mu) = \mu\cdot\kappa(\mu)$$

$$\frac{d}{d\mu}K(\mu)=\kappa(\mu)+\mu\cdot\frac{d}{d\mu}\kappa(\mu)=2\cdot\mu\cdot b$$

Ostatecznie, równanie przyjmie postać:

$$2\cdot\mu^{*}\cdot b=C$$

Stąd mamy:

$$\mu^{*}=\frac{C}{2b}$$

oraz:

$$K(\mu^{*})=\mu^{*}\cdot\kappa(\mu^{*})=b\cdot(\mu^{*})^{2}$$

A po podstawieniu wyrażenia na μ^{*}:

$$K(\mu^{*})=\frac{1}{b}\left(\frac{C}{2}\right)^{2}$$

Zauważmy, że wartość widocznej na rys. 1 wielkości, μ_{mx} otrzymamy rozwiązując równanie:

$$C\cdot\mu_{mx}-\mathrm{K}(\mu_{mx})=0$$

Podstawiając :

$$\mathrm{K}(\mu_{mx})=\mu_{mx}\cdot\kappa(\mu_{mx})$$

otrzymamy:

$$C\cdot\mu_{mx}-\mu_{mx}\cdot\kappa(\mu_{mx})=0$$

Stąd:

$$\kappa(\mu_{mx})=C$$

Ale

$$\kappa(\mu_{mx})=b\cdot\mu_{mx}$$

więc:

$$\mu_{mx}=\frac{C}{b}$$

Zauważmy, że dla optymalnej wartości natężenia produkcji, mamy podobnie:

$$\frac{d}{d\mu}K(\mu)_{|\mu=\dot{\mu}}=C$$

więc:

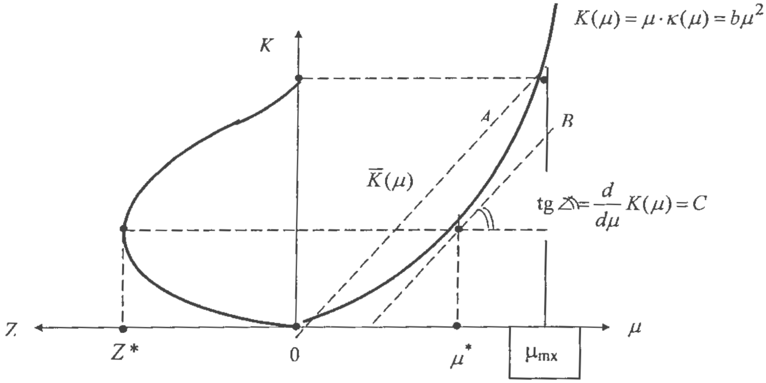
$$\kappa(\mu_{o})=\frac{d}{d\mu}K(\mu)_{|\mu=\dot{\mu}}=C$$

Ilustracja tych relacji jest przedstawiona na rysunku 1, na którym proste A i B są równoległe.

Wyznaczmy następnie wartość zysku firmy, przy optymalnym natężeniu produkcji i danej cenie sprzedaży, równej cenie rynkowej.

Oczywiście, wielkość produkcji $\overset{*}{\mu}$ musi zrównać się z popytem rynkowym określonym równaniem:

$$\Lambda = \Lambda_{mx} - a \cdot C$$



Rys. 1. [3].

Po przyrównaniu wielkości popytu do optymalnej produkcji otrzymamy równanie:

$$\frac{C}{2b} = \Lambda_{mx} - a \cdot C$$

Rozwiązując to równanie względem ceny, wyznaczymy w ten sposób cenę równowagi rynkowej:

$$C^* = \frac{2 \cdot b \cdot \Lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b} \qquad \left[\frac{\text{zł}}{\text{szt}}\right]$$

oraz optymalne natężenie produkcji:

$$\mu^* = \frac{C^*}{2b} = \frac{\Lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b} \qquad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right]$$

Podstawiając cenę równowagi do wzoru na wartość zysku, otrzymamy ostateczne wyrażenia określające maksymalny zysk firmy oraz koszt, dla optymalnego natężenia produkcji (na jednostkę czasu).

$$Z^*(\mu^*) = b \cdot \left(\frac{\Lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b}\right)^2 \qquad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

$$\mathrm{K}(\mu^*) = \frac{1}{b} \cdot \left(\frac{b \cdot \Lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b}\right)^2 = b \cdot \left(\frac{\Lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b}\right)^2 = Z\mu^*) \qquad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

Przy tym zysk osiąga wartość 100% kosztów !

Konkurencja rynkowa dla modelu elementarnego I.2.

Możliwość zaistnienia konkurencji w sprzedaży wyrobu na danym rynku, zależy od opłacalności uruchomienia produkcji i sprzedaży wyrobu przez inne podmioty-konkurentów. Opłacalność produkcji będziemy mierzyli stopą zwrotu poniesionych nakładów w jednostce czasu:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{Z(\mu)}{K(\mu)}$$

który określa opłacalność podjęcia działalności produkcyjnej. W szczególności, jeżeli wartość stopy zwrotu z produkcji, będzie mniejsza od stopy oprocentowania lokat bankowych (dla tej samej jednostki czasu) to podjęcie działalności produkcyjnej będzie niecelowe.

Sprawdźmy zachowanie się wartości ε w zależności od wartości μ.
dla modelu elementarnego.

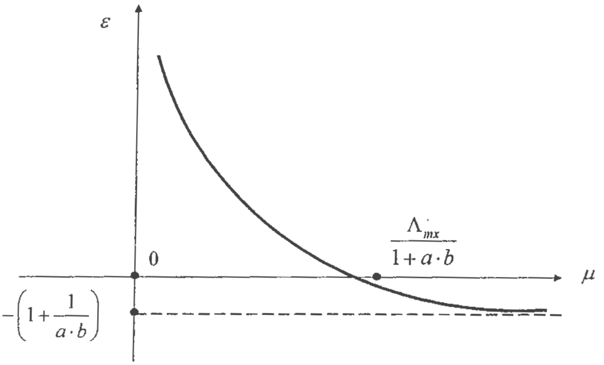
$$\varepsilon(\mu) = \frac{C\mu - \mu^2 b}{\mu^2 b} = \frac{C - \mu \cdot b}{\mu \cdot b} = \frac{\frac{\Lambda_{mx} - \mu}{a} - \mu \cdot b}{\mu \cdot b}$$

gdyż $$C = \frac{\Lambda_{mx} - \mu}{a} \quad ; \quad \Lambda = \mu$$

Ostatecznie więc otrzymamy:

$$\varepsilon = \frac{\Lambda_{mx}}{a \cdot b \cdot \mu} - \left(\frac{1}{a \cdot b} + 1 \right)$$

Przebieg tej funkcji pokazany jest na rysunku 2.



Rys. 2

Uwzględniając przebieg funkcji ε dla modelu elementarnego, widzimy, że każda nowa firma rozpoczynająca produkcję od najmniejszego natężenia produkcji będzie miała większą stopę zwrotu od istniejącej firmy produkującej z optymalnym natężeniem μ^* przy ustalonej cenie rynkowej C. Każda nowa firma rozpoczynająca produkcję będzie mogła sprzedawać swoje, takie same wyroby, po nieco niższej cenie, przechwytując część popytu.

W rezultacie, na rynku będzie rosła liczba n producentów-teoretycznie do nieskończoności a praktycznie - aż do chwili gdy stopa zwrotu z produkcji zrówna się ze stopą oprocentowania lokat bankowych.

Każdy z producentów, przy założeniu że dysponują tą samą technologią, będzie zaspakajał część popytu:

$$\Lambda_n = \frac{1}{n}(\Lambda_{mx} - a \cdot C)$$

a starając się maksymalizować swój zysk będzie produkował z natężeniem:

$$\mu_n = \frac{C}{2 \cdot b}$$

Ale ponieważ musi zachodzić równość:

$$\mu_n = \Lambda_n$$

więc z równania:

$$\frac{C}{2b} = \frac{1}{n}(\Lambda_{mx} - a \cdot C)$$

możemy wyznaczyć wartość ceny sprzedaży (równowagi rynkowej)

$$C_n = \frac{2 \cdot b \cdot \Lambda_{mx}}{n + 2 \cdot a \cdot b}$$

Stąd, ostatecznie, podstawiając C_n otrzymamy:

$$\overset{\bullet}{\mu}_n = \frac{\Lambda_{mx}}{n + a \cdot b}$$

oraz

$$Z_n^{\bullet} = C_n \cdot \mu_n^{\bullet} - b \cdot (\mu_n^{\bullet})^2 = b\left(\frac{\Lambda_{mx}}{n + d \cdot b}\right)^2$$

Gdyby n rosło nieograniczenie to otrzymalibyśmy:

$$C_n \to 0 \;;\; Z_n^{\bullet} \to 0 \;;\; \mu_n^{\bullet} \to 0$$

Model elementarny opisuje wiec **proces idealnej konkurencji** prowadzący do maksymalnej obniżki cen przy maksymalnym zaspokojeniu popytu. Model ilustruje możliwości mechanizmów kapitalistycznego ustroju i wolnego rynku.

II.2.*Model o rosnących, wraz ze wzrostem natężenia produkcji, kosztach jednostki wyrobu i nieliniowej zależności popytu od ceny:*

$$\kappa(\mu) = b^{\circ} \cdot \mu \quad ; \quad b^{\circ}\left[\frac{zl \cdot rok}{szt^2}\right] > 0$$

$$\Lambda = \frac{\alpha}{C} \quad gdzie \quad \alpha\left[\frac{zl}{rok}\right] - \text{wartość rocznej sprzedaży wyrobów}$$

Podstawiając do wzoru na wartość zysku, otrzymamy:

$$Z(C,\mu) = \Lambda \cdot C - \mu \cdot \kappa(\mu) = \Lambda \cdot C - \mu^2 \cdot b^{\circ}$$

Przyrównując pochodną względem μ (dla Λ=μ),do zera, otrzymamy, jak w poprzednim przypadku:

$$\mu^* = \frac{C}{2 \cdot b^{\circ}}$$

ale $\mu^*=\Lambda$, więc:

$$\frac{C}{2b^{\circ}} = \frac{\alpha}{C} \quad \Rightarrow \quad C^* = \sqrt{2\alpha b^{\circ}}$$

oraz:

$$\mu^* = \sqrt{\frac{\alpha}{2b^{\circ}}}$$

$$Z^* = \frac{1}{2}\alpha$$

Konkurencja rynkowa dla modelu II.2.

