295/2004

Raport Badawczy

Research Report

RB/42/2004

Zagadnienia teorii stóp procentowych a ryzyko inwestycyjne

A. Jakubowski

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof.. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2004

Raport Badawczy

Research Raport

RB/42/2004

ZAGADNIENIA TEORII STÓP PROCENTOWYCH A RYZYKO INWESTYCYJNE

A. Jakubowski

Instytut Badań Systemowych

Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute

Polish Academy of Sciences

Andrzej Jakubowski

ZAGADNIENIA TEORII STÓP PROCENTOWYCH A RYZYKO INWESTYCYJNE*

Streszczenie

W pracy, omówiono najpierw zagadnienie ryzyka rynkowych stóp procentowych na tle ogólnej kategorii ryzyka inwestycyjnego. Przedstawiono również podstawowe pojęcia i wyprowadzenia z zakresu teorii obligacji. Rynek obligacji jest bowiem rynkiem, na którym ryzyko stopy procentowej ujawnia się w sposób najbardziej oczywisty i natychmiastowy. W dalszej części wprowadzono pojęcie *struktury terminowej stóp procentowych* oraz scharakteryzowano szerzej zagadnienie ryzyka stopy procentowej w ujęciu różnych teorii opisujących dynamikę zmian tej struktury.

W tym celu omówiono szerzej kategorie stóp procentowych *spot*, stóp procentowych *forward* oraz oczekiwanych rocznych stóp procentowych *spot*. Scharakteryzowano również różne rodzaje tzw. krzywych dochodowości, będących graficzną reprezentacją analizowanych struktur terminowych stóp procentowych. Omówiono też podstawowe teorie opisujące dynamikę kształtowania się określonych postaci tych struktur; a mianowicie, teorię czystych oczekiwań, teorię preferencji płynności, teorię preferencji środowiskowych oraz teorię segmentacji rynku.

* Niniejsza praca zostanie zgłoszona do publikacji w czasopiśmie naukowym NBP: *Bank i Kredyt*, Warszawa 2005.

Spis treści

1. Wprowadzenie

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy będą zagadnienia dotyczące analizy ryzyka inwestycyjnego wywołanego nieoczekiwanymi zmianami rynkowych stóp procentowych. Zagadnienie ryzyka stóp procentowych stanowi podstawowy problem z jakim muszą uporać się główni aktorzy rynku finansowego i to zarówno w skali danego kraju jak i w skali globalnej - na poziomie rynków międzynarodowych. Efektywność funkcjonowania tych podmiotów rynku - a więc przede wszystkim banków, różnego rodzaju funduszy inwestycyjnych (w tym funduszy emerytalnych i powierniczych) oraz towarzystw ubezpieczeniowych - jest silnie uzależniona od sposobu zarządzania ryzykiem , jakim charakteryzują się rynki finansowe. Z kolei jednym z głównych czynników tego ryzyka jest właśnie wspomniane ryzyko stóp procentowych. Zagadnienie „immunizacji", tj. uodpornienia różnego rodzaju portfeli inwestycyjnych ze względu na to ryzyko, ma więc w rozpatrywanym przypadku kluczowe znaczenie.

W pracy, omówimy najpierw zagadnienie ryzyka rynkowych stóp procentowych na tle ogólnej kategorii ryzyka inwestycyjnego. Przedstawimy również podstawowe pojęcia i wyprowadzenia z zakresu teorii obligacji. Rynek obligacji jest bowiem rynkiem, na którym ryzyko stopy procentowej ujawnia się w sposób najbardziej oczywisty i natychmiastowy. W dalszej części wprowadzimy pojęcie *struktury terminowej stóp procentowych* oraz scharakteryzujemy szerzej zagadnienie ryzyka stopy procentowej w ujęciu różnych teorii opisujących dynamikę zmian tej struktury.

W tym celu omówimy szerzej kategorie stóp procentowych *spot*, stóp procentowych *forward* oraz oczekiwanych rocznych stóp procentowych *spot*. Scharakteryzujemy również różne rodzaje tzw. krzywych dochodowości (*yield curves*), będących graficzną reprezentacją analizowanych struktur terminowych stóp procentowych. Omówimy też podstawowe teorie opisujące dynamikę kształtowania się określonych postaci tych struktur.

W prezentowanych zagadnieniach, będziemy często odwoływali się do terminologii angielskiej. Wynika to stąd, że w stosunku do wielu analizowanych pojęć nie ma jak dotąd nazewnictwa polskiego, bądź też - jest ono wysoce niejednoznaczne.

Analizowane w pracy zagadnienia wiążą się więc bezpośrednio z problematyką dotyczącą modelowania oraz prognozowania struktury terminowej stóp procentowych. Zagadnienia te zostały obszerniej omówione przez autora w raporcie: A. Jakubowski - „*Modelowanie struktury czasowej stóp procentowych*", Projekt badawczy KBN nr PB 536/HO2/96/10 - G 37, IBS PAN, Warszawa, wrzesień 1996. Również, szersze omówienie problematyki dotyczącej ogólnej kategorii ryzyka inwestycyjnego zawiera raport autora pt. „*Ryzyko zmian stóp procentowych - zasady tworzenia zimmunizowanych portfeli inwestycyjnych*", Projekt badawczy KBN nr PB 536/HO2/96/10 - G 37, IBS PAN, Warszawa, luty 1997. Prezentowane w niniejszej pracy zagadnienia stanowią więc bezpośrednią kontynuację oraz rozszerzenie wspomnianych badań.

Rozpatrywana w pracy problematyka była przedmiotem wykładu pt. "*Zagadnienie ryzyka w teorii finansów*", wygłoszonego przez autora na Studium Doktoranckim IBS PAN, w listopadzie 2004 r.

* * *

2. Ryzyko rynkowych stóp procentowych na tle ogólnej kategorii ryzyka inwestycyjnego

Jednym z podstawowych pojęć nowoczesnej teorii finansów jest pojęcie ryzyka finansowego, czy też ogólniej - ryzyka inwestycyjnego. Należy przy tym podkreślić, że nie ma jak dotąd powszechniej obowiązującej i dostatecznie ogólnej definicji tego ryzyka. Sama kategoria ryzyka inwestycyjnego rozumiana jest na ogół jako uczucie określonej niepewności związanej z przyszłymi rezultatami podejmowanych na rynku finansowym decyzji. Owo uczucie niepewności jest w dużej mierze silnie powiązane z określonym stosunkiem poszczególnych inwestorów do ryzyka. Ponieważ stosunek ten jest w znacznym stopniu zróżnicowany, a więc ryzyko inwestycyjne jest w różnym stopniu postrzegane oraz akceptowane, bardzo trudno jest sformułować dostatecznie ścisłą definicję tego co rozumiemy pod kategorią ryzyka.

Pojęcia ryzyka i niepewności

W niektórych ujęciach, przez pojęcie ryzyka ogólnie rozumie się przedsięwzięcie, którego wynik jest w dużej mierze nieznany, zależny od przypadku. W innych sformułowaniach, ryzyko jest definiowane jako prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia ocenianego negatywnie; przeciwieństwem *ryzyka* - jest w tym przypadku *szansa* (*Szplit, Osiak,* 1996). W tym drugim ujęciu terminy *ryzyko* i *niepewność* nie są więc stosowane zamiennie, czyli pojęcia te nie są tożsame. A mianowicie, o *ryzyku* mówi się w sytuacji, w której podejmujący decyzję liczy się z jej prawdopodobnymi konsekwencjami. Natomiast w przypadku *niepewności* zakłada się sytuację, w której nie są znane prawdopodobne konsekwencje podjętych decyzji (*Soroczyński, Stachowicz* 1994).

Ujmując to w sposób nieco bardziej sformalizowany, można stwierdzić, że w trakcie procesu decyzyjnego podejmowanego w warunkach ryzyka zakłada się znajomość rozkładów probabilistycznych losowego otoczenia oddziaływującego na ten proces lub przynajmniej niektórych parametrów tych rozkładów takich, jak wartość oczekiwana, wariancja itp. Natomiast w przypadku gdy rozkłady te nie są znane, a w szczególności - gdy parametry tych rozkładów nie są mierzalne - mówimy o podejmowaniu decyzji w warunkach niepewności. W zasadzie najlepszym rozwiązaniem, jakie możemy w tej sytuacji zastosować, jest określenie strategii *maksy-minowej* prowadzącej do „najlepszych wyników w najgorszym przypadku". Strategia taka jest w amerykańskiej literaturze z zakresu teorii inwestycji określana mianem „*safety-first*" (por. *Bernstein* 1998). Jednym z pionierów opracowywujących podstawy naukowe tego typu strategii był *A.D. Roy* (1952). Tak więc sformułowania typu „zarządzanie portfelami inwestycyjnymi w warunkach ryzyka" oraz „zarządzanie - w warunkach niepewności", mają w powyższym sensie odmienne znaczenie.

Zróżnicowanie stosunku poszczególnych inwestorów do ryzyka jest bezpośrednio powiązane z faktem istnienia dodatniego sprzężenia zwrotnego pomiędzy poziomem ryzyka poszczególnych instrumentów finansowych (np. akcji, obligacji), a oczekiwaną stopą zwrotu z inwestycji, jakie te instrumenty oferują. Oznacza to, że im wyższe jest ryzyko inwestycyjne związane z danym papierem wartościowym tym wyższa jest oczekiwana (czy też wymagana) stopa zwrotu charakteryzująca dany walor.