Podstawiając do wzoru na wartość ε otrzymamy:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{\mu \cdot C - \mu^2 \cdot b^{\circ}}{\mu^2 \cdot b^{\circ}} = \frac{C - \mu \cdot b^{\circ}}{\mu \cdot b^{\circ}}$$

Z powyższej zależności wynika, że wzrost stopy zwrotu możemy uzyskać zwiększając cenę wyrobu bądź zmniejszając produkcję lub dokonując obu tych zmian- jednak zawsze zmniejszając zysk. Dla optymalnej produkcji otrzymamy

$$\varepsilon(\mu^*) = C \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha \cdot b^{\circ}}} - 1$$

II.4.*Model o malejących, jednostkowych kosztach produkcji przy nieliniowym popycie*

$$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b \quad ; \quad \Lambda = \frac{\alpha}{C}$$

gdzię Λ[zł/rok] prognoza wartości rocznej sprzedaży wyrobu na danym rynku.
Podstawiając te wyrażenia do wzoru na wartość zysku otrzymamy:

$$Z(C,\mu,\Lambda)=\Lambda-\mu\cdot\kappa(\mu)=\frac{\alpha}{C}\cdot C-\frac{\alpha}{C}\cdot\left(\frac{Q}{\frac{\alpha}{C}}+b\right)=\alpha\cdot(1-\frac{b}{C})-Q$$

dla $\mu=\Lambda,$ lub:

$$=\mu\cdot C-\mu\cdot\kappa(\mu)=\mu\cdot(C-b)-Q$$

Z powyższych zależności wynika, że zysk rośnie nieograniczenie ze wzrostem μ, i powyżej wartości:

$$\mu_0=\frac{Q}{C-b}$$

jest większy od zera, (jeżeli C>b).
Podobnie rośnie, gdy wartość C rośnie. Graniczną wartością zysku jest:

$$\lim_{C\to\infty}Z(C)=\alpha-Q$$

Konkurencja rynkowa dla modelu II.2.

Roczna stopa zwrotu wydatków, przyjmie teraz postać:

$$\varepsilon=\frac{\mu\cdot C}{\mu\cdot b+Q}-1$$

Jak można zauważyć, przy C rosnącym będzie maleć sprzedaż (i produkcja), będzie rosnąć także zysk - lecz wtedy musi maleć stopa zwrotu. Gdy zysk będzie maksymalny (dla C dążącego do nieskończoności) stopa zwrotu będzie dążyła do minimalnej wartości $\varepsilon=-1$.

IV.1.*Model o stałych kosztach wytworzenia jednostki wyrobu i nieliniowej zależności popytu od ceny:*

$$\kappa(\mu)=b \quad ; \quad b\left[\frac{zl}{szt}\right]>0$$

$$\Lambda=\Lambda_{mx}\frac{C_0}{C_0+C}$$ wielkość rocznej sprzedaży wyrobów

Podstawiając do wzoru na wartość zysku, otrzymamy:

$$Z(\Lambda,C)=C\cdot\Lambda-\Lambda\cdot b=\Lambda_{mx}\frac{C_0}{C_0+C}\cdot(C-b)$$

Nietrudno zauważyć, że :

$$Z(C=0)=0 \quad oraz \quad \lim_{C\to\infty}Z(C)=\Lambda_{mx}\cdot C_0$$

Można więc uzyskiwać coraz większy zysk zwiększając cenę, gdyż $C^*=\infty$. Jednocześnie zmniejszając odpowiednio produkcję, gdyż $\mu^*=0$.

Konkurencja rynkowa dla modelu IV.1.

Jeżeli na rynku działa firma produkująca rozważany wyrób to możemy ją wyeliminować wprowadzając wyrób po mniejszej cenie. Jeżeli istniejąca firma, broniąc się także zmniejszy swoją cenę to spowoduje całą lawinę obniżek cen prowadzącą do zminimalizowania cen i zysków .

$$\varepsilon(C)=\frac{\Lambda\cdot(C-b)-\Lambda\cdot b}{\Lambda\cdot b}=\frac{C-2b}{b}$$

Jednocześnie, jak to wynika ze wzoru, maleć będzie stopa zwrotu aż do wartości stopy bankowej dla lokat. Produkcja wtedy stanie się nieopłacalna. Jest to drugi przykład **procesu idealnej konkurencji.**

IV.2. *Model o rosnących, wraz ze wzrostem natężenia produkcji, kosztach wytworzenia jednostki wyrobu i nieliniowej zależności popytu od ceny:*

$$\kappa(\mu) = b^{\circ} \cdot \mu \quad ; \quad b^{\circ}\left[\frac{zl \cdot rok}{szt^2}\right] > 0$$

$$\Lambda = \Lambda_{mx} \frac{C_0}{C_0 + C}$$ wielkość rocznej sprzedaży wyrobów

Podstawiając do wzoru na wartość zysku, otrzymamy:

$$Z(\mu) = C \cdot \Lambda - \mu^2 \cdot b^{\circ} = \mu \cdot (C - \mu \cdot b^{\circ})$$

Przyrównując pochodną Z względem μ do zera, po rozwiązaniu równania otrzymamy:

$$\mu^* = \frac{C}{2b^{\circ}} \quad ; \quad Z(\mu^*) = \frac{1}{4} \cdot \frac{C^2}{2b^{\circ}}$$

przy tym: $Z(\mu = \frac{C}{b^{\circ}}) = 0 \quad ; \quad Z(\mu = 0) = 0 \quad ; \quad \lim_{\mu \to \infty} Z(\mu) = -\infty$

Konkurencja rynkowa dla modelu IV.2.

Jak można łatwo zauważyć, ze wzoru na wartość zysku rośnie on wraz ze wzrostem ceny C, pod warunkiem, że μ nie przekracza wartości C/b^{o}. Wartość stopy zwrotu wyraża się wzorem:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{\mu \cdot (C - \mu \cdot b^{\circ})}{\mu^2 \cdot b^{\circ}} = \frac{C - \mu \cdot b^{\circ}}{\mu \cdot b^{\circ}}$$

Wynika stąd, że stopa zwrotu rośnie wraz ze wzrostem ceny C i maleniem produkcji μ ; ze wzrostem ceny rośnie także zysk Z. Dla optymalnej wartości μ^* otrzymamy:

$$\varepsilon(\mu^*) = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{C^2}{b^{\circ}}}{\frac{C}{2b^{\circ}} \cdot b^{\circ}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C}{b^{\circ}}$$

Wniosek jest oczywisty: jest to ten sam przypadek jaki mieliśmy wcześniej, mamy tu do czynienia z **procesem konkurencji doskonałej.** Wejście na rynek na którym działa inny producent zmusza nas do obniżenia ceny, co w rezultacie wywołuje wspomniany, lawinowy proces obniżania cen.

B.Modele podstawowe

W rzeczywistości, w większości przypadków, koszt wyprodukowania jednostki wyrobu ma inną postać [4]. Mianowicie:

$$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b$$

gdzie Q jest kosztem stałym obciążającym działalność produkcyjną niezależnym od zmiennego natężenia produkcji

Wartość Q zależy od wydatków inwestycyjnych I [zł] związanych z uruchomieniem produkcji (zakupem maszyn zbudowaniem odpowiednich pomieszczeń itp. oraz kosztów amortyzacji inwestycji zależnych od dopuszczalnego okresu eksploatacji T [lat] majątku firmy.

W przybliżeniu, mamy więc:

$$Q = I \cdot \left(\rho + \frac{1}{T} \right) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}} \right]$$

gdzie ρ [1/rok] jest stopą oprocentowania kredytu bankowego zaciągniętego na realizację inwestycji.

Wielkość b [zł/szt.] jest, jak poprzednio, bezpośrednim kosztem produkcji pojedynczego wyrobu (kosztami materiałów, energii, pracy ludzkiej, pracy maszyn, odnawialnego kredytu obrotowego itp.

Przyjęcie takiej funkcji $\kappa(\mu)$, jednostkowych kosztów produkcji powoduje, że zysk firmy będzie miał postać:

$$Z(\Lambda, \mu, C) = \Lambda C - \mu \cdot \kappa(\mu) = \Lambda C - \mu \cdot b - Q$$

Oczywiście, przy rozsądnej działalności firmy musi zachodzić równość:

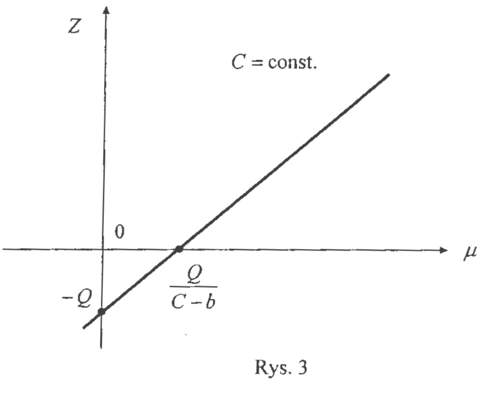
$$\Lambda = \mu$$

Wtedy otrzymamy:

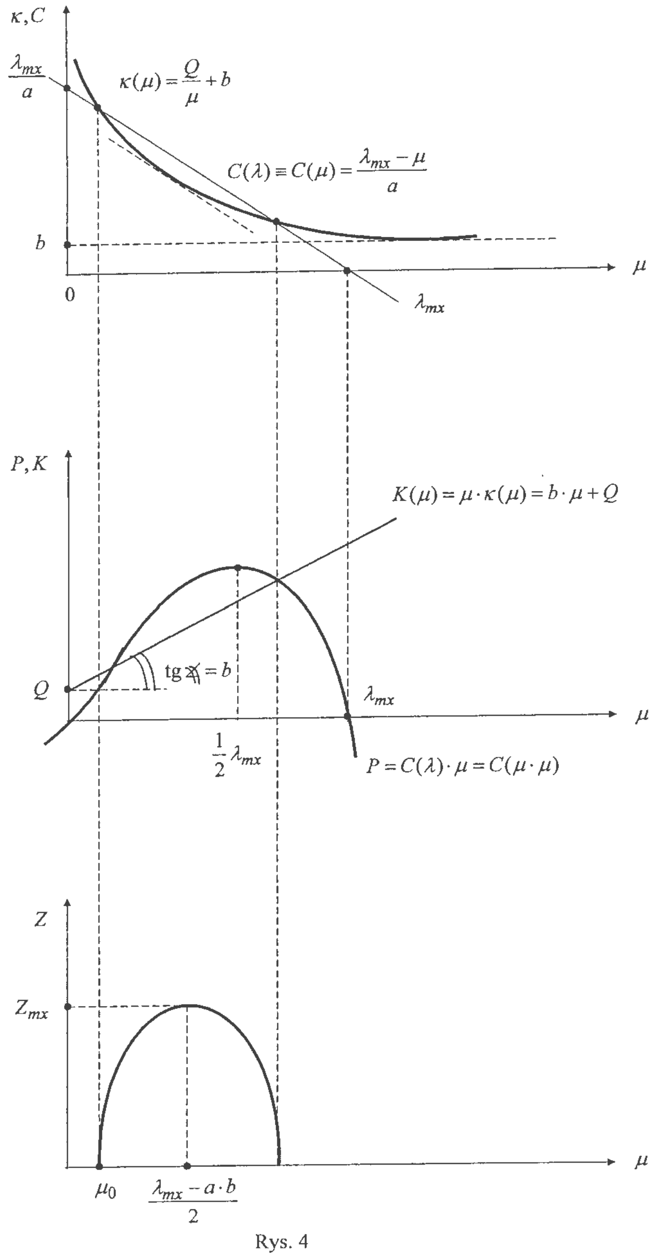
$$Z(\mu, C) = \mu \cdot (C - b) - Q$$

lub

$$Z(\Lambda, C) = \Lambda \cdot (C - b) - Q$$



Rys. 3



κ, C
$\frac{\lambda_{mx}}{a}$
$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b$
$C(\lambda) \equiv C(\mu) = \frac{\lambda_{mx} - \mu}{a}$
b
0
μ
λ_{mx}
P, K
$K(\mu) = \mu \cdot \kappa(\mu) = b \cdot \mu + Q$
$\mathrm{tg}\,\alpha = b$
Q
λ_{mx}
μ
$\frac{1}{2}\lambda_{mx}$
$P = C(\lambda) \cdot \mu = C(\mu \cdot \mu)$
Z
Z_{mx}
μ
μ_0
$\frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$

Rys. 4

Z postaci funkcji Z wynika (rys. 4), że zysk będzie ujemny dla:

$$\mu < \mu_o = \frac{Q}{C-b}$$

oraz, że będzie rósł nieograniczenie wraz ze wzrostem natężenia produkcji μ (dla C =const).

Oczywiście natężenie nie może rosnąć nieograniczenie, co najmniej z dwóch powodów:

- ograniczona wartość inwestycji I powoduje, że wartość μ nie może przekroczyć wartości maksymalnej μ_{mx} na którą zaprojektowano przedsięwzięcie produkcyjne
- przy wzroście produkcji i stałej cenie sprzedaży popyt jest ograniczony do wartości:

$$\Lambda = \Lambda_{mx} - a \cdot C$$

Ponieważ musi zachodzić równość:

$$\Lambda = \mu$$

to mamy:

$$Z(C) = (\Lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot (C - b) - Q \qquad \text{patrz rys. 4}$$

Firma musi tak regulować natężenie produkcji aby uzyskać, przy zmieniającej się cenie, największy zysk. Różniczkując równanie względem C otrzymamy:

$$\frac{dZ}{dC} = -2 \cdot a \cdot C + \Lambda_{mx} + a \cdot b = 0$$

Stąd:

$$C^* = \frac{\Lambda_{mx} + a \cdot b}{2a}$$

oraz

$$\Lambda^* = \Lambda_{mx} - a \cdot C^* = \frac{\Lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$$

$$\mu^* = \frac{\Lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$$

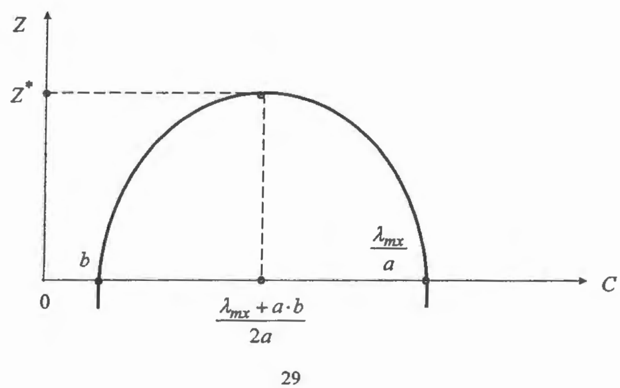
Oczywiście działalność będzie przynosić zysk jeżeli zachodzi nierówność:

$$\mu^* > \mu_o$$

Wartość zysku będzie wtedy równa:

$$Z^* = \left(\frac{\Lambda_{mx} - a \cdot b}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{a} - Q$$

Na rysunku 5 widoczny jest przebieg funkcji zysku w zależności od ceny sprzedaży w warunkach równowagi rynkowej.



Rys. 5

2.1. *Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego*

Porównajmy dwie technologie produkcji o maksymalnej wydajności μ_{mx}^1 i μ_{mx}^2 przy tym $\mu_{mx}^1 < \mu_{mx}^2$. Oczywiście, będą one charakteryzowały się, odpowiednio, parametrami Q_1, Q_2 oraz b_1, b_2 przy tym:

$$Q_1 < Q_2$$

co jest oczywistą nierównością (zakładamy że konkurenci stosują tylko racjonalne technologie). Podobnie winna być spełniona nierówność:

$$b_1 > b_2$$

co już nie jest tak oczywistą koniecznością.

Załóżmy, że ta ostatnia nierówność nie jest prawdziwa i $b_1 > b_2$, wtedy mielibyśmy (dla ustalonego $\mu < \mu_{mx}^1, \mu_{mx}^2$),następującą nierówność kosztów jednostkowych:

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu} < b_2 + \frac{Q_2}{\mu}$$

Taka nierówność kosztów eliminowałaby całkowicie drugą technologię z praktyki produkcyjnej. Mianowicie, np. w przypadku gdy $\mu = 2\mu_{mx}^1$ to do produkcji należy wykorzystać dwie linie o technologii pierwszej- zamiast jednej linii o technologii drugiej.

Dla technologii racjonalnych, nierówność:

$$\mu_{mx}^1 < \mu_{mx}^2$$

musi pociągać za sobą nierówności:

$$Q_1 < Q_2$$

oraz

$$b_1 > b_2$$

a nawet więcej-nierówność:

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu} > b_2 + \frac{Q_2}{\mu}$$

Szersze rozważania na ten temat można znaleźć w [5].

W rezultacie, jeżeli na rynku istnieje producent produkujący dany wyrób z optymalną intensywnością (natężeniem):

$$\mu^* = \frac{\Lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$$

przy cenie sprzedaży:

$$C^* = \frac{\Lambda_{mx} + a \cdot b}{2a}$$

to warunkiem eliminacji tego producenta z rynku jest zastosowanie przez konkurenta technologii o większej skali produkcji μ_1, takiej dla której wartość b_1 jest mniejsza od wartości b aktualnego producenta.

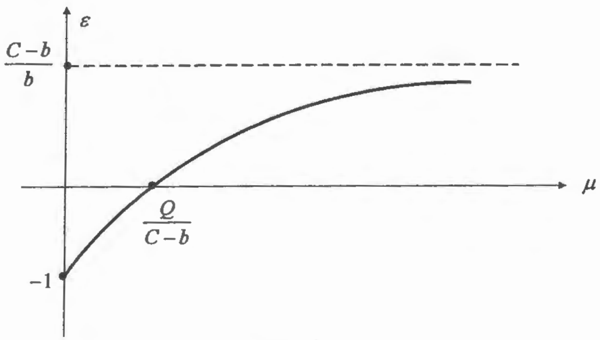
W rezultacie, aby wyprzeć z rynku istniejącego producenta, konkurent musi zastosować technologię o wydajności $\mu_1 > \mu^*$ oraz $b_1 < b$. Wtedy cenę C_1 może on ustanowić mniejszą od dotychczasowej ceny C^*.

W ostatecznym rezultacie, rynek opanuje całkowicie nowy producent

Zbadajmy następnie jak zachowuje się stopa zwrotu z produkcji przy tej postaci funkcji kosztów. Teraz mianowicie będziemy mieli:

$$\varepsilon = \frac{Z(\mu)}{K(\mu)} = \frac{C\cdot\mu - b\cdot\mu - Q}{b\mu} = \frac{C - \left(b + \frac{Q}{\mu}\right)}{b + \frac{Q}{\mu}} = \frac{C}{b + \frac{Q}{\mu}} - 1$$

Przebieg tej funkcji jest pokazany na rysunku 6.



Rys. 6

Jeżeli więc działająca dotychczas na rynku firma zaspakaja popyt przy cenie:

$$C^* = \frac{\Lambda_{mx} + a\cdot b}{2a}$$

to wchodząca na rynek nowa firma musi sprzedawać swoje wyroby po niższej cenie a to można osiągnąć jedynie przy wzroście produkcji i zmniejszeniu kosztów jednostkowych. Jeżeli taka technologia, umożliwiająca większą intensywność produkcji nie istnieje, to konkurencja nie będzie w stanie wejść na rynek. W rezultacie istniejąca firma pozostanie jako monopolista na rynku.

W każdym więc przypadku na rynku pozostanie jeden producent-monopolista albo dotychczasowy albo nowy.

Nowy producent wyprze produkcję optymalną gdy będzie w stanie zapewnić sobie wyższą wartość ε, co przy konieczności zmniejszenia ceny C, wyma ga zmniejszenia wartości $b + Q / \mu$, wykorzystując czynnik „skali produkcji". Jeżeli jest to niemożliwe to wejście na rynek można sobie zapewnić stosując ceny „dumpingowe". Natomiast produkcję nie optymalną wypchniemy z rynku wykorzystując tę samą technologie w sposób optymalny.

II.4. Model o malejących ze wzrostem natężenia produkcji, kosztach wytworzenia jednostki wyrobu i nieliniowej zależności popytu od ceny:

$$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b \quad ; \quad b\left[\frac{zl}{szt}\right] > 0$$

$$\Lambda = \frac{\alpha}{C} \qquad \alpha\left[\frac{zl}{rok}\right]$$ oczekiwana wartość rocznej sprzedaży wyrobów

Podstawiając do wzoru na wartość zysku, otrzymamy:

$$Z(\mu, C) = \Lambda \cdot C - \mu \cdot (\frac{Q}{\mu} + b) = \mu \cdot (C - b) - Q$$

Jeżeli przyjmiemy, że musi zachodzić równość $\Lambda=\mu$, czyli $C=\alpha/\Lambda$ to po podstawieniu otrzymamy:

$$Z = \mu \cdot (\frac{\alpha}{\mu} - b) - Q = \alpha - Q - \mu \cdot b$$ zakładamy: $\alpha > Q$

lub $$Z = \alpha \cdot (1 - \frac{b}{C}) - Q$$

Z postaci wyrażeń wynika, że zysk rośnie z maleniem μ i wzrostem C, do granicy:

$$\lim_{C \to \infty} Z(C) = \lim_{\mu \to 0} Z(\mu) = \alpha - Q$$

Jednocześnie musi być spełniona nierówność: $\mu < \mu_{mx}$ gdzie

$$\mu_{mx} = \frac{\alpha - Q}{b}$$

Konkurencja rynkowa dla modelu II.4

Wyznaczając stopę zwrotu otrzymamy:

$$\varepsilon = \frac{\mu \cdot (C - b) - Q}{\mu \cdot b - Q} = \frac{\mu \cdot C}{\mu \cdot b + Q} - 1$$

Z postaci wyrażenia wynika, że wraz ze wzrostem produkcji, wartość stopy zwrotu rośnie

Jednocześnie, ponieważ musi zachodzić nierówność $\mu < \mu_{mx}$ to graniczna wartość będzie określona wyrażeniem:

$$\varepsilon_{gr} = C\frac{\alpha - Q}{\alpha b} - 1$$

Jeżeli do wyrażenia na wartość ε podstawimy:

$$\mu = \Lambda = \frac{\alpha}{C}$$

to otrzymamy

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{\frac{\alpha b}{C} + Q} - 1$$

Widzimy więc, że cena C winna rosnąć aby rosła wartość stopy zwrotu. Ale wtedy musi maleć skala produkcji co powoduje malenie stopy zwrotu.

Ostatecznie układ cena- natężenie produkcji będzie niestabilny, przy wejściu nowego producenta na rynek spowoduje lawinowy spadek cen w **procesie konkurencji doskonałej.**

ROZDZIAŁ III

Działalność lokalnej firmy wśród klientów rozproszonych

A. Działalność z dostawą wyrobów do magazynu klienta

Jeżeli sprzedaż wyrobów produkowanych przez firmę, jest przyczyną powstawania znaczących kosztów związanych z dostawa wyrobu do miejsca pobytu klienta, to cena sprzedaży wyrobu odległemu klientowi, musi być wyższa o koszt transportu, gdy przewóz zapewnia firma na swój koszt.