Nie ma więc sensu mówienie o maksymalizacji oczekiwanej stopy zwrotu z inwestycji przy minimalnym poziomie ryzyka; jest to bowiem po prostu niemożliwe. W teorii finansów dowodzi się, że dwukryterialne zagadnienie maksymalizacji wartości oczekiwanej stopy zwrotu i minimalizacji ryzyka jest *zagadnieniem Pareto-optymalnym*. Tak więc wszystko co możemy w powyższej sytuacji osiągnąć, to maksymalizacja oczekiwanej stopy zwrotu przy zadanym poziomie ryzyka lub też minimalizacja ryzyka, przy zadanym poziomie stopy zwrotu. Przy pewnych dodatkowych założeniach, zagadnienia te są sobie równoważne. W rozpatrywanym przypadku ryzyko jest mierzone wariancją (lub częściej - odchyleniem standardowym) stopy zwrotu z inwestycji, traktowanej jako zmienna losowa. Rozwiązanie powyższego zagadnienia prowadzi do określenia tzw. *zbioru efektywnego* (lub *granicy efektywnej*), który jest zbiorem Pareto dla analizowanego problemu. Wybór jednego z punktów tego zbioru, zależny od funkcji użyteczności danego inwestora, determinuje w określony sposób przyjętą strategię inwestycyjną. Wiąże się to bezpośrednio z zaakceptowaniem określonego poziomu ryzyka. Takie właśnie ujęcie relacji pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu a ryzykiem, stanowiło podstawę - w dużej mierze przełomowej w sferze finansów - teorii zarządzania portfelowego *Markowitza* (1959, 1987).

Zjawisko to obserwujemy zresztą powszechnie w praktyce rynków finansowych. Na przykład, lokata długoterminowa funduszy w banku, charakteryzuje się stosunkowo niskim ryzykiem inwestycyjnym (np. ryzyko upadłości banku), ale osiągane realne stopy zwrotu są w tym przypadku niewielkie. Na ogół jest to niewiele więcej ponad poziom inflacji. Natomiast inwestując te same fundusze na giełdzie akcji, możemy oczekiwać znacznie wyższych stóp zwrotu, ale jednocześnie - ryzyko inwestycyjne jest wówczas duże. Ryzyko to, przy zadanym horyzoncie inwestycyjnym, wynika z nieoczekiwanych zmian koniunktury giełdowej (*market risk*), będącej wypadkową wielu różnorodnych i na ogół trudnych do przewidzenia czynników ekonomicznych, psychologicznych, czy też nawet politycznych. Innymi słowy, za odpowiednio wysoką oczekiwaną stopę zwrotu z podejmowanych inwestycji „należy zapłacić”; zapłata jest w rozpatrywanym przypadku równa „cenie ryzyka” inwestycyjnego, jakie zgodzimy się zaakceptować.

Transfer ryzyka

Jedną z podstawowych funkcji rynków finansowych jest *transfer ryzyka* pomiędzy istniejącymi na tym rynku instrumentami. W wyniku owego transferu poszczególnym instrumentom finansowym przypisywane są określone ceny zależne od ryzyka, jakie związane jest z inwestowaniem w te instrumenty. W warunkach równowagi popytu i podaży, im wyższe jest ryzyko (a więc niepewność) danego papieru wartościowego, tym niższa powinna być jego cena rynkowa, bowiem papier ten powinien oferować odpowiednio wyższą stopę zwrotu. Mówimy w tym przypadku, że rynek przypisuje określonym walorom odpowiednią premię za ryzyko (*risk premium*). Tak więc w przypadku dwóch walorów oferujących te same, oczekiwane w przyszłości wpływy finansowe - walor bardziej ryzykowny powinien charakteryzować się niższą ceną bieżącą.

Można postawić tezę, że nieuwzględnianie - bądź też niedocenianie - wpływu ryzyka na bieżącą cenę danego papieru wartościowego jest jedną z przyczyn porażek inwestycyjnych analityków wykorzystujących w swych strategiach wyłącznie *analizę fundamentalną* akcji. W myśl stosowanej przez nich teorii, każda akcja ma tzw. wartość wewnętrzną (*intrinsic value*) wynikającą z sumy związanych z tą akcją zdyskontowanych w czasie przyszłych przychodów pieniężnych. Tak więc wbrew temu co napisano powyżej - według analityków fundamentalnych - ceny rynkowe każdych dwóch walorów o tej samej wartości wewnętrznej powinny być zbieżne do tej samej wartości. Rynek często jednak wykazuje, że tak nie jest - czego wydają się nie zauważać wspomniani analitycy. Należy w tym miejscu podkreślić, że analiza fundamentalna rynku akcji jest powszechnie stosowana przez zespoły specjalistów zarządzających różnego typu funduszami inwestycyjnymi, w tym - funduszami powierniczymi.

Przykłady z rynku kapitałowego w USA oraz w Polsce

Prowadzone od lat obserwacje rynku kapitałowego w USA wykazują, że funduszom inwestycyjnym coraz trudniej jest uzyskać stopy zwrotu przewyższające w wieloletnim horyzoncie indeks giełdowy *Standard & Poor's* 500, uznawany za najlepszy wskaźnik koniunktury na amerykańskim rynku akcji (NYSE). Do 31.12.1997 r. udało się to zaledwie 10% z 500 najbardziej popularnych funduszy powierniczych akcji działających w USA (*źródło*: *Rzeczpospolita*, No 303/4860, 31.12.97).

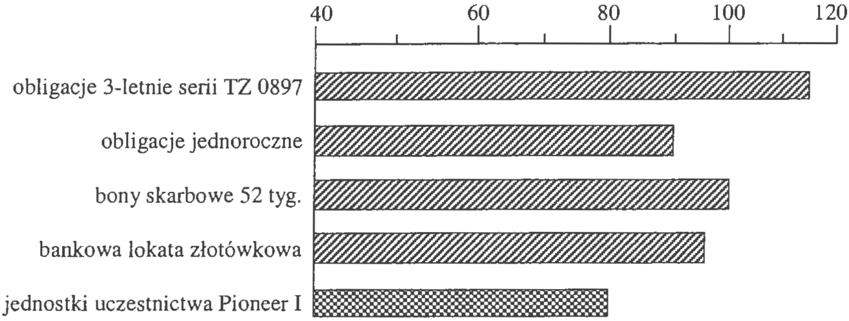
Powoduje to, że na rynku amerykańskim coraz większą popularność zdobywają tzw. *fundusze indeksowe*, których portfele inwestycyjne odwzorowują określone indeksy giełdowe. Jest to zresztą przejawem pewnej „pokory" inwestorów wobec ryzyka rynkowego, ryzyka branżowego, itp. Świadczą o tym dobitnie statystyki rynku. W 1997 roku, na 40 najlepiej sprzedających się funduszy inwestycyjnych aż 6 należało do grupy funduszy indeksowych. W roku tym najwięcej pieniędzy napłynęło do funduszu indeksowego *Vanguard Index* - 500, który w ciągu pierwszych 11 miesięcy pozyskał dodatkowo aż 7.520 mld USD.

Powyższe spostrzeżenia, co do efektywności funkcjonowania funduszy inwestycyjnych, dotyczą również rynku finansowego w Polsce. Wyniki w latach dziewięćdziesiątych ub. wieku takich funduszy jak *Pioneer* czy *Korona* wydają się potwierdzać hipotezę o ułomności stosowanego przez analityków tych funduszy podejścia, wykorzystującego nieomal wyłącznie analizę fundamentalną dla konstrukcji zarządzanych przez nich portfeli inwestycyjnych. A strategia taka, była (i jest obecnie) głoszona przez tych analityków oficjalnie na łamach prasy czy też w prospektach informacyjnych funduszy.

Niską efektywność zarządzania zrównoważonym funduszem powierniczym Pioneer I (ok. 40% akcje, 60% bony skarbowe, obligacje) ilustruje tablica 2.1; w tablicy tej przedstawiono stopy zwrotu z wybranych inwestycji w Polsce za okres 3-ch lat (tj. 2.08.1994 - 31.07.1997). Zauważmy, że w rozpatrywanym okresie trzyletnim, stopa zwrotu z jednostek uczestnictwa funduszu Pioneer I (z uwzględnieniem prowizji) była o ok. 20% niższa w porównaniu z bankową lokatą złotówkową oraz o ok. 35% niższa - w porównaniu z rentownością bezpośredniej inwestycji w obligacje 3-letnie serii TZ 0897 !

Nieuwzględnianie ryzyka poszczególnych papierów wartościowych wydaje się być jedną z ważniejszych, ale nie wyłącznych przyczyn powyższego zjawiska. Dodatkowym problemem są w tym zakresie trudności z właściwą wyceną *wartości wewnętrznej* ocenianych przez analityków fundamentalnych walorów. Dobitnie pokazuje to przykład wyceny Powszechnych Świadectw Udziałowych (PŚU) prezentowany w tablicy 2.2. Zauważmy, że zakres zmienności wyceny wartości tych walorów przez osiem agencji analitycznych wynosił 75 zł - 477 zł/akcję. Należy podkreślić, że kurs giełdowy PŚU w dniu 10.09.1998 r. (a więc po upływie ok. 1.5 roku od daty wyceny) wynosił 85.50 zł. Tak więc na osiem analizowanych agencji tylko wycena dokonana przez CS First Boston była właściwa. Błąd względny pozostałych agencji wynosił od 110.5% (dla wyceny 180 zł - przez Pioneer PDM) do 457.9% (dla wyceny 477 zł - przez Konsultimpex AB)!

Tablica 2.1. Stopy zwrotu z wybranych inwestycji w Polsce za okres 3 lat (2.08.1994 - 31.07.1997)



Źródło: *Rzeczpospolita* (Ekonomia i Rynek), 2.08.1997

Tablica 2.2. Wycena Powszechnych Świadectw Udziałowych (z dnia 7.04.1997 r.)