Jeżeli firma nie zapewnia dostawy wyrobów do miejsca pobytu klienta, to musi on wykorzystać własny lub wynajęty środek transportu. W rezultacie faktyczny koszt nabycia wyrobu przez klienta także powiększa się o koszt transportu. W każdym, więc, przypadku koszt nabycia wyrobu powiększa się o koszt transportu

W rezultacie, opisany model podstawowy musi być uzupełniony, uwzględniając przestrzenne rozmieszczenie klientów.

Zmiany te dotyczą funkcji zysku Z, w której musimy uwzględnić dodatkowo koszty transportu, jeżeli są one pokrywane przez firmę, oraz wielkość popytu Λ, którego wartość zależy od wielkości obszaru objętego sprzedażą wyrobu, a dokładniej - od liczby klientów na tym obszarze i ilości zakupywanych wyrobów przez każdego klienta

Oczywiście, rozmieszczenie klientów na obszarze może być rozmaite. Dla uproszczenia założymy, że gęstość klientów (wyrażająca się liczbą klientów przypadających na jednostkę powierzchni) na rozpatrywanym obszarze jest stała.

Ponadto założymy, że każdy klient, średnio, ma jednakowe, (w jednostce czasu), potrzeby w zakresie nabywania wytwarzanych przez producenta wyrobów.

Model I.5. z uwzględnieniem kosztu dostawy wyrobu do magazynu klienta i liniową funkcją popytu

Zgodnie z przyjętymi powyżej ogólnymi założeniami, przyjmiemy, że określona jest gęstość g klientów wyrażona liczbą klientów na jednostkę powierzchni. Wielkość ta, w naszym przypadku, będzie miała wymiar [1/km^2].

Przyjmiemy, że ilość β klientów nabywających wyrób, zależy od promienia R okręgu obszaru objętego sprzedażą, w następujący sposób.

$$\beta = g \cdot \Pi \cdot R^2$$

Postać zależności wielkości potrzeb pojedynczego klienta, od ceny wyrobu przyjmiemy podobną jak w poprzednim modelu:

$$\lambda = \lambda_{mx} - a \cdot C \qquad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right]$$

gdzie λ_{mx} wyraża maksymalne zapotrzebowanie klienta, w [szt./rok], przy $C \to 0$

Ostatecznie, wielkość popytu Λ będzie określona następująco:

$$\Lambda(C,\ R) = \beta \cdot \lambda = g \cdot \Pi \cdot R^2(\lambda_{mx} - a \cdot C) \qquad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right]$$

Uzupełnijmy następnie funkcję zysku Z, o koszty transportu wyrobów do klientów przebywających na obszarze koła o promieniu R, w którego środku znajduje się producent.

Załóżmy, że koszty k_T transportu zależą od odległości przewozu i liczby przewożonych wyrobów. Wielkość k_T ma, zatem, w naszym przykładzie, wymiar [zł/(szt. km)], a kosztem przewozu wyrobu na odległość r będzie wartość iloczynu $r \cdot k_T$ [zł/szt.].

Ogółem, koszty transportu do wszystkich odbiorców w rejonie, będą określone wzorem:

$$k_T \cdot g \cdot \lambda \int_{\Omega} r \cdot dS = k_T \cdot g \cdot \lambda \int_0^R r \cdot 2\Pi r \cdot dr = 2\Pi k_T \cdot g \cdot \lambda \frac{1}{3} R^3 = \beta \cdot \overline{K}_T \cdot \lambda$$

Gdzie $\qquad \overline{K}_T = k_T \cdot \bar{r} \quad ; \quad \bar{r} = \frac{2}{3} R$

W rezultacie funkcja zysku, uwzględniająca koszty transportu przyjmie postać:

$$Z(C,R,\mu) = C \cdot \Lambda(C,R) - \mu \cdot \kappa(\mu) - \Lambda(C,R) \cdot \overline{K}_T$$

Ponieważ w stanie równowagi rynkowej musi być spełniona równość:

$$\mu = \Lambda(C,R)$$

to podstawiając wartość μ otrzymamy:

$$Z(C,R) = [C - b - \overline{K}_T(R)] \cdot \Lambda(C,R) - Q$$

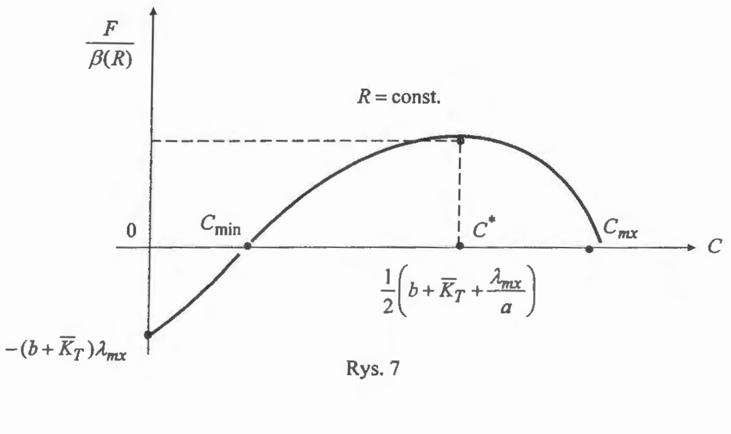
Po przekształceniu tej funkcji, do postaci $F = Z + Q$ otrzymamy:

$$F = Z + Q = [C - b - \overline{K}_T(R)] \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \beta(R)$$

gdzie

$$\beta(R) = g \cdot \Pi \cdot R^2$$

Jej przebieg w zależności od C jest widoczny na rysunku 7.



Rys. 7

Oznaczając:

$$C_{mx} = \frac{\lambda_{mx}}{a} \quad ; \quad C_{min}(R) = b + \overline{K}_T(R)$$

Możemy zapisać ją w postaci

$$F = (C - C_{min}(R)) \cdot (C_{mx} - C) \cdot a \cdot \beta(R) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

Przyrównując pochodną F względem C do zera, otrzymamy jedno rozwiązanie. Mianowicie w punkcie:

$$C^* = \frac{C_{mx} + C_{min}}{2} \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{szt}}\right]$$

Funkcja osiąga maksimum o wartości:

$$F = \frac{1}{4}(C_{mx} - C_{min}(R))^2 \cdot a \cdot \beta(R)$$

dla ustalonej wartości R.

Podstawiając zależności na wartości C_{min} oraz C_{mx} do funkcji F otrzymamy:

$$F = \frac{1}{4}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a} - b - \frac{2}{3}k_T R\right)^2 \cdot a \cdot g\Pi R^2 = a \cdot \left(\frac{k_T}{3}\right)^2 \cdot \Pi \cdot g \cdot \left(\frac{C_{mx} - b}{\frac{2}{3}k_T} - R^2\right) \cdot R^2$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$A = a \cdot \left(\frac{k_T}{3}\right)^2 \cdot \Pi \cdot g \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok} \cdot \text{km}^4}\right] \quad ; \quad R_{mx} = \frac{C_{mx} - b}{\frac{2}{3}k_T} \quad [\text{km}]$$

funkcję F możemy zapisać w postaci:

$$F = A \cdot (R_{mx} - R)^2 \cdot R^2$$

Przebieg tej funkcji, o pierwiastkach

$$R_{1,2} = R_{mx} \;, \; R_{3,4} = 0$$

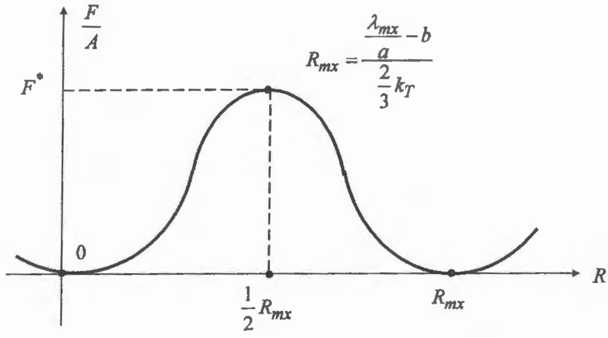
jest pokazany na rysunku 8.

Po przyrównaniu, do zera różniczki funkcji F względem R, otrzymamy optymalną wartość promienia R^* obszaru:

$$R^* = \frac{1}{2}R_{mx} \qquad (R_{1,2} = 0 \;, \; R_3 = R_{mx} \;, \; R_4 = \frac{1}{2}R_{mx})$$

jak to jest widoczne na rysunku 8, funkcja będzie miała postać:

$$F = A \cdot \left(\frac{R_{mx}}{2}\right)^4$$



Rys. 8

Aby więc, działalność produkcji i sprzedaży wyrobów, przy optymalnym wyborze obszaru sprzedaży i optymalnej cenie była zyskowna, musi być spełniona nierówność:

$$A \cdot \left(\frac{R_{mx}}{2} \right)^4 - Q > 0$$

lub:

$$Q < \Pi \cdot a \cdot g \cdot \frac{(C_{mx} - b)^4}{\left(\frac{k_T}{3} \right)^2}$$

Zbadajmy następnie jak będzie kształtował się zysk na jednej sztuce wyrobu.

Mamy mianowicie koszt wykonania wyrobu i dostawy:

$$\kappa = \frac{Q}{\mu} + b + \frac{2}{3} k_T \cdot R \quad ; \quad \lambda = a \cdot (C_{mx} - C)$$

Po podstawieniu :μ = Λ otrzymamy (patrz rysunek......):

$$\kappa = \frac{Q}{a \cdot g \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (C_{mx} - C)} + b + \frac{2}{3} k_T \cdot R$$

Przyrównując pochodną (dla R=R*) do zera:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial R} = 0$$

otrzymamy:

$$R^*(C) = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q}{a \cdot g \cdot \pi \cdot k_T \cdot (C_{mx} - C)}}$$

Zysk na jednej sztuce wyrobu wyrazi się wzorem:

$$Z^{\square} = C - \kappa$$

Przyrównując pochodną (dla C=C*) do zera otrzymamy:

$$C^*(R) = C_{mx} - \sqrt[2]{\frac{Q}{a \cdot g \cdot \pi \cdot R^2}}$$

Podstawiając C* do wzoru na R* otrzymamy:

$$R^* = R^*(C^*) = \sqrt[2]{\frac{3}{k_T}} \cdot \sqrt[4]{\frac{Q}{a \cdot g \cdot \pi}} \qquad \text{(patrz rysunek.....)}$$

oraz, analogicznie:

$$C^* = C^*(R^*) = C_{mx} - \sqrt[2]{\frac{k_T}{3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{Q}{a \cdot g \cdot \pi}} \qquad \text{(patrz rysunek......)}$$

Ostatecznie, najwyższy zysk na sztuce wyrobu, będzie miał wartość:

$$Z^{\square}(C^*, R^*) = C_{mx} - b - 4 \cdot \sqrt[2]{\frac{k_T}{3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{Q}{a \cdot g \cdot \pi}}$$

Zysk będzie dodatni gdy będzie spełniona nierówność:

$$(C_{mx} - b)^2 > \frac{16}{3} \cdot k_T \cdot \sqrt[2]{\frac{Q}{a \cdot g \cdot \pi}}$$

Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego przy równomiernej gęstości klientów na danym obszarze I uwzględnieniu kosztów transportu

Zbadajmy jak zachowuje się stopa zwrotu ε z produkcji, przy uwzględnieniu kosztu dostaw wyrobu do każdego klienta. Mianowicie, przyjmując równość $\Lambda = \mu$ mamy:

$$\varepsilon = \frac{Z(\mu)}{K(\mu)} = \frac{C}{b + \overline{K}_T(R) + \frac{Q}{\mu}} - 1$$

W szczególności, dla maksymalnego zysku firmy mamy:

$$C = C^* = \frac{1}{4 \cdot a} \cdot (3 \cdot \lambda_{mx} + a \cdot b) = \frac{1}{4} \cdot (3 \cdot C_{mx} + b)$$

$$\overline{K}_T(R) = \overline{K}_T(R^*) = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R^* = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a} - b\right) = \frac{1}{2}(C_{mx} - b) \qquad \left[\frac{zl}{szt}\right]$$

$$R = R^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\lambda_{mx}}{a} - b}{\frac{2}{3} k_T} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{a \cdot k_T} = \frac{3}{4 \cdot k_T}(C_{mx} - b) \qquad [km]$$

$$\mu^* = \Lambda^* = g \cdot \Pi \cdot R^{*2}(\lambda_{mx} - a \cdot C^*) = g\Pi\left(\frac{3}{ak_T}\right)^2 \cdot \left[(\lambda_{mx} - a \cdot b) \cdot \frac{1}{4}\right]^3 =$$

$$= \frac{9 \cdot \pi}{64 \cdot k_T^2} \cdot a \cdot g \cdot (C_{mx} - b)^3 \qquad \left[\frac{szt}{rok}\right]$$

$$\beta^* = \frac{9 \cdot \pi}{16 \cdot k_T^2} \cdot g \cdot (C_{mx} - b)^2 \qquad [klientów]$$

$$Z^* = Z(R^*, C^*) = \frac{9 \cdot g \cdot \pi}{256 \cdot k_T^2} \cdot (C_{mx} - b)^4 - Q \qquad \left[\frac{zl}{rok}\right]$$

Jedyną możliwością wejścia na rynek, opanowany przez dotychchczasowego producenta sprzedającego wyroby po cenie C^* w ilości Λ^* jest uruchomienie produkcji o wydajności $\mu_1 > \Lambda^*$, przy mniejszych kosztach jednostkowych:

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu_1}$$

Wtedy konkurent uzyskuje możliwość sprzedaży wyrobów po mniejszej cenie co wywołuje większy popyt:

$$C_1^* < C^* \qquad \Lambda_1^* < \Lambda^*$$

W rezultacie, końcowe wnioski są takie same jak w poprzednim przypadku, na rynku może istnieć tylko jeden producent „obsługujący" obszar - okrąg o promieniu R^*. Cały więc obszar będzie pokryty przez szereg producentów odległych od siebie, w przybliżeniu o $2R^*$ km.

Wraz ze wzrostem wydajności technologii produkcji zależnym od postępu technicznego ,sieć producentów będzie coraz rzadsza.

III.4 Model bez dostaw towaru przez firmę do magazynu klienta

Często firma sprzedająca swoje wyroby nie zapewnia dowóz zakupionych towarów do magazynu klienta. Wtedy klient sam wynajmuje i opłaca transport zakupionego towaru do swojego magazynu. Można zauważyć, że ten przypadek jest równoznaczny z przypadkiem gdy wraz z zakupem towaru klient równocześnie opłaca koszty transportu zakupionego towaru do swojego magazynu.

W tym przypadku, koszt zakupu towaru jest powiększony o koszty transportu co pozwala na następującą modyfikację liniowej funkcji popytu:

$$\lambda = \lambda_{mx} - a \cdot (C + \frac{2}{3} k_T R) = a \cdot (C_{mx} - C - B \cdot R) \quad ; \quad B = \frac{2}{3} k_T$$

$$\Lambda = \mathrm{A} \cdot R^2 \cdot (C_{mx} - C - B \cdot R) \quad ; \quad A = a \cdot g \cdot \pi$$

Pozostawiając bez zmian koszt wytworzenia jednostki wyrobu:

$$\kappa = \frac{Q}{\Lambda} + b$$

otrzymamy następującą postać funkcji zysku:

$$Z(R, C) = A \cdot R^2 \cdot (C - b) \cdot (C_{mx} - C - B \cdot R) - Q$$

Różniczkując tę funkcję po C, otrzymamy:

$$\frac{\partial}{\partial C} Z(R, C) = A \cdot R^2 \cdot (C_{mx} - C - B \cdot R) - A \cdot R^2 \cdot (C - b)$$

Przyrównując pochodną do zera mamy:

$$C^* = \frac{1}{2} \cdot (C_{mx} + b - B \cdot R) \qquad \text{oraz}$$

$$Z(R, C^*) = \frac{1}{4} A \cdot R^2 (C_{mx} - b - B \cdot R)^2 - Q$$

Jeżeli następnie tę ostatnią funkcję zróżniczkujemy:

$$\frac{\partial}{\partial R} Z(R, C^*) = \frac{1}{2} \cdot A \cdot R \cdot \left[2 \cdot B^2 \cdot R^2 - 3 \cdot B \cdot R \cdot (C_{mx} - b) + (C_{mx} - b)^2 \right]$$

przyrównując pochodną do zera, to pierwiastkami będą:

$$R_1^* = 0, \quad R_2^* = \frac{C_{mx} - b}{B}, \quad R^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_{mx} - b}{B}$$

Podstawiając właściwy (R^*_{3}) pierwiastek do wzoru na wartość C^* otrzymamy:

$$C^* = \frac{1}{4} \cdot (C_{mx} + 3 \cdot b) \quad oraz \quad Z^* = Z(R^*, C^*) = \frac{1}{64} \cdot \frac{A}{B^2} \cdot (C_{mx} - b)^4$$

Jeżeli zmienimy kolejność różniczkowania funkcji Z(R,C), rozpoczynając od różniczkowania po R, to otrzymamy:

$$\frac{\partial}{\partial R} Z(R, C) = A \cdot R^2 \cdot (C - b) \cdot \left[2 \cdot (C_{mx} - C) - 3 \cdot B \cdot R \right]$$

Przyrównując pochodną do zera mamy:

$$R^* = \frac{2}{3} \cdot \frac{C_{mx} - C}{B} \qquad oraz \qquad R_{1,2} = 0$$

przy tym:

$$Z(R^*, C) = \frac{4}{27} \cdot \frac{A}{B^2} (C - b) \cdot (C_{mx} - C) - Q$$

Jeżeli następnie zróżniczkujemy ją ze względu na C

$$\frac{\partial}{\partial C} Z(R^*, C) = \frac{4}{27} \cdot \frac{A}{B^2} \cdot (C_{mx} - C)^2 \cdot (C_{mx} - 4 \cdot C + 3 \cdot b)$$

Po przyrównaniu pochodnej do zera otrzymamy:

$$C_{1,2}^* = C_{mx} \qquad ; \qquad C^* = \frac{1}{4} \cdot (C_{mx} + 3 \cdot b)$$

Wzór na wartość Z^* otrzymamy taki sam jak wyżej.

IV.5. Model z nieliniowo spadającym popytem wraz ze wzrostem ceny

Rozpatrzmy działalność firmy w której koszt wytworzenia jednostki produktu jest określony funkcją:

$$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b \qquad \left[\frac{zl}{szt}\right]$$

Firma dostarcza zamówiony produkt do magazynu klienta ponosząc dodatkowy, średni koszt sprzedaży: $K_T(R) = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R = B \cdot R \qquad \left[\frac{zl}{szt}\right]$

Zapotrzebowanie klienta jest oszacowane zależnością:

$$\lambda = \lambda_{mx} \cdot \frac{C_0}{C_0 + C} \qquad \left[\frac{szt}{rok \cdot klienta}\right] \quad ;C_0\left[\frac{zl}{szt}\right] \quad ;C\left[\frac{zl}{szt}\right]$$

Całkowity popyt w strefie o promieniu R, przy równomiernej gęstości g klientów na km^2 będzie równy:

$$\Lambda = \beta \cdot \lambda = g \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \lambda_{mx} \cdot \frac{C_0}{C_0 + C} \qquad \left[\frac{szt}{rok}\right]$$

Oznaczając $A = g.\pi.R^2.C_0$ oraz podstawiając $\mu = \lambda$, otrzymamy następujące wyrażenie na wartość zysku:

$$Z(C,R) = A.R^2.\frac{C - b - \frac{2}{3}k_T.R}{C + C_0} - Q$$

Celem określenia kształtu funkcji F(C,R), zróżniczkujmy ją względem C oraz R . Otrzymamy wtedy :

$$\frac{\partial}{\partial C} Z(R,C) = A.R^2 \frac{C_0 + b + \frac{2}{3}k_T.R}{(C + C_0)} > 0$$

$$\frac{\partial}{\partial R} Z(R,C) = 2\frac{A \cdot R}{C + C_0} \cdot (C - b - k_T R)$$

Widzimy więc, że funkcja Z ciągle rośnie wraz ze wzrostem C (dla ustalonej wartości R !) i osiąga maksymalną wartość przy

$$R^* = (C-b)/k_T \ [km]$$

dla każdej, ustalonej wartości C !.

Jeżeli do funkcji Z , podstawimy wartość optymalną R=R* to otrzymamy

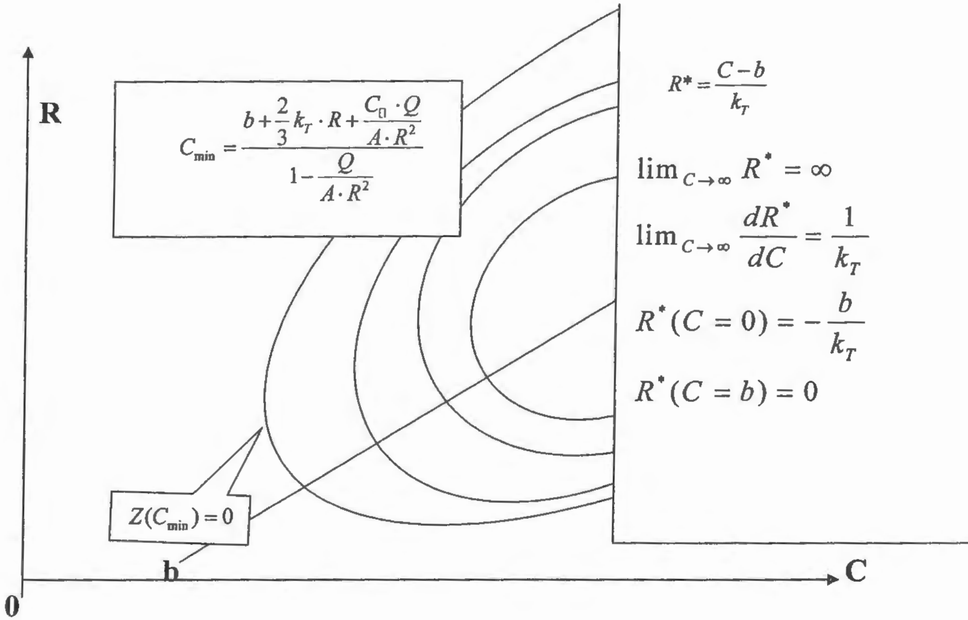
$$Z(R^*,C) = \frac{1}{3}\frac{A}{k_T^2}\frac{(C-b)^3}{C + C_0} - Q \qquad \left[\frac{zl}{rok}\right]$$

przy tym

$$Z(R^*,0) = -\frac{1}{3}\frac{A}{k_T^2}\frac{b^3}{C_0} - Q$$

Przebieg funkcji Z(C,R) jest pokazany na poniższym rysunku, przy założeniu :

$$Q < A \cdot R^2 \qquad \text{lub} \qquad R > R_{mn} = \sqrt{Q / A}$$



Jeżeli następnie wyznaczymy pochodną funkcji $Z(R^*,C)$ względem C, to otrzymamy:

$$\frac{\partial}{\partial C} Z(R^*,C) = \frac{1}{3} \cdot \frac{A}{k_T^2} \cdot \frac{(C-b)^2}{(C+C_\square)^2} \cdot (2C + 3C_\square - b)$$

Funkcja ta ma dwa pierwiastki:

$$C_1^* = -\frac{3C_\square + b}{2} \qquad oraz \qquad C_2^* = b$$

Przebieg funkcji $Z(R^*,C)$ w zależności od C pokazany jest na rysunku.