1.	CS First Boston	75-85 zł
2.	Pioneer PDM	180-204 zł
3.	Union Bank of Switzerland	165-250 zł
4.	Wood & Company	250-255 zł
5.	Arnhold & S.Bleichroeder	207-259 zł
6.	SBC Warburg	247 zł
7.	Merrill Lynch	243 zł
8.	Konsultimpex AB (18.10.1996 r.)	477 zł
	Cena giełdowa PŚU z dnia 10.09.1998 r.	85.50 zł

Źródło: *Dziennik Prawa i Gospodarki*, 7.04.1997
Rzeczpospolita Nr 244 (4498), 18.10.1996

Wydaje się, że podstawowym błędem w wycenie PŚU popełnionym przez siedem z ośmiu cytowanych agencji było nie uwzględnienie w analizach *ryzyka płynności* akcji Narodowych Funduszy Inwestycyjnych (NFI), będących przedmiotem obrotu na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych. Jak wiadomo, wartości wewnętrzne 15-stu akcji NFI były podstawą do wyceny jednej jednostki PŚU. Ograniczona płynność tych akcji, a więc potencjalne trudności w ich sprzedaży w dogodnym dla inwestorów momencie - spowodowała, że rynek wycenił te walory o wiele niżej w porównaniu z ocenami analityków. Brak uwzględnienia ryzyka inwestycyjnego doprowadził więc w omawianym przypadku do poważnych błędów i niemniej poważnych strat inwestycyjnych.

Wystarczy tu wymienić straty jakie poniosły w tym zakresie w Polsce fundusze powiernicze prywatyzacji: tylko w pierwszych ośmiu miesiącach 1998 r. straty te wyniosły -33.5% w przypadku *Korony* oraz -34.5% w przypadku *Pioneera IV*; (źródło: *Parkiet* Nr 174 (1092), 11.09.1998 r.). Po uwzględnieniu maksymalnych prowizji (tj. płaconych przez drobnych inwestorów) straty te były równe odpowiednio -37.2% oraz -38.1%; a wyrażając powyższe w skali roku, otrzymujemy: -55.8% oraz -57.15%. Powyższe obliczenia podważają oczywiście sens istnienia tego typu funduszy inwestycyjnych.

Immunizacja a aktywne zarządzanie portfelem inwestycyjnym

Ogólnie rzecz biorąc istnieją dwie szkoły myślenia związane z pojmowaniem ogólnej kategorii ryzyka inwestycyjnego (*Jajuga*, 1996).

Zwolennicy jednego podejścia określają ryzyko jako potencjalną możliwość poniesienia szkody lub straty, a więc uwypuklają oni negatywne skutki ryzyka, traktując je jako zagrożenie. Owa niechęć do ryzyka (*risk aversion*) może wynikać z określonych przyczyn psychologicznych, przy czym w wielu teoriach dotyczących rynków finansowych zakłada się, że inwestorzy tego typu stanowią dominującą część rynku (por. teoria preferencji płynności; *Jakubowski*, 1996). Niechęć do podejmowania ryzyka inwestycyjnego może być również podyktowana szeregiem innych obiektywnych przyczyn. Na przykład podstawowym celem wielu instytucji finansowych, takich jak towarzystwa ubezpieczeń na życie, fundusze powiernicze, fundusze emerytalne - jest zapewnienie stabilnego w długim okresie wzrostu uzyskiwanych dochodów inwestycyjnych. Dla instytucji tych, chwilowe ujemne wahania osiąganych stóp zwrotu mogą stanowić znaczne zagrożenie, powodujące w krańcowym przypadku - nawet ryzyko upadłości firmy. Dlatego też koszt ponoszonego ryzyka może być tak duży, że menedżerowie tych funduszy inwestycyjnych godzą się na osiągnięcie znacząco nawet niższych stóp zwrotu o ile tylko poziom ryzyka, jakie muszą oni zaakceptować, nie jest zbyt duży. Jednym z podstawowych narzędzi, jakie oferuje tego typu inwestorom nowoczesna teoria finansów jest tzw. ***immunizacja portfeli inwestycyjnych***, a więc uodpornienie na ryzyko.

Zwolennicy drugiego podejścia do ryzyka inwestycyjnego, określają to ryzyko - jako możliwość uzyskania wyniku niezgodnego ze zdefiniowanymi wcześniej oczekiwaniami. Inwestorzy tego typu dostrzegają zarówno negatywne jak i pozytywne cechy ponoszonego ryzyka. Uważają oni, że losowy charakter podejmowanych przez nich przedsięwzięć inwestycyjnych wcale (a przynajmniej nie w każdym przypadku) nie musi prowadzić do wyników gorszych od oczekiwanych. W koncepcji tej ryzyko jest rozumiane z jednej strony jako zagrożenie, ale z drugiej strony jako szansa. Zauważmy, że podejście tego typu, a więc traktowanie ryzyka jako możliwość wystąpienia zarówno „przyjemnej niespodzianki" (wynik lepszy od oczekiwanego) jak i - „przykrego zaskoczenia" (wynik gorszy od oczekiwanego), wiąże się z zupełnie inną niż poprzednio filozofią inwestowania.

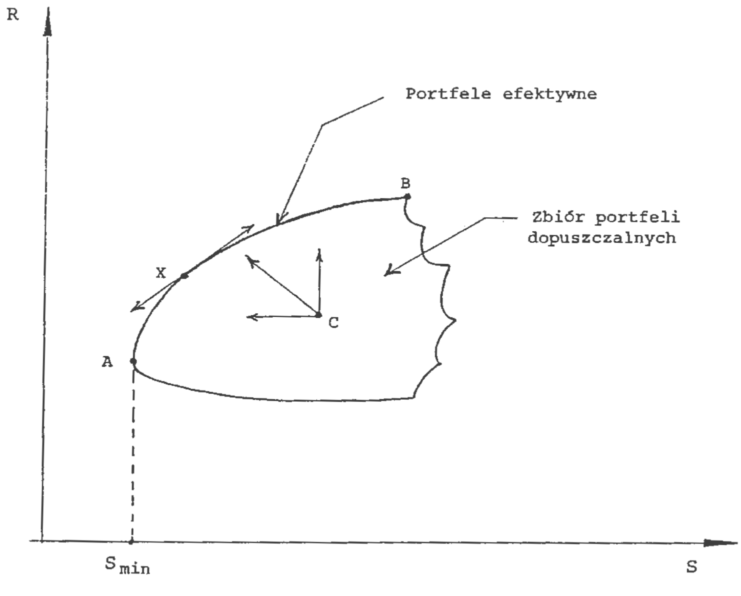
A mianowicie, w przypadku inwestorów o dużej awersji do ryzyka, inwestorzy ci traktują proces decyzyjny jako pewną grę z naturą, przy czym podstawowym założeniem jest, że owa natura - a więc losowe otoczenie rynków finansowych - jest przeciwnikiem w podejmowanej grze. Ujmując to w sposób nieco bardziej sformalizowany, możemy stwierdzić, że rozpatrywani inwestorzy stosują strategie „maksy-minowe", tj. starają się oni maksymalizować swe funkcje celu, zakładając a priori maksymalnie niekorzystne warunki oferowane przez otoczenie. W *teorii decyzji statystycznych* istnieje duże bogactwo sformalizowanych metod rozgrywania tak rozumianej „gry z naturą"; por. np. *De Groot* (1970), *Greń* (1972). Rozpatrując powyższe w świetle *teorii użyteczności*, przyjmuje się, że użyteczność inwestorów o silnej awersji do ryzyka jest ściśle wklęsłą oraz rosnącą funkcją oczekiwanej stopy zwrotu. Oznacza to, że powyżej pewnego poziomu osiąganej stopy zwrotu z inwestycji, każdy dalszy skończony przyrost tej stopy zwrotu, wymaga niesłychanie dużego przyrostu osiąganej użyteczności (czy też „satysfakcji"), aby sytuację taką dany inwestor mógł zaakceptować. Wynika to z określonego poziomu ryzyka inwestycyjnego nieodłącznie związanego ze wzrostem stopy zwrotu powyżej pewnego poziomu.

Z kolei zwolennicy drugiego z wymienionych powyżej podejść do ryzyka inwestycyjnego, akceptują określony poziom ryzyka oczekując odpowiednio wyższych dochodów z podejmowanych inwestycji. Inwestorzy ci uważają że są w stanie przewidywać, czy też z określonym prawdopodobieństwem prognozować, przyszłe otoczenie rynku finansowego, co pozwoli im uzyskiwać „nadzwyczajne" zyski z podejmowanych działań. Mówi się nawet w tym przypadku o możliwości pokonania rynku (*beat the market*). Formalnie rzecz biorąc proces decyzyjny charakteryzujący przedsięwzięcia inwestycyjne tych podmiotów rynku można zakwalifikować do zagadnień optymalizacji stochastycznej, lub też algorytmów stochastycznych „uczących się"; *El-Fattah, Foulard* (1978). Inwestorzy ci uważają, że strategia „maksy-minowa" podejmowana przez inwestorów o dużej awersji do ryzyka jest zbyt pesymistyczna. W skrajnym przypadku, funkcja użyteczności inwestorów akceptujących ryzyko (*risk love*) jest funkcją ściśle wypukłą i rosnącą stopy zwrotu z inwestycji.

Zagadnienie maksymalizacji oczekiwanej stopy zwrotu przy zadanych warunkach nieokreśloności związanej z losowym charakterem otoczenia danego rynku finansowego, wiąże się bezpośrednio z problematyką tzw. **aktywnego zarządzania portfelami inwestycyjnymi**; *Grinold, Kahn* (1995), *Dattatreya, Fabozzi* (1995). Oprócz szeregu indywidualnych inwestorów, aktywne podejście do zarządzania portfelami inwestycyjnymi jest nieodłącznym elementem strategii wszelkiego rodzaju funduszy powierniczych tzw. agresywnego inwestowania. Podejście to jest również podstawą do podejmowania decyzji przez różnych doradców inwestycyjnych zarządzających (na zlecenie) funduszami wielu instytucji i osób prywatnych. Powinno to być na ogół poprzedzone uprzednim zdefiniowaniem minimalnego poziomu ryzyka, jakie może być w rozpatrywanym przypadku poniesione.