Zbadajmy następnie jak będzie kształtował się zysk na jednej sztuce wyrobu.

Mianowicie:

-dla $\qquad \Lambda = \mathrm{A} \cdot \dfrac{R^2}{C_\square + C} \qquad gdzie \quad A = C_\square \cdot g \cdot \pi \cdot \lambda_{mx}$

oraz: $\qquad \kappa = \dfrac{Q}{\mu} + b + B \cdot R \qquad gdzie \quad B = \dfrac{2}{3} k_T$

mamy: $\qquad Z^\square = C - \dfrac{Q}{A} \cdot \dfrac{C_\square + C}{R^2} - b - B \cdot R$

Stąd:

$$\frac{\partial}{\partial C} Z^{\square}(R,C) = 1 - \frac{Q}{A \cdot R^2}$$

Jak więc widzimy

$$\frac{\partial Z^{\square}}{\partial C} < 0 \quad dla \quad R < R_0$$

$$\frac{\partial Z^{\square}}{\partial C} > 0 \quad dla \quad R > R_0 \quad gdzie \quad R_0 = \sqrt[2]{\frac{Q}{A}}$$

i w punkcie R_0, zysk osiąga wartość minimalną.

Różniczkując po R otrzymamy:

$$\frac{\partial}{\partial R} Z^{\square}(R,C) = 2 \cdot \frac{Q}{A} \cdot \frac{C_{\square} + C}{R^3} - B$$

Przyrównując pochodną do zera mamy:

$$R^{*} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot Q}{A} \cdot \frac{C_{\square} + C}{k_T}}$$

W punkcie tym funkcja Z^o (zysk) osiąga maksymalną wartość:

$$Z(R^{*}, C) = C - b - 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{Q \cdot (C_{\square} + C) \cdot k_T^2}{9 \cdot A}}$$

Jak to jest więc widoczne, zysk rośnie nieograniczenie wraz ze wzrostem C i jest dodatni dla C nie mniejszych od wartości C^{*} spełniającej równość:

$$C^{*} - b - 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{Q \cdot (C_{\square} + C^{*}) \cdot k_T^2}{9 \cdot A}} = 0$$

V.4.Model firmy z nieliniową zależnością popytu od ceny wyrobu bez dowozu towaru do magazynu klienta

W naszym przypadku mamy więc:

$$\Lambda = \frac{A \cdot R^2}{C_{\square} + C + B \cdot R} \quad ; \quad \kappa = \frac{Q}{\Lambda} + b$$

a funkcja zysku przyjmie postać:

$$Z(R,C) = A \cdot R^2 \cdot \frac{C - b}{C_{\square} + C + B \cdot R} - Q$$

Wyznaczając pochodną mamy:

$$\frac{\partial}{\partial C} Z(R,C) = A \cdot R^2 \cdot \frac{C_{\square} + b + B \cdot R}{\left[C_{\square} + C + B \cdot R\right]^2} > 0$$

Jak widzimy funkcja Z rośnie wraz ze wzrostem C, chociaż coraz wolniej aż do wartości

$$A \cdot R^2 - Q$$

Różniczkując funkcję zysku względem R, otrzymamy:

$$\frac{\partial}{\partial R} Z(R,C) = A \cdot R \cdot (C-b) \cdot \frac{2 \cdot (C_U + C) + B \cdot R}{\left[C_U + C + B \cdot R\right]^2} > 0$$

Funkcja Z rośnie nieograniczenie wraz ze wzrostem R.

Zbadajmy następnie jak będzie kształtował się zysk na jednej sztuce wyrobu.

Zysk na jednej sztuce wyrobu wyrazi się wzorem:

$$Z(R,C) = C - \frac{Q}{A} \cdot \frac{C_0 + C + B \cdot R}{R^2} - b$$

Dla $R > \sqrt[2]{\frac{Q}{A}}$ wartość zysku będzie dodatnia dla $C > C_0$ gdzie:

$$C_0 = \frac{\frac{Q}{A} \cdot \frac{C_0 + B \cdot R}{R^2} + b}{1 - \frac{Q}{A \cdot R^2}}$$

Ponadto zysk będzie rósł nieograniczenie wraz ze wzrostem C. Zysk także będzie rósł wraz ze wzrostem R dążąc do wartości C-b.

B. Złożony model z kosztami transportu wyrobów

W tym modelu uwzględnimy, że podobnie jak poprzednio, koszty transportu wyrobów obciążają dochód firmy ale założymy, że gęstość klientów na jednostkę powierzchni nie jest stała i maleje proporcjonalnie do odległości r od środka obszaru w którym znajduje się producent sprzedający wyroby.

Pozostałe założenia utrzymamy bez zmian, między innymi o wielkości potrzeb klientów na wyroby, liniowo malejących wraz ze wzrostem ceny wyrobu.

Zmiany więc dotyczą funkcji zysku Z, w której musimy uwzględnić dodatkowo koszty transportu, ponieważ są one pokrywane przez firmę, oraz wartości popytu Λ, którego wielkość zależy od promienia obszaru objętego sprzedażą wyrobu, a dokładniej - od liczby klientów na tym obszarze i od ilości zakupywanych wyrobów przez każdego klienta

Jeżeli symbolem λ_{mx} oznaczymy maksymalne, roczne zapotrzebowanie na wyrób pojedynczego klienta, przy cenie wyrobu $C \to 0$, to zapotrzebowanie, przy cenie C będzie równe:

$$\lambda_{mx} - a \cdot C$$

Oznaczmy następnie symbolem g_{mx} maksymalną gęstość klientów, kupujących nasze wyroby, przy $r \to 0$, przypadających na jednostkę powierzchni obszaru objętego sprzedażą wyrobu.

Jeżeli $r > 0$, to gęstość klientów, zainteresowanych zakupem, przebywających na jednostce powierzchni, w odległości r zmniejszy się, do wartości:

$$g_{mx} - d \cdot r \quad , \quad 0 \le r \le R_{mx} \, [\text{km}]$$

gdzie

$$R_{mx} = \frac{g_{mx}}{d} \quad , \quad d = \frac{g_{mx}}{R_{mx}} \left[\frac{1}{\text{km}^2}\right]$$

W rezultacie, przewidywana sprzedaż wyrobu na jednostkę powierzchni, odległej o $r\,[\mathrm{km}]$, w ciągu roku, osiągnie wartość:

$$\lambda(r) = (\lambda_{mx} - a \cdot C)(g_{mx} - d \cdot r) \quad \left[\frac{\mathrm{szt}}{\mathrm{rok} \cdot \mathrm{km}^2}\right]$$

Ponieważ powierzchnia obszaru objętego sprzedażą wyrobu jest równa ΠR^2, gdzie R jest promieniem okręgu, w środku którego znajduje się producent wyrobów, to całkowity popyt Λ na rozważany wyrób będzie:

$$\Lambda(R) = \int_{\Omega} \lambda(r) \cdot dS = \int_0^R \lambda(r) \cdot 2\Pi r \cdot dr = 2 \cdot \Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{2} g_{mx} - \frac{1}{3} d \cdot R\right) \cdot R^2$$

Wyznaczmy następnie koszty transportu do klientów odległych o $r\,[\mathrm{km}]$ km od producenta, gdzie r zmienia się w granicach: $0 \le r \le R \le R_{mx}$

$$D(R) = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \int_0^R \lambda(r) \cdot r^2 \cdot dr = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{3} g_{mx} - \frac{1}{4} d \cdot R\right) \cdot R^3$$

W efekcie, koszty produkcji i rozwózki wyrobów do klientów, będą równe:

$$\Lambda\left(b + \frac{Q}{\Lambda}\right) + D = 2 \cdot \Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left[\left(\frac{1}{2} g_{mx} - \frac{1}{3} d \cdot R\right)\right] R^2 \cdot b + \left(\frac{1}{3} g_{mx} - \frac{1}{4} d \cdot R\right) R^3 \cdot k_T + Q$$

Ponieważ wartość sprzedaży wyrazi się wzorem

$$C \cdot 2\Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{2} g_{mx} - \frac{1}{3} d \cdot R\right) R^2$$

to funkcja zysku, przy założeniu stanu równowagi popytu i podaży, przyjmie postać:

$$Z = 2\Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot k_T \cdot d \cdot \left[\frac{C - b}{k_T}\left(\frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d} - \frac{1}{3} R\right) R^2 - \left(\frac{1}{3}\frac{g_{mx}}{d} - \frac{1}{4} R\right) R^3\right] - Q$$

Zbadajmy następnie zachowanie się funkcji:

$$F = Z + Q = 2\Pi \cdot k_T \cdot d \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C)\left[\frac{C - b}{k_T}\left(\frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d} - \frac{1}{3} R\right) - \left(\frac{1}{3}\frac{g_{mx}}{d} - \frac{1}{4} R\right) R\right] R^2$$

Wprowadźmy następnie oznaczenia

$$A = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \cdot d \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \quad ; \quad D = \frac{C - b}{k_T} \quad ; \quad R_{mx} = \frac{g_{mx}}{d}$$

Wtedy wyrażenie w nawiasie kwadratowym możemy zapisać w postaci:

$$f = \frac{1}{4}R^2 + \frac{1}{3}(R_{mx} - D)\cdot R + \frac{1}{2}D\cdot R_{mx}$$

Funkcja R jest funkcją drugiego stopnia, względem R i posiada dwa pierwiastki:

$$R_{1,2} = \frac{2}{3}(R_{mx} - D)\cdot\left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{9}{2}\cdot\frac{R_{mx}\cdot D}{(R_{mx}\cdot D)^2}}\right]$$

Zwróćmy uwagę, że wartość D wyraża największą odległość klienta, przy której suma kosztów bezpośrednich b i kosztów transportu zrównuje się z ceną sprzedaży. Jest zrozumiałym fakt, że optymalny promień sprzedaży R musi być większy od D.

Ostatecznie funkcja F przyjmie postać

$$F = A'\cdot(R - R_1)\cdot(R_2 - R)\cdot R^2$$

gdzie

$$A' = \frac{1}{2}\cdot \Pi \cdot k_T \cdot d \cdot (\lambda_{mx} - a\cdot C)$$

Różniczkując funkcję F i przyrównując pochodną do zera, otrzymamy:

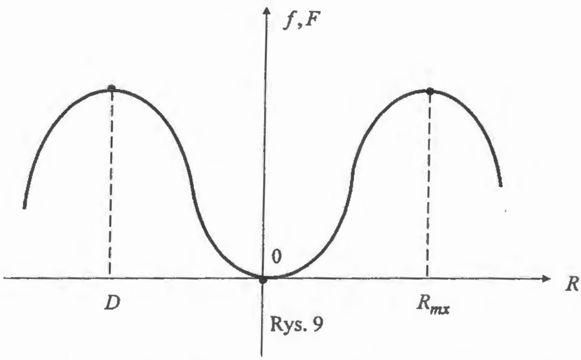
$$\frac{dF}{dR} = A'\cdot(-4R^2 + 3(R_1 + R_2)\cdot R - 2R_1R_2) = 0$$

ale: $R_1 + R_2 = \frac{4}{3}(R_{mx} - D)$ oraz $R_1 \cdot R_2 = -2\cdot R_{mx}\cdot D$

więc ostatecznie pierwiastkami funkcji F' są wielkości:

$R_1 = D < 0$; $R_2 = R_{mx}$

Optymalną wartością promienia R^* jest więc, patrz rysunek 9, $R^* = R_{mx}$.



Rys. 9

Podstawiając tę wartość R_{mx}, promienia obszaru, objętego sprzedażą wyrobu (dla ustalonej ceny C) otrzymamy:

$$F = \frac{1}{2}\cdot \Pi \cdot a\cdot d\cdot k_T \cdot R_{mx}^3 \cdot (C_{mx} - C)\left(\frac{1}{3}R_{mx} + \frac{2}{3}D\right) = \frac{1}{3}\cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot R_{mx}^3(C_{mx} - C)(C_T + C)$$

gdzie $C_T = \frac{1}{2}R_{mx}\cdot k_T - b < 0$

Pierwiastkami tej funkcji (patrz rys. 10)są:

$$C_1 = C_T \;\; ; \;\; C_2 = C_{mx}$$

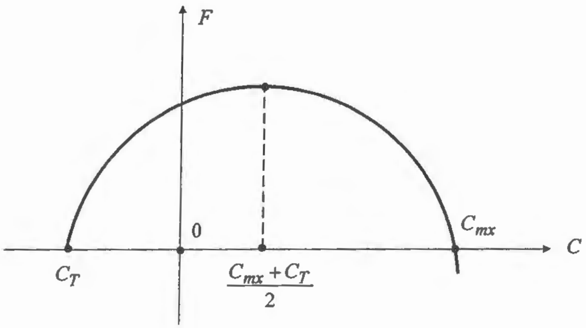
Natomiast wartość maksymalną funkcja F osiąga w punkcie

$$C^* = \frac{C_{mx} + C_T}{2}$$

Wyznacza ona optymalną (z punktu widzenia maksymalizacji zysku) cenę sprzedaży wyrobu. W końcowym rezultacie zysk Z będzie więc (uwzględniając konieczność pokrycia kosztów stałych)wyrażał się wzorem:

$$Z = \frac{1}{3} \cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot R_{mx}^3 \left[\frac{1}{4} (C_{mx} + C_T)^2 - C_T^2 \right] - Q$$

gdzie $R_{mx} = \frac{g_{mx}}{d}$; $C_{mx} = \frac{\lambda_{mx}}{a}$; $C_T = \frac{1}{2} \frac{g_{mx}}{d} \cdot k_T - b$



Rys. 10

W ostatecznym rezultacie możemy stwierdzić, że produkcja i sprzedaż wyrobu będzie przynosiła zysk, przy opisanych założeniach, tylko wtedy gdy będzie spełniona nierówność:

$$\frac{1}{3} \cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot R_{mx}^3 \left[(C^*)^2 - C_T^2 \right] > Q$$

Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego przy nierównomiernej gęstości klientów, z uwzględnieniem kosztu dostaw

Analizując funkcję opłacalności produkcji:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{C}{b + \frac{D(R) + Q}{\mu(R)}} - 1$$

gdzie, dla istniejącego producenta, jego optymalna cena sprzedaży wyrobów jest równa:

$$C^* = \frac{C_{mx} + C_T}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_{mx}}{a} + \frac{1}{2} \frac{g_{mx}}{d} k_T - b \right)$$

przy optymalnej produkcji:

$$\mu(R) = \mu(R^*)\frac{\Pi}{6}\frac{g_{mx}^4}{d^3}\left[\lambda_{mx} + a\cdot\left(b - \frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d}k_T\right)\right]$$

oraz:

$$D = D(R^*) = \frac{1}{2k_T}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a}\frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d}k_T - 3b\right)$$

gdzie $R^* = \frac{g_{mx}}{d}$

Przy optymalnych wartościach : C, R, oraz μ wartość funkcji opłacalności ε zależy wyłącznie od danych parametrów modelu, -jest więc jednakowa dla wszystkich konkurentów.

Widzimy więc, że konkurent aby wyprzeć istniejącego producenta wyrobów, musi zmniejszyć cenę wyrobu, wkraczając na rynek z większą intensywnością produkcji, obsługując obszar o większym promieniu. Wszystkie te przedsięwzięcia zagwarantują jednak konkurentowi na ogól mniejszy zysk aniżeli dotychczasowemu producentowi. Wynika to stąd, że jego zmienne decyzyjne będą wtedy różne od optymalnych.

Wnioski końcowe

Jeżeli przedsiębiorstwa, konkurując na wspólnym, swobodnym rynku, w produkcji takiego samego (lub bardzo podobnego) wyrobu przy nie różniących się kosztach produkcji i transportu, posiadają strukturę kosztów wytworzenia jednostki produktu typu:

$$Q/\mu + b$$

a popyt spada liniowo wraz ze wzrostem ceny wyrobu

- **to chociaż istnieje teoretyczna możliwość utrzymania się na rynku (w stanie równowagi chwiejnej) wielu producentów przy równych wartościach sprzedaży**

ostatecznym rezultatem konkurencji jest opanowanie rynku przez jednego producenta-monopolistę na określonym obszarze, którego powierzchnia jest tym większa im mniejsze są jednostkowe koszty produkcji i transportu.

Wyparcie z rynku istniejącego producenta o optymalnej wielkości produkcji jest niezmiernie trudne (przy dysponowaniu taką samą technologią) gdyż wymaga raptownego wejścia konkurenta na rynek z produkcją wyższą od optymalnej

Jedynie w przypadku, gdy koszt wytworzenia jednostki wyrobu rośnie wraz ze wzrostem wielkości produkcji (a więc gdy nie występuje „efekt skali produkcji) konkurencja prowadzi do maksymalnego zaspokojenia popytu (przy minimalnych cenach) przy maksymalnej liczbie producentów.

W przypadku odwrotnej zależności kosztów od natężenia produkcji i istnieniu „efektu skali produkcji" nieuchronnie prowadzi to do monopolizacji rynków. Ten wlaśnie efekt byl (i jest) przyczyną powstania Ustaw Antymonopolowych.

Rozdział IV
Optymalizacja działalności firmy globalnej

Firma sprzedaje swoje wyroby w pewnej strefie w cenie C [zł/szt.]. Niech R [km] jest promieniem tej strefy a g [klientów/km^2] jest gęstością (przeciętną) potencjalnych klientów, wtedy liczba klientów, nabywających wyroby Firmy będzie określona formułą:

$$\beta = g\pi R^2 \quad [klientów]$$

Założymy, że roczne zapotrzebowanie na wyroby sprzedawane przez Firmę, zależy od ceny wyrobu C w sposób następujący:

$$\lambda = \lambda_{max} - aC = a(C_{max} - C) \quad [\frac{szt.}{klienta \quad rok}]$$

gdzie: λ_{max} zapotrzebowanie maksymalne przy $C \to 0$

C_{max} cena przy której zapotrzebowanie zmierza do zera $\lambda \to 0$,

przy tym: $a = \frac{\lambda_{max}}{C_{max}}$

W rezultacie, popyt na wyroby Firmy sprzedawane w strefie możemy określić funkcją:

$$\Lambda = \beta\lambda = g\pi a R^2 (C_{max} - C) \quad [\frac{szt.}{rok}]$$

Założymy następnie, bez zmniejszenia ogólności rozważań, że dostawa zakupionego w Firmie wyrobu przez klienta odbywa się na koszt Firmy (jeżeli koszt dostawy miałby obciążać klienta to odczuwałby ten fakt jako powiększenie ceny wyrobu o koszt transportu. Przyjmiemy, że koszt transportu wyrobu zmienia się proporcjonalnie do odległości **r** transportu. Jeżeli klienci są rozłożeni równomiernie (w przybliżeniu) na całej powierzchni strefy to **r** będzie się zmieniało w granicach od 0 doR. W rezultacie, przeciętny koszt transportu wyrobu do klienta będzie równy:

$$K_T = \frac{2}{3} R k_T \quad [\frac{zl}{szt.}]$$

gdzie k_T $[\frac{zl}{szt.km}]$ *taryfa przewozowa wyrobu*

Załóżmy następnie, że koszt wyprodukowania wyrobu jest określony następującą funkcją, uwzględniającą „efekt skali":

$$\kappa = \frac{E}{\mu} + b \quad [\frac{zl}{szt.}]$$

gdzie:

μ $\left[\frac{szt.}{rok}\right]$ *jest skalą produkcji*

E $\left[\frac{zl}{rok}\right]$ *stale koszty produkcji*

b $\left[\frac{zl}{szt.}\right]$ *bezporednie koszty produkcji*

Przy tym skala produkcji może zmieniać się, co najwyżej do wartości μ_{max} na którą to wartość, linia produkcyjna została zaprojektowana. Do stałych kosztów utrzymania linii produkcyjnej (niezależnych od wartości μ) należą : koszty (odpisy) amortyzacji linii, koszty eksploatacji technicznej i koszt utrzymania personelu technicznego, koszty ogrzewania i oświetlenia, koszty utrzymania budynków i podatku od kubatury budynków, koszt podatku od gruntu, itp. Do bezpośrednich kosztów produkcji (zależnych od wartości μ) należą: bezpośrednie koszty siły roboczej-„robocizny" oraz koszty zużytych materiałów do wytworzenia wyrobu. Koszty bezpośrednie, są normowane i wynikają z fabrycznych norm zużycia materiałów i czasu pracy operatorskiej obsługi maszyn oraz aktualnych cen materiałów i stawek zaszeregowania pracowników.

Wykorzystując wprowadzone oznaczenia otrzymamy następujące wyrażenie na wartość zysku Firmy:

$$Z(C,R,\mu) = C\Lambda - \mu\kappa(\mu) - \mathrm{K}_T\Lambda - E \quad \left[\frac{zl}{rok}\right]$$

Przyjmując oczywiste założenie o równości: $\mu = \Lambda$ otrzymamy:

$$Z(C,R) = (C - b - K_T)\Lambda - \mathrm{E}$$

Firma dążąc do maksymalizacji swojego zysku (patrz [ ]), będzie sprzedawać wyroby po cenie optymalnej:

$$C^* = \frac{1}{4}(C_{max} + b) \quad \left[\frac{zl}{szt.}\right]$$

zapewniając dowóz wyrobów do wszystkich klientów znajdujących się w strefie o promieniu optymalnym:

$$R^* = \frac{3}{4k_T}(C_{max} - b) \quad [km]$$

Dalsze rozszerzenie strefy sprzedaży, poza wartość R^* będzie powodowało zmniejszenie zysku Firmy. Zauważmy, że promień strefy sprzedaży jest tym większy im mniejsza jest wartość taryfy przewozowej. Wskutek tego promień strefy sprzedaży może obejmować całą kulę ziemską gdy transport takich wyrobów jest mało kosztowny w stosunku do ceny wyrobu.