W przypadku decyzji inwestycyjnych dotyczących wierzycielskich papierów wartościowych, a więc przede wszystkim obligacji, opracowywane są również pewne metody pośrednie, w których (zależnie od zaistniałych okoliczności) bierze się pod uwagę zarówno immunizację portfela jak i też jego aktywne zarządzanie. Proces konstruowania modeli decyzyjnych tego typu nosi w teorii finansów nazwę „warunkowej immunizacji" (*contingent immunization*); *Bierwag* 1987.

Przedstawione powyżej zagadnienie relacji pomiędzy oczekiwaną stopą zwrotu z inwestycji a ryzykiem oraz proces kształtowania się funkcji użyteczności inwestorów o różnym stosunku do ryzyka zilustrowano na rysunkach 2.1-2.3.



Rys. 2.1. Ilustracja zbioru portfeli efektywnych na płaszczyźnie „ryzyko-zysk";
S - odchylenie standardowe stopy zwrotu (*ryzyko*)
R - oczekiwana stopa zwrotu (*zysk*).

Rysunek 2.1 jest ilustracją rozwiązania klasycznego zagadnienia portfelowego *Markowitza* (1959) dla rynku akcji. Zagadnienie to, dotyczące optymalizacji wieloskładnikowego portfela akcji (lub też innych ryzykownych walorów) można przedstawić następująco.

Oznaczając

n - liczba spółek na rynku akcji,

w_i - wartościowy udział i -tej spółki w portfelu inwestycyjnym $\mathscr{P}$; przy czym $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$,

R_i - oczekiwana stopa zwrotu z i -tej akcji,

σ_i^2 - wariancja stopy zwrotu i -tej akcji,

ρ_{ij} - współczynnik korelacji pomiędzy stopami zwrotu z i -tej i j -tej akcji;

$i, j = 1, \ldots, n$; $\quad i \neq j$,

mamy (por. *Elton, Gruber*, 1995)

$$R = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i \,, \tag{2.1}$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \,, \tag{2.2}$$

$$S = \sqrt{V_p} \,, \tag{2.3}$$

przy czym R - oczekiwana stopa zwrotu portfela $\mathscr{P}$, V - wariancji stopy zwrotu portfela, S - odchylenie standardowe stopy zwrotu.

Z powyższego przedstawienia wynika, że ujemne wartości współczynników korelacji ρ_{ij} powodują zmniejszenie wariancji całkowitej V portfela. Wariancja ta, a dokładniej - jej pierwiastek będący odchyleniem standardowym S stopy zwrotu z portfela $\mathscr{P}$ - jest utożsamiana z całkowitym ryzykiem analizowanego portfela n walorów.

Zagadnienie optymalizacji portfela inwestycyjnego $\mathscr{P}$ formułuje się w tym przypadku jako problem takiego doboru współczynników wagowych w_i $(i = 1, \ldots, n)$ poszczególnych akcji, aby zapewnić minimalną wartość ryzyka V portfela przy zadanej wartości oczekiwanej stopy zwrotu $R = R^*$, tj.

$$\hat{V} = \min_{\{w_i\}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right\}, \tag{2.4}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{i=1}^{n} w_i R_i = R^*, \tag{2.5}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1; \qquad w_i \in [0,1], \quad \forall i = 1,\dots,n. \tag{2.6}$$

Jest to więc zagadnienie optymalizacji należące do klasy zadań *programowania kwadratowego*. Można również w rozpatrywanym przypadku rozwiązywać zagadnienie równoważne sprowadzające się do maksymalizacji oczekiwanej stopy zwrotu R przy zadanej wartości ryzyka portfela $V = V^*$.

Rozwiązując zadanie (2.4)-(2.6) wielokrotnie, dla różnych zadanych wartości $R^l = R^*$, otrzymamy zbiór punktów $\{R^l, \hat{V}^l\}$, $l = 1,2,3,\dots$, tworzących tzw. **zbiór efektywny** zagadnienia portfelowego. Można wykazać, że otrzymany zbiór efektywny jest zbiorem *Pareto-optymalnym* dla zagadnienia dwukryterialnego, polegającego na maksymalizacji wartości oczekiwanej stopy zwrotu R oraz minimalizacji ryzyka V analizowanego portfela. Zbiór ten leży na brzegu zbioru wszystkich portfeli dopuszczalnych rozpatrywanych na płaszczyźnie „ryzyko-zysk" (rys. 2.1). Stąd też zbiór ten jest często nazywany **granicą efektywną** (*efficient frontier*).

Z przedstawionej na rysunku 2.1 ilustracji wynika interesująca interpretacja relacji pomiędzy ryzykiem inwestycyjnym (mierzonym odchyleniem standardowym S) a oczekiwaną stopą zwrotu R portfeli efektywnych, a więc optymalnych w sensie sformułowanego powyżej zagadnienia Markowitza. Otóż zwiększenie stopy zwrotu R związane jest nierozerwalnie z koniecznością zaakceptowania większego ryzyka inwestycyjnego S. Zachodzi również zależność odwrotna; a mianowicie, dążenie do zmniejszenia ryzyka inwestycyjnego powoduje konieczność akceptacji niższej oczekiwanej stopy zwrotu z inwestycji.

Zobrazowane jest to położeniem punktu **X** na zilustrowanej na rysunku 2.1 granicy efektywnej $\overline{AB}$ portfeli inwestycyjnych. Punkt ten, reprezentujący jeden z portfeli efektywnych obrazuje, że na granicy efektywnej zbioru portfeli dopuszczalnych nie można już jednocześnie poprawić obydwu parametrów charakteryzujących te portfele; a mianowicie powiększyć zysk R bez zwiększenie ryzyka S; czy też odwrotnie - zmniejszyć ryzyko bez zmniejszenia zysku R. Wynika to bezpośrednio z faktu, że punkt **X** należy do zbioru *Pareto-optymalnego* $\overline{AB}$ analizowanego zagadnienia. Natomiast w przypadku pokazanego na rysunku 2.1 portfela C, nie należącego do klasy portfeli efektywnych, możliwa jest jednoczesna poprawa obu rozpatrywanych parametrów, tj. powiększenie oczekiwanej stopy zwrotu R przy jednoczesnym zmniejszeniu ryzyka inwestycyjnego S. Mówimy w tym przypadku, że portfel C jest zdominowany przez portfel efektywny **X**.

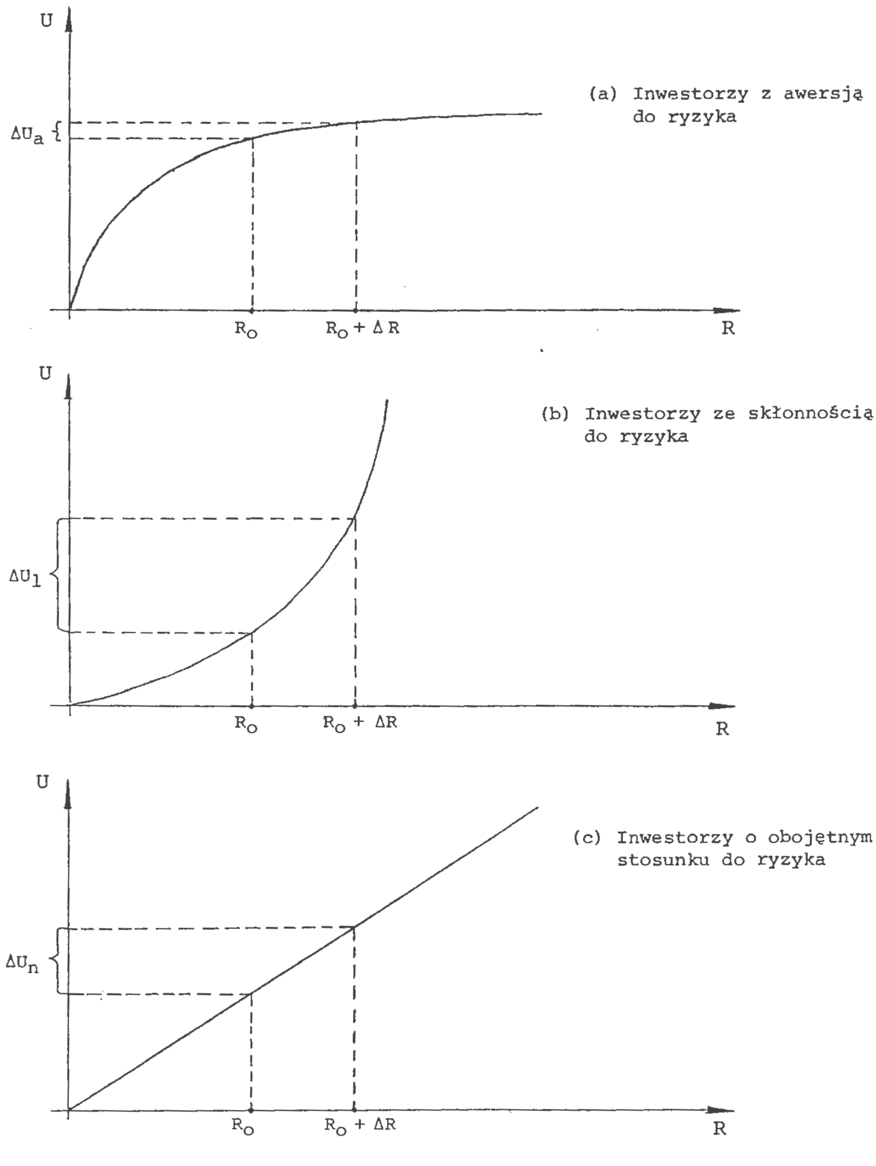
Przedstawione powyżej skrótowo klasyczne ujęcie *modelu Markowitza* stanowiło w pewnym sensie przełomowe rozwiązanie co do sposobu kształtowania i interpretacji strategii inwestycyjnych w warunkach *ryzyka rynkowego*. Z analizowanej zależności pomiędzy ryzykiem a oczekiwaną stopą zwrotu wynikają również określone konsekwencje co do sposobu kształtowania się przebiegu funkcji użyteczności inwestorów o różnym stopniu postrzegania i akceptacji ryzyka. Zilustrowano to na rysunkach 2.2 a-c.

W przypadku inwestorów charakteryzujących się awersją do ryzyka (*risk aversion*), ich funkcja użyteczności $U(R)$ jest przedstawiana jako funkcja ściśle wklęsła i ściśle rosnąca; rys. 2.2a. Dla inwestorów tych, wzrost ΔR oczekiwanej stopy zwrotu - powyżej pewnego poziomu R_0, powoduje tylko nieznaczny przyrost użyteczności ΔU_a. Wynika to stąd, że inwestorzy ci w bardzo ograniczonym stopniu mogą zaakceptować ryzyko inwestycyjne, które powyżej odpowiednio wysokich stóp zwrotu R_0 gwałtownie narasta. Jest to bezpośrednio związane z kształtem granicy $\overline{AB}$ reprezentującej na płaszczyźnie „ryzyko-zysk" zbiór portfeli efektywnych (por. rys. 2.1).

Odwrotna sytuacja występuje w przypadku inwestorów akceptujących duże ryzyko (*risk love*) o ile tylko osiągana stopa zwrotu jest odpowiednio wysoka; rys. 2.2b. W przypadku tych inwestorów, przyrost użyteczności ΔU_l spowodowany tym samym co poprzednio przyrostem ΔR stopy zwrotu - jest znacznie większy; tj. $\Delta U_l >> \Delta U_a$. W związku z tym, przebieg funkcji użyteczności $U(R)$ inwestorów ze skłonnością do ryzyka, modelowany jest za pomocą funkcji ściśle rosnącej i ściśle wypukłej.

Przypadek inwestorów o obojętnym stosunku do ryzyka inwestycyjnego (*risk neutral*) jest przypadkiem pośrednim w stosunku przedstawionych powyżej sytuacji. Funkcję użyteczności $U(R)$ tych inwestorów przedstawia się jako funkcję liniową i jednorodną oczekiwanej stopy zwrotu R z inwestycji (rys. 2.2c). Wynika to bezpośrednio stąd, że w stosunku do tych inwestorów możemy założyć, że jakiekolwiek ryzyko inwestycyjne związane z uzyskiwaniem coraz wyższych stóp zwrotu jest dla tych inwestorów nieistotne. A w związku z tym, użyteczność tych inwestorów narasta liniowo ze wzrostem osiąganych zysków. Oczywiście jest to pewna idealizacja zagadnienia. W praktyce, przypadek ten zachodzić będzie dość rzadko; na przykład wówczas - gdy inwestorzy nie są świadomi ponoszonego ryzyka inwestycyjnego.

Interesującym zjawiskiem jest identyfikowana często przez badaczy tego zagadnienia - swoista asymetria funkcji użyteczności $U(R)$ inwestorów występująca, gdy rozpatrujemy ujemne stopy zwrotu z inwestycji (a więc straty). Przykłady takich przebiegów funkcji $U(R)$ przedstawiono na rysunkach 2.3a-b.



Rys. 2.2a-c. Funkcje użyteczności inwestorów o różnym stosunku do ryzyka;
U - użyteczność, R - oczekiwana stopa zwrotu (*zysk*).
$\Delta U_a < \Delta U_n < \Delta U_l$.

Zauważmy, że w przypadku inwestorów o silnej awersji do ryzyka, subiektywne poczucie straty $(-\Delta U_a)$ spowodowane wzrostem ujemnej stopy zwrotu $(-\Delta R)$ poniżej pewnego poziomu progowego $(-R_0)$ gwałtownie narasta wraz ze wzrostem tego poziomu; rys. 2.3a. Natomiast dla inwestorów akceptujących wysokie ryzyko - występuje zjawisko odwrotne; rys. 2.3b. A mianowicie, im większe są ponoszone straty - o ile bezwzględny poziom tych strat jest już i tak duży - w tym mniejszym stopniu narasta subiektywne poczucie „żalu" wywołane tymi stratami. Na przykład, po stracie -100 000 zł, dodatkowa strata wynosząca -100 zł jest już dla inwestorów tych mało istotna. Zjawisko owej asymetrii w subiektywnym postrzeganiu przez człowieka zysków i strat po raz pierwszy zostało zauważone w pracach *D. Bernoulliego* w XVIII wieku. Wprowadzona przez tego badacza hipoteza malejącej krańcowej użyteczności została następnie rozszerzona przez G.T. Fechnera - jako ogólne prawo psychofizyczne; por. *Coombs, Dawes, Tversky* (1970).

W przypadku inwestorów o obojętnym stosunku do ryzyka zakłada się, że omawiane powyżej zjawisko asymetrii funkcji użyteczności - nie występuje; funkcja użyteczności $U(R)$ jest dla tych inwestorów liniowa i jednorodna w całym zakresie zmienności stopy zwrotu $R \in (-\infty,+\infty)$.

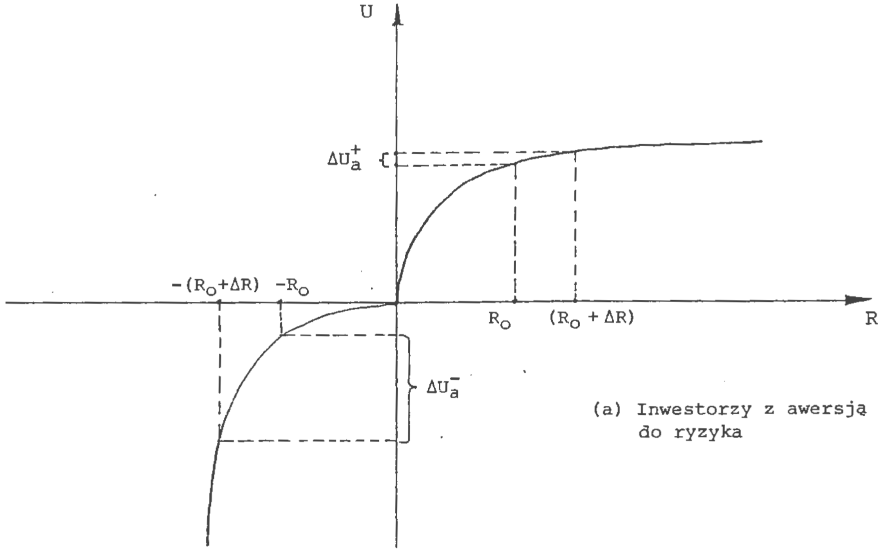
Zarządzanie ryzykiem

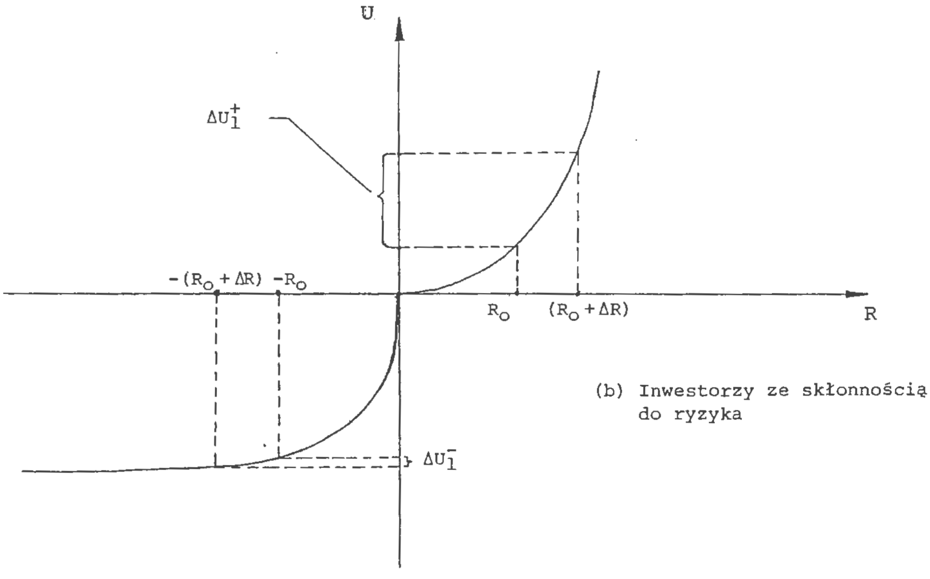
Z przedstawionych powyżej rozważań wynika, że ryzyko jakie podejmowane jest w trakcie dokonywania wszelkiego rodzaju decyzji inwestycyjnych można podzielić na dwie kategorie (*Jajuga* 1996):

— ryzyko wynikające z niepewności samej natury rynków finansowych i ich otoczenia; oraz
— ryzyko wynikające ze strategii inwestycyjnej przyjętej przez inwestora.

Pierwszy rodzaj ryzyka nosi charakter obiektywny, zewnętrzny. Źródłem tego ryzyka jest niepewność oraz złożoność środowiska zewnętrznego w jakim funkcjonuje dany inwestor. W środowisku tym zachodzą bowiem procesy często wymykające się precyzyjnemu przewidywaniu i kontroli. Do przykładów ryzyka inwestycyjnego wynikającego z niepewności natury należy zaliczyć przede wszystkim *ryzyko stopy procentowej, ryzyko walutowe, ryzyko inflacji*, czy też nawet *ryzyko polityczne* występujące w danym kraju.

Z drugiej zaś strony, ryzyko decyzji inwestycyjnych podejmowanych nawet przy identycznym poziomie niepewności natury może być różne dla różnych inwestorów. Poziom ryzyka związanego z daną decyzją inwestycyjną zależy bowiem nie tylko od losowości uwarunkowań rynkowych, w jakich funkcjonuje dany inwestor, ale również od stosunku tego inwestora do ryzyka. Od stosunku tego zależeć będzie bowiem skłonność do podejmowania decyzji ryzykownych, zapewniających w zamian odpowiednio wysoką stopę zwrotu.





Rys. 2.3 a-b. Asymetria funkcji użyteczności inwestorów;
U - użyteczność, *R* - oczekiwana stopa zwrotu

Ponadto zauważmy, że nawet w przypadku inwestora o dużej awersji do ryzyka, a więc stosującego „strategię zimmunizowaną", ryzyko przez niego podejmowane w dalszym ciągu zależeć będzie od szczegółowych rozwiązań przyjętych w trakcie opracowywania tej strategii. Nie jest bowiem możliwa doskonała immunizacja portfela inwestycyjnego. Zazwyczaj w trakcie opracowywania takiej strategii przyjmuje się szereg upraszczających założeń, które w praktyce nie zawsze są spełnione. Przykładem, może być w tym przypadku często przyjmowane założenie, że *struktura terminowa* stóp procentowych jest płaska, bądź też, że możliwe są tylko równoległe przesunięcia tej struktury (w górę lub w dół).

Przedstawione powyżej zagadnienia wchodzą w zakres **teorii zarządzania ryzykiem** (*risk management*). W ramach tej teorii rozpatruje się trzy podstawowe, wzajemnie ze sobą powiązane zagadnienia (*Zenios*, 1993):

i. Wybór tych rodzajów ryzyka inwestycyjnego, które mają być w ramach analizowanych portfeli inwestycyjnych immunizowane oraz tych rodzajów ryzyka, które mają pełnić aktywną rolę w zarządzaniu portfelem.

ii. Ocena ryzyka różnych instrumentów finansowych (akcji, obligacji, papierów komercyjnych, itp.).

iii. Konstrukcja i zarządzanie portfelami inwestycyjnymi realizującymi określoną relację pomiędzy ryzykiem, a oczekiwaną stopą zwrotu.

Rodzaje ryzyka inwestycyjnego

Z punktu widzenia zarządzania ryzykiem podstawowe znaczenie ma klasyfikacja poszczególnych rodzajów ryzyka inwestycyjnego (*Zenios* 1993; *Fabozzi* 1995; *Jajuga* 1996). Umożliwia to wyspecyfikowanie w jaki sposób i kiedy ryzyko ujawnia się na rynku. Należy przy tym stwierdzić, że różne rodzaje ryzyka, na jakie napotyka inwestor funkcjonujący na danym rynku, wynikają z różnych źródeł tego ryzyka. Jednym z podstawowych takich źródeł jest *ryzyko nieoczekiwanych zmian rynkowych stóp procentowych*, będące zasadniczym przedmiotem rozważań niniejszej pracy.

Podstawowe rodzaje ryzyka występującego w trakcie realizacji procesów inwestycyjnych są następujące:

— Ryzyko stopy procentowej (*interes rate risk*),

— Ryzyko rynkowe (*market risk*),

— Ryzyko specyficzne (*specyfic risk, nonsystematic risk*),

— Ryzyko walutowe (*currency risk*),

— Ryzyko cenowe (*price risk , holding period risk*),

— Ryzyko reinwestowania (*reinvestment risk*),

— Ryzyko wykupu na żądanie (*call risk, callability risk*),

— Ryzyko zamienności (*convertibility risk*),

— Ryzyko kształtu struktury terminowej stóp procentowych (*shape risk*),

— Ryzyko inflacji (*inflation risk, purchasing power risk*),

— Ryzyko kredytowe (*credit risk, default risk*),

— Ryzyko płynności (*liquidity risk*),

— Ryzyko bankructwa (*bankruptcy risk*),

— Ryzyko zarządzania (*management risk*),

— Ryzyko wydarzeń (*event risk*),

— Ryzyko polityczne (*political risk*).

Należy podkreślić, że przedstawiona powyżej klasyfikacja ryzyka inwestycyjnego nie jest rozłączna, tzn. jeden rodzaj ryzyka może być szczególnym przypadkiem ryzyka innego rodzaju, bądź też - jeden rodzaj ryzyka może być jednym ze źródeł innego ryzyka. Na przykład ryzyko polityczne jest na ogół traktowane jako ryzyko nieoczekiwanych wydarzeń (*event risk*), jakkolwiek ta ostatnia kategoria ryzyka jest znacznie szersza. Z kolei jednym z podstawowych źródeł ryzyka rynkowego oraz ryzyka walutowego może być ryzyko stopy procentowej, które może być np. wywołane ryzykiem inflacji.

Również, niektóre z wymienionych rodzajów ryzyka są charakterystyczne wyłącznie dla rynków ściśle określonych papierów wartościowych. Tak więc ryzyko reinwestowania, ryzyko wykupu na żądanie, ryzyko zamienności czy też ryzyko kształtu struktury terminowej stóp procentowych są typowymi kategoriami ryzyka, jakie rozpatruje się na rynku obligacji. Dla rynku tego występuje również ryzyko kredytowe będące ryzykiem niedotrzymania warunków przez emitenta. Z kolei inne rodzaje ryzyka mogą dotyczyć pewnych grup papierów wartościowych. Na przykład, ryzyko rynkowe (ryzyko nagłej zmiany koniunktury giełdowej) czy też ryzyko walutowe - a przede wszystkim - ryzyko stopy procentowej, dotyczą zarówno rynku akcji jak i obligacji; jak i też rynku instrumentów pochodnych (*derivatives*) zbudowanych na tych walorach.

Szczegółową analizę większości z przedstawionych powyżej rodzajów ryzyka inwestycyjnego zawiera m.in. raport KBN autora (*Jakubowski*, 1997). Poniżej przedstawimy nieco dokładniej jedynie dwa pierwsze z wymienionych kategorii ryzyka; a mianowicie, ryzyko stopy procentowej oraz ryzyko rynkowe.

2.1. Ryzyko stopy procentowej (*interest rate risk*)

Jest to jeden z podstawowych i jednocześnie jeden z najważniejszych rodzajów ryzyka, jakie musi uwzględnić inwestor funkcjonujący na danym rynku finansowym. Ryzyko to wynika bezpośrednio stąd, że obowiązujące na rynku stopy procentowe ulegają częstym oraz nieoczekiwanym zmianom. Tak więc struktura terminowa tych stóp procentowych, określona przez zależność stóp procentowych *spot* od terminu zapadalności zobowiązań, nie jest stabilna z upływem czasu bieżącego. Formalnie strukturę tę możemy zapisać następująco:

$$TS(\tau) = [r_{01}(\tau),\dots,r_{0t}(\tau),\dots,r_{0T}(\tau)],$$

gdzie

TS - struktura terminowa stóp procentowych (*term structure*);

τ - czas bieżący; $\tau = 1,2,3,\dots$;

t - termin zapadalności zobowiązań (w przypadku obligacji - okres do wykupu); $t = 1,\dots,T$;

$r_{0t}(\tau)$ - stopa procentowa *spot* w chwili τ, rozpatrywana dla terminu zapadalności t; np. roczna stopa procentowa, dwuletnia stopa procentowa, dziesięcioletnia stopa procentowa, przy czym stopy te wyrażane są w skali jednego roku.

W teorii finansów dowodzi się, że w warunkach równowagi rynkowej (tj. pomijając wpływ oddziaływań spekulacyjnych oraz ryzyka płynności) wartość bieżąca wszelkich instrumentów finansowych jest równa sumie zdyskontowanych do chwili obecnej przyszłych wpływów, wynikających z faktu posiadania danego instrumentu. Dyskontowanie to odbywa się według obowiązujących w chwili bieżącej τ rynkowych stóp procentowych *spot* $r_{0t}(\tau)$, tj.

$$PV = \sum_{t=1}^{T} \frac{F_t}{(1+r_{0t})^t}, \tag{2.7}$$

gdzie

PV - wartość bieżąca instrumentu finansowego (*present value*), tzw. wartość równowagowa,

F_t - przyszłe strumienie pieniężne,

T - horyzont inwestycji.

Na przykład, w przypadku rynku obligacji o stałym oprocentowaniu, strumienie pieniężne F_t są zdefiniowane następująco

$$F_1 = C, \quad F_2 = C,\dots,F_{T-1} = C, \quad F_T = C + N, \tag{2.8}$$

gdzie C - odsetki za dany okres (*coupons*), N - wartość nominalna obligacji wypłacana w terminie wykupu (*par value, principal value, face value*).

Natomiast w przypadku rynku akcji, mamy

$$F_1 = D_1, \quad F_2 = D_2, \dots, F_{T-1} = D_{T-1}, \quad F_T = D_T + P_T, \tag{2.9}$$

gdzie D_t - dywidendy wypłacane dla danej akcji w kolejnych latach $t = 1, \dots, T$, P_T - oczekiwana (czy też prognozowana) cena rynkowa akcji w chwili $t = T$.

Z powyższego przedstawienia wynika bezpośrednio, że wzrost rynkowych stóp procentowych r_{0t} powoduje spadek bieżącej wartości (ceny) instrumentów finansowych, a spadek stóp r_{0t} - powoduje wzrost wartości tych instrumentów. Jak więc można zauważyć, ryzyko rynkowych stóp procentowych może mieć zarówno skutki pozytywne jak i negatywne dla inwestora. Można więc chyba bez przesady stwierdzić, że umiejętność przewidywania zmian stóp procentowych, a ujmując to dokładniej - zdolność oceny przyszłych zmian kształtu struktury terminowej *TS* stóp procentowych *spot* - ma zasadnicze znaczenie dla efektywności zarządzania portfelami inwestycyjnymi. Umiejętność ta jest jednym z podstawowych wyznaczników poziomu kwalifikacji menedżerów poszczególnych funduszy inwestycyjnych, warunkujących odnoszone przez nich sukcesy (bądź porażki) na rynku finansowym w odpowiednio długim horyzoncie. Oczywiście z pomocą przychodzą tu sformalizowane modele podejmowania decyzji w warunkach ryzyka stóp procentowych.

Analiza źródeł ryzyka stóp procentowych jest niesłychanie złożona (*Smith*, *Spudeck* 1993). Wynika to stąd, że na bieżący poziom rynkowych stóp procentowych oddziaływuje szereg różnorodnych i wzajemnie powiązanych ze sobą czynników. Ponadto, kierunek oddziaływania niektórych z tych czynników jest zgodny, innych zaś - przeciwny. Niektóre z tych czynników oddziaływują na stopy procentowe krótkoterminowe, inne zaś - na stopy długoterminowe. Między innymi uważa się, że podstawowe czynniki oddziaływujące na popyt i podaż pieniądza, a tym samym na krótkoterminowe stopy procentowe będące swoistego rodzaju „ceną" pieniądza - są następujące (*Jakubowski*, 1996):

i. polityka banku centralnego (m.in. stopa kredytu redyskontowego i lombardowego);

ii. polityka monetarna rządu, tj. działania odnoszące się do kosztu i możliwości pozyskania kredytu;

iii. polityka fiskalna rządu, tj. działania w sferze podatków oraz wydatków dochodów;

iv. warunki w jakich działają podmioty gospodarcze, np. stan koniunktury, stan recesji, wczesny stan ożywienia gospodarczego;

v. bieżący poziom cen (inflacja), poziom zatrudnienia oraz oczekiwania inflacyjne.

Ponadto uważa się, że bieżący kształt struktury terminowej stóp procentowych zdeterminowany jest przez oczekiwania rynku co do przyszłych wartości rocznych stóp procentowych *spot*. Tak więc zmiana tych oczekiwań powoduje zmianę kształtu struktury terminowej *TS* (przesunięcia równoległe w górę lub w dół, zmiana nachylenia, „skręcenie", itp.). Funkcjonuje w tym zakresie wiele teorii, np. teoria czystych oczekiwań (*pure expectations theory*), teoria preferencji płynności (*liquidity preference theory*), teoria preferencji środowiskowych (*preferred habitat theory*), teoria segmentacji rynku (*market segmentation theory*).

Między innymi, w myśl *teorii czystych oczekiwań*, zmiana kształtu struktury terminowej *TS* stóp procentowych to nic innego jak zmiana bieżących oczekiwań co do przyszłych rocznych stóp procentowych *spot*. Powstaje oczywiście w tym miejscu pytanie co ową zmianę bieżących oczekiwań powoduje. I tu znowu dochodzimy do konieczności analizy całego systemu interakcji pomiędzy różnorodnymi czynnikami makro- i mikroekonomicznymi, a także - czynnikami o zasięgu międzynarodowym. Sprawa ponownie się więc komplikuje. Zagadnienia analizy źródeł ryzyka rynkowych stóp procentowych, a tym samym problematyka analizy i modelowania dynamiki zmian struktury terminowej stóp procentowych, były szczegółowo omawiane przez autora w raporcie KBN (*Jakubowski*, 1996).

Dla poszczególnych instrumentów finansowych formułuje się pewne ilościowe miary ryzyka tych instrumentów ze względu na nieoczekiwane zmiany stóp procentowych. Na przykład, w przypadku rynku obligacji, definiuje się w tym celu parametry tzw. okresowości (*duration*) i wypukłości (*convexity*) tych walorów.

2.2. Ryzyko rynkowe (*market risk*)

Ryzyko rynkowe jest wywoływane reakcją działających na danym rynku podmiotów - a więc instytucji finansowych, inwestorów prywatnych - na pewne nieoczekiwane zdarzenia „rzeczywiste" oraz na pewne wydarzenia „nierzeczywiste", związane ściśle z psychologią rynku; *Fisher, Jordan* (1995), *Soroczyński, Stachowicz* (1994). Zdarzenia rzeczywiste (*tangible*) są stosunkowo łatwe do identyfikacji, a niekiedy nawet do przewidzenia; są to określone wydarzenia gospodarcze, polityczne czy też społeczne. Natomiast daleko trudniejsza jest sprawa oddziaływania na rynek zdarzeń nierzeczywistych (*intangible*) wywołanych często zmieniającymi się nastrojami poszczególnych podmiotów rynku, co jest na ogół wynikiem oddziaływań psychologii tłumu (*LeBon*, 1994). Wynikiem owych zdarzeń są poszczególne fazy hossy (*bull market*), a więc niedowierzanie, stabilny wzrost, euforia; oraz bessy (*bear market*) - panika, nadzieja, rozczarowanie. Obszerny opis zagadnień dotyczących psychologii inwestowania zarówno pojedynczych podmiotów rynku, jak i psychologii tłumu, oraz pewną propozycję formalizacji tej problematyki zawiera interesująca praca *Plummera* (1995).

Od około stu lat toczy się dosyć intensywny spór między wyznawcami teorii, które z przedstawionych powyżej typów zdarzeń mają decydujący wpływ na koniunkturę rynkową oraz jej zmienność będącą źródłem tego co nazywamy *ryzykiem rynku*. Zwolennicy preferowania wpływu zdarzeń rzeczywistych opracowują oraz stosują w praktyce tzw. *analizę fundamentalną* rynku kapitałowego (chodzi tu przede wszystkim o rynek akcji). Analiza ta jest złożonym procesem obejmującym następujące etapy (*Jajuga* 1996, *Schwager* 1995):

— analiza makroekonomiczna otoczenia,
— analiza sektorowa,
— analiza sytuacyjna spółek akcyjnych,
— analiza finansowa spółek akcyjnych,
— wycena akcji.

Analiza fundamentalna prowadzi w swojej końcowej fazie do określenia tzw. wartości wewnętrznej (*intrinsic value*) poszczególnych akcji lub innych papierów wartościowych. Analitycy fundamentalni (*fundamentalists*) wierzą, że bieżąca cena rynkowa akcji zmierza w dłuższym okresie do owej „wartości wewnętrznej", natomiast chwilowe fluktuacje cenowe poszczególnych papierów wynikają z określonych oddziaływań spekulacyjnych i w praktyce nie mają one większego znaczenia. Jak już wspomnieliśmy szczególnie zarządzający instytucjonalnymi funduszami inwestycyjnymi (np. funduszami powierniczymi stabilnego wzrostu) głośno deklarują, że ich decyzje strategiczne wynikają bezpośrednio z „fundamentów spółek" i nie mają nic wspólnego z chwilowymi nastrojami rynku.

Z kolei zwolennicy tzw. *analizy technicznej* rynku, uwypuklają wpływ „zdarzeń nierzeczywistych" związanych z psychologią rynku. Uważają oni, że ryzyko rynkowe wynika właśnie ze zmienności nastrojów rynku oraz z psychologicznych oddziaływań związanych z funkcjonowaniem na giełdzie ściśle określonej i wyodrębnionej z szerszego otoczenia zbiorowości („tłumu") inwestorów, których łączy jeden wspólny cel; a mianowicie - maksymalizacja zysku.

Wyznawcy tradycyjnej analizy technicznej (*technicians*) uważają, że nie istnieje coś takiego jak „wewnętrzna wartość" akcji, i to na co należy przede wszystkim zwracać uwagę to ceny rynkowe akcji oraz - co jest równie ważne - wielkość obrotu tymi walorami. Analitycy techniczni uważają, że w bieżącej cenie rynkowej akcji zakumulowane są już wszystkie dane historyczne, a w związku z tym analiza fundamentalna wykorzystująca w dużej mierze dane z przeszłości (np. raporty finansowe spółek) nie ma większego sensu. Natomiast to co jest rzeczywiście ważne to psychologiczne oddziaływania zbiorowości inwestorów przy czym oddziaływania te mają charakter cykliczny, a więc powtarzalny. Tak więc wynik oddziaływania owych czynników psychologicznych powoduje, że zarówno ceny rynkowe jak i obroty wykreślają pewne specyficzne wzory (tzw. *formacje*), które można z określonym prawdopodobieństwem identyfikować. Na podstawie tych wzorów można następnie prognozować przyszłe zachowanie rynku. Cena rynkowa akcji wynika według nich z bieżącego oddziaływania popytu i podaży ze strony poszczególnych inwestorów i nie ma to wiele wspólnego z „wartością wewnętrzną" akcji, która jest już w tej cenie zdyskontowana. Tak więc przyszłe ceny akcji można według analityków technicznych prognozować, przy czym wynika to z zupełnie innych przesłanek, niż te, które wykorzystywane są przez analityków fundamentalnych.

Do analizy technicznej rynku stosowanych jest wiele bardzo zróżnicowanych metod i teorii. Stosuje się zarówno podejścia klasyczne wykorzystujące teorię Dowa (*Thea* 1932), analizę formacji cenowych i obrotów (*Pring* 1991, *Murphy* 1995), teorię *Ganna* (1976), teorię fal Elliotta (*Frost, Prechter* 1995), analizę cykli giełdowych (*Bernstein* 1996) - m.in. metodę FFT szybkiej transformaty Fouriera, teorię *Carolana* (1996) i wiele innych. Ostatnio w zaawansowanych metodach analizy technicznej wykorzystuje się rozbudowany aparat statystyki matematycznej; analizę średnich ruchomych, wygładzanie wykładnicze, oscylatory stochastyczne, metody regresyjne (*Colby, Meyers* 1988). Analizy te są również wzbogacane przez najnowsze rozwiązania z dziedziny teorii zbiorów rozmytych i sieci neuronowych (*Refens* 1994, *Azoff* 1994, *Trippii, Turban*, 1996).

Wyrazem popularności metod analizy technicznej jest to, że na przykład na rynku amerykańskim sprzedawanych jest obecnie kilkaset - niekiedy bardzo zaawansowanych i drogich - programów komputerowych wyposażonych m.in. w bogatą grafikę oraz tzw. systemy automatycznego inwestowania. Niektóre z tych programów (np. *Omega-SuperCharts* v. 4.0, *Metastock* v. 6.0) sprzedawane są również w Polsce. Na naszym rynku istnieje też wiele rodzimych produktów z tego zakresu; np. programy MADAR, ATECH v.7 (klasyczna analiza techniczna) czy też programy ASHER NPG, NEURO-MAKLER (sieci neuronowe).

Do sporu między zwolennikami analizy fundamentalnej a wyznawcami analizy technicznej, będącego w dużej mierze sporem co do sposobu uwzględniania w swych strategiach inwestycyjnych ryzyka rynkowego, włączyły się środowiska akademickie. Naukowcy działający w obszarze teorii finansów uważają, że spór dotyczy w zasadzie postrzegania tego co nazywamy *efektywnością rynku kapitałowego*. A mianowicie, o ile dany rynek jest efektywny (w silnym sensie) to wszystkie zarówno dostępne informacje publiczne, jak i informacje ukryte - są już zawarte w bieżących cenach akcji. W cenach tych zawarte są również wszelkie możliwe prognozy dotyczące przyszłości; np. przewidywane zyski netto spółek czy inne wskaźniki ekonomiczne. Innymi słowy uważa się, że w cenach rynkowych nie tylko zakumulowane są wszelkie dane historyczne; rynek kapitałowy również „dyskontuje przyszłość". Znajduje to zresztą potwierdzenie w niektórych pracach empirycznych (*Haugen*, 1993). Tak więc w warunkach rynku silnie efektywnego spełniona jest w stosunku do cen poszczególnych akcji hipoteza „błądzenia przypadkowego" (*random walk*). W tych warunkach, wszelkie prognozowanie cen poszczególnych akcji jak i całej koniunktury rynkowej nie jest możliwe. Wynika stąd bezpośrednio, że z powyższego punktu widzenia zarówno analiza techniczna jak i analiza fundamentalna nie ma swego logicznego uzasadnienia.

Dlatego też, przez zwolenników *teorii rynków efektywnych* przyjmowane jest z niejaką „pokorą" założenie, że istnieje coś takiego jak obiektywne ryzyko rynkowe (tzw. *ryzyko systematyczne*), które to ryzyko nie jest możliwe do wyeliminowania poprzez żadną ze stosowanych strategii inwestycyjnych. Jako miarę tego ryzyka przyjmuje się wariancję stopy zwrotu z portfela rynkowego, przy czym często portfel ten jest utożsamiany z indeksem danego rynku. Uważa się, że *ryzyko całkowite* rozpatrywanego papieru wartościowego jest wypadkową wpływu *ryzyka systematycznego* rynku oraz tzw. *ryzyka specyficznego* danego waloru. Ten drugi rodzaj ryzyka można już wyeliminować (bądź silnie ograniczyć) przez umiejętny dobór proporcji udziałów wartościowych poszczególnych akcji wchodzących w skład analizowanych portfela inwestycyjnego.

Taki właśnie sposób opracowywania strategii inwestycyjnych w warunkach ryzyka jest podstawą tzw. *analizy portfelowej*, której to teoria została sformułowana przez *H. Markowitza* (1959, 1987) na początku lat pięćdziesiątych. Klasyczna teoria analizy i zarządzania portfelem inwestycyjnym (*portfolio analysis*) oraz jej liczne modyfikacje, znalazła w ostatnich kilku dekadach szerokie uznanie wśród specjalistów zajmujących się badaniem rynków finansowych; *Elton, Gruber* (1995), *Haugen* (1993), *Francis* (1991), *Sharpe, Aleksander* et al. (1995). Ważne etapy rozwoju tej teorii to opracowanie jednowskaźnikowego modelu rynku kapitałowego Sharpe'a, opracowanie modelu wyceny aktywów kapitałowych CAPM (*Capital Assets Pricing Model*, W. Sharpe, J. Lintner, J. Mossin) oraz powstanie teorii arbitrażu cenowego APT (*Arbitrage Pricing Theory*, T. Ross).

W powyższym świetle, klasyczne metody analizy rynku kapitałowego, takie jak analiza techniczna czy analiza fundamentalna, spotkały się ze strony środowiska naukowego z narastającą krytyką. Szczególnie dotyczy to analizy technicznej, której pewne dziedziny - np. *teoria fal Elliotta*, *teoria Ganna*, a ostatnio *teoria Carolana* - są traktowane jako elementy pewnej wiedzy ezoterycznej, nie znajdującej racjonalnego uzasadnienia; *Gehm* (1983).

Choć z drugiej strony, na przykład w pracy *Petersa* (1997) można przeczytać: „Analitycy ilościowi często nazywają zwolenników analizy technicznej astrologami rynku - być może zapominając o tym, że astrologowie byli również pierwszymi astronomami, a alchemicy - pierwszymi chemikami".

W ostatnim okresie, po burzliwym rozwoju metod *analizy portfelowej*, wśród analityków rynków kapitałowych pojawiło się jednak wiele wątpliwości. Wątpliwości te dotyczą przede wszystkim tego co rozumiemy poprzez efektywność rynku. Sformułowano co prawda trzy kategorie tej efektywności, tj. efektywność słaba, średnia oraz silna, tym niemniej bardziej precyzyjna formalizacja tych pojęć nie jest łatwa. Co więcej, nie jest wcale łatwe opracowanie odpowiednich testów umożliwiających weryfikację empiryczną hipotezy efektywności. Również i dotychczas uzyskiwane wyniki z tego zakresu wzbudziły wiele dyskusji co do zakresu zastosowań metod analizy portfelowej. Między innymi, z najbardziej zaawansowanych w tej dziedzinie prac *Famy* (1970) wynika, że nawet największa giełda na rynku światowym jaką jest giełda nowojorska (*NYSE*) - wykazuje co najwyżej średnią efektywność i to tylko w niektórych okresach.

Ponadto, o ile rynek jest nawet *słabo efektywny*, to wszystkie dostępne informacje z przeszłości są już zawarte w bieżących cenach akcji. Wynika to bezpośrednio z definicji słabej efektywności rynku. Dotyczy to oczywiście również danych historycznych, co do przeszłych przebiegów cen analizowanych walorów. Powstaje więc zasadnicze pytanie, w jaki sposób analityk portfelowy ma osiągnąć nadzwyczajne korzyści w stosunku do przeciętnej rynkowej stopy zwrotu w warunkach, gdy wykorzystuje on owe dane historyczne do estymacji parametrów swojego modelu. Dodajmy - dane, znane ogółowi inwestorów. Chodzi tu o konieczność oszacowania, na podstawie cen z przeszłości, takich parametrów *modelu Markowitza* jak wartości oczekiwane stóp zwrotu poszczególnych akcji, wariancje tych stóp zwrotu oraz współczynniki korelacji pomiędzy stopami zwrotu analizowanych walorów. Pojawia się tu zresztą inna trudność; a mianowicie, zidentyfikowane w ten sposób współczynniki korelacji, nie są na ogół stabilne z upływem czasu - co wykazano w wielu badaniach empirycznych.

Co więcej, przyjmowane w klasycznych modelach portfelowych założenia - nie są na ogół spełnione. Rozkłady stopy zwrotu akcji nie są nie tylko normalne (zjawisko tzw. *leptokurtozy*), ale często wykazują one nawet określoną asymetrię. Między innymi, porównując roczne stopy zwrotu z akcji z rozkładem normalnym, *W. Sharpe* (1995) zauważył, że „... rozkłady normalne zakładają małe prawdopodobieństwo występowania wartości krańcowych. Ale takie wartości zdarzają się w praktyce dość często".

Jak więc widać, pomimo tego, że wprowadzenie *modelu Markowitza* oraz jednowskaźnikowego *modelu Sharpe'a* w zasadniczy sposób powiększa i precyzuje naszą wiedzę co do analizy *ryzyka rynkowego*, to jednak nie wszystkie problemy z tym związane są już w ten sposób wyjaśnione. Wynika to chociażby z rozpatrywanego powyżej - z konieczności skrótowego - przedstawienia tych zagadnień.

Ostatnio, krytykę wywołały również przyjmowane w modelu Markowitza założenia co do funkcji użyteczności inwestorów. Również cały zestaw paradygmatów rozpatrywanych w modelu CAPM zaczął budzić poważne wątpliwości co do zakresu stosowalności tej metody modelowania równowagi rynku kapitałowego. Odpowiedzią na braki metody CAPM była co prawda *teoria arbitrażu cenowego* APT, jednak w ramach tej teorii dalej wiele kwestii nie zostało rozwiązanych. Między innymi teoria ta zakłada określoną efektywność rynków kapitałowych co jak już wspomnieliśmy - nie jest wcale takie oczywiste. A co gorzej - nie jest jak dotychczas dokładnie wiadomo, jak ową efektywność w sposób obiektywny pomierzyć. Jednym ze stosowanych rozwiązań jest w tym przypadku następujące rozumowanie. Rynek jest efektywny o ile określone metody *analizy technicznej* nie pozwalają uzyskać ponadprzeciętnych zysków z działalności inwestycyjnej. Jest oczywiste, że przyjęcie takiego kryterium jest co najmniej dyskusyjne (*Sharpe*, 1995).

Z przedstawionego powyżej krótkiego opisu wynika, że istnieje wiele niejednokrotnie konkurencyjnych sposobów analizy *ryzyka rynkowego*, jak i metod uwzględniania tego ryzyka w formułowanych strategiach inwestycyjnych. Ostatnio dużą popularność zyskuje sobie koncepcja tzw. *teorii chaosu* i jej zastosowanie dla analizy ryzyka rynków finansowych. Podstawy zastosowań tej teorii do powyższych celów można znaleźć w niezmiernie interesujących, choć przez niektórych uważanych za nieco kontrowersyjne, pracach *Petersa* (1994, 1997). Nieco wcześniej, w latach siedemdziesiątych, zagadnienia zmienności i niestabilności