Zauważmy dalej, że wraz z maleniem kosztów transportu spowodowanych postępem technicznym w budowie środków transportu i doskonaleniem szlaków komunikacyjnych, będzie sukcesywnie malała liczba firm produkujących dane wyroby. Zjawiska te wyznaczają tępo rozszerzania się procesów globalizacji gospodarki.

Wyznaczona wartość R^* nie jest jednak ostatecznym ograniczeniem strefy sprzedaży. Mianowicie, istnieje organizacyjna możliwość dalszego obniżenia kosztów transportu w firmie jeżeli także w transporcie istnieje „efekt skali".

Polega ona na tym, aby tworzyć w terenie odległe punkty sprzedaży wyrobów, które będą zaopatrywały pobliskich klientów we własnych strefach o promieniu R_1.Te odległe punkty sprzedaży noszą różne nazwy np.: hurtowni, centrów logistycznych, filii, itp.Jednak cena wyrobu sprzedawanego w Filii Firmy : C_1 musi być powiększona o koszt transportu wyrobu z Firmy do odległej o **d** [km] Filii. Koszt ten może być o wiele mniejszy od wartości $\mathbf{d.k_T}$ gdyż przy dostawach do Filii wyroby możemy transportować grupami o liczności Q_1[szt] przy pomocy odpowiednio pojemnych środków transportu takich jak wagony kolejowe czy wielkich TIRów.

Przy dużych pojemnościach środków transportu, mogących przewieźć jednorazowo wiele sztuk wyrobów koszt wynajęcia składa się z dwóch elementów :

- kosztu stałego C_0 [zł] oraz
- odległości przewozu $\mathbf{k_0}$ [zł/km]

W rezultacie, koszt przewozu pojedyńczego wyrobu będzie równy:

$$K_0 = \frac{C_0 + k_0 d_0}{V_0} \quad \left[\frac{zl}{szt.}\right]$$

gdzie V jest wielkością ładunku-u nas pojemnością ładowni środka przewozowego wyrażonej w [szt].

Oczywiście winna zachodzić nierówność:

$$K_0 \lhd\ d_0 k_T$$

która jest spełniona gdy:

$$\frac{C_0}{d_0} < k_T \cdot V_0 - k_0$$

Wykorzystanie ciężkich środków transportu do przewozów masowych jest więc korzystne przy dostatecznie dużych odległościach przewozu. W transporcie powtarza się więc znany nam „efekt skali"- koszt transportu jednej sztuki wyrobu, na tę samą odległość, jest mniejszy jeżeli jest przewożony w dużych partiach.

Model firmy z powiększającą się ceną sprzedaży w odległych Filiach

W tym przypadku kosztami dowozu wyrobów do Filii obciążeni są klienci

W rezultacie, cena C_1 wyrobu sprzedawanego w Filii musi być powiększona o wartość K_0:

$$C_1 = C + K_0$$

Jednocześnie Firma musi zapewnić klientowi dowóz nabytego wyrobu w całej strefie o promieniu R_1 którą obsługuje Filia. Obciąży to Firmę kosztem

$$K_1 = \frac{2}{3} R_1 k_T$$

Wyznaczmy następnie globalny zysk Firmy. Mianowicie otrzymamy:

$$Z = (C - \kappa - \mathrm{K}_T) \cdot \Lambda_0 + (C_1 - \kappa - \mathrm{K}_0 - \mathrm{K}_1) \cdot \Lambda_1 =$$

$$= (C - \kappa - \mathrm{K}_T) \cdot \Lambda_0 + (C - \kappa - \mathrm{K}_1) \cdot \Lambda_1$$

Oznaczając następnie:

$$\Lambda_0 = A_0 \cdot (C_{mx} - C) \qquad \Lambda_1 = A_1 \cdot (C_{mx}^1 - C) \quad gdzie \quad C_{mx}^1 = C_{mx} - \mathrm{K}_0$$

oraz

$$D_0 = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R_0 \cdot A_0 \qquad D_1 = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R_1 \cdot A_1$$

otrzymamy:

$$Z(C, R_0, R_1) = (C - b) \cdot \left[A_0 \cdot (C_{mx} - C) + A_1 \cdot (C_{mx}^1 - C)\right] - \left[D_0 \cdot (C_{mx} - C) + D_1 \cdot (C_{mx} - C)\right] - Q$$

Jeżeli wyznaczymy pochodną funkcji Z względem C i następnie przyrównamy ją do zera to otrzymamy:

$$-2 \cdot (A_0 + A_1) \cdot C + (A_0 + A_1) \cdot (b + C_{mx}) - A_0 \cdot K_0 + D_0 + D_1 = 0$$

gdzie: $A_0 = \pi \cdot R_0^2 \cdot g \cdot a \qquad A_1 = \pi \cdot R_1^2 \cdot g \cdot a$

Ostatecznie wzór na optymalną wartość ceny sprzedaży będzie miał kształt:

$$C^* = \frac{1}{2} \cdot \left[C_{mx} + b + \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot \frac{R_0^3 + R_1^3}{R_0^2 + R_1^2} - \frac{C_0 + d_0 \cdot k}{V_1} \cdot \frac{R_0^2}{R_0^2 + R_1^2} \right]$$

oraz

$$C_1^* = C^* + \frac{C_0 + d_0 \cdot k_1}{V_1}$$

Jeżeli następnie podstawimy te wartości do funkcji zysku Z to otrzymamy:

$$Z(C^*, R_0, R_1) = \frac{1}{4}\cdot\pi\cdot g\cdot a\cdot\frac{\left[(C_{mx}-b-K_1)\cdot R_0^2+(C_{mx}-b-K_0-K_1)\cdot R_1^2\right]^2}{R_0^2+R_1^2}-Q$$

Jeżeli wykorzystalibyśmy poprzednie wzory na optymalny promień pojedyńczej strefy to otrzymalibyśmy:

$$R_0^* = \frac{3}{4\cdot k_T}(C_{mx}-C) \quad oraz \quad R_1^* = \frac{3}{4\cdot k_T}(C_{mx}-C-K_0)$$

gdzie $C=C^*$.

Firma globalna może więc mieć wiele Filii rozmieszczonych w różnych rejonach świata, oczywiście tak aby różnice: $\mathbf{d_0-R_i}$ były nie mniejsze od $\mathbf{R_0}$, dla wszystkich **i=1,2,3,...**
Oczywiście im bardziej odległy rejon tym mniejsze wartości $\mathbf{R_i}$.

Model firmy sprzedającej swoje wyroby po stałej cenie ,w całej sieci, niezależnie od oddalenia Filii od centrum.

Utrzymując wszystkie poprzednie oznaczenia funkcja zysku przybierze następującą postać:

$$Z = (C-\kappa-\mathrm{K}_T)\cdot\Lambda_0+(C-\kappa-\mathrm{K}_0-\mathrm{K}_1)\cdot\Lambda_1 \quad gdzie \quad \kappa=\frac{Q}{\Lambda_0+\Lambda_1}-b$$

Po podstawieniu wartości κ otrzymamy:

$$Z=\left[(C-\kappa)\cdot\mathrm{A}-\mathrm{K}-\mathrm{B}\right]\cdot(C_{mx}-C)=\left[(C-b)\cdot\mathrm{A}-\mathrm{K}\text{-}\mathrm{B}\right]\cdot(C_{mx}-C)-Q$$

$$gdzie \quad A=A_0+A_1 \quad ,K=K_T\cdot A_0+K_1\cdot A_1 \quad ,B=K_0\cdot A_1$$

Wyznaczając pochodną funkcji Z względem C i przyrównując ją do zera otrzymamy:

$$A\cdot(C_{mx}-2\cdot C+b)+K+B=0$$

Stąd:

$$C^*=\frac{1}{2}\cdot(C_{mx}+b+\frac{K+B}{A})$$

Po podstawieniu wartości $C=C^*$ do funkcji zysku otrzymamy:

$$Z(C^*,R_0,R_1)=\frac{1}{2}\cdot E\cdot\left\{\frac{1}{2}\cdot(C_{mx}^2-b^2)\cdot R^2+(C_{mx}+b-\frac{G}{R^2})\cdot(\frac{3}{2}\cdot G+\frac{2}{3}\cdot k_T\cdot R_0^3)-\frac{1}{2}\cdot(C_{mx}-b)\cdot G\right\}$$

gdzie $$E=\pi\cdot g\cdot a \quad , \quad G=\frac{2}{3}\cdot k_T\cdot R_1^3+\frac{C_0+d_0\cdot k_1}{V_1}\cdot R_1^2 \quad , \quad R=R_0^2+R_1^2$$

* * *

Zauważmy, że stała cena sprzedaży w całej sieci jest równa średniej cenie sprzedaży w sieci o zmiennych cenach sprzedaży w zależności od oddalenia Filii od centrum.
Mianowicie, oznaczając:

$$C_{\otimes}=\frac{1}{2}\cdot\left[C_{mx}+b+\frac{2}{3}\cdot k_T\cdot\frac{R_0^3+R_1^3}{R_0^2+R_1^2}\right]$$

mamy:

$$C_{STAŁA}^*=C_{\otimes}+\frac{1}{2}\cdot K_0\cdot\frac{R_0^2}{R_0^2+R_1^2}$$

Zaś przy cenach zmiennych mamy:

$$C^*=C_{\otimes}-\frac{1}{2}\cdot K_0\cdot\frac{R_0^2}{R_0^2+R_1^2} \quad oraz \quad C_1^*=C^*+K_0=C_{\otimes}+\frac{1}{2}\cdot K_0\cdot\frac{R_0^2}{R_0^2+R_1^2}+K_0\cdot\frac{R_1^2}{R_0^2+R_1^2}$$

Jak więc łatwo możemy zauważyć mamy:

$$C^{*}_{STAŁA} = \frac{1}{2} \cdot (C^{*} + C_{1}^{*}) = C_{\otimes} + \frac{1}{2} \cdot K_{0} \cdot \frac{R_{1}^{2}}{R_{0}^{2} + R_{1}^{2}}$$

Literatura cytowana

[1] Salvatore D. (1995) *Internatinal Economics*. Prenteice Hall Iternational, Inc., New York.

[2] Jehle G.A., Reny P.J. (1998) *Advanced Microeconomics Theory*. Longman, Inc., London.

[3] Łyszkiwicz W. (1999) *Industrial Organization*. WSHiFM, Warszawa.

[4] Piasecki S. (2000) *Sieciowe modele symulacyjne do wyznaczania strategii rozwoju przedsiębiorstw*. Instytut Interfacji (IBS PAN), Warszawa.

[5] Piasecki S. (1986) Wielokryterialne projektowanie linii technologicznych na przykładzie procesów obróbki. w: *Materiały V Konferencji - Polioptymalizacja w projektowaniu*. Politechnika Koszalińska, Mielno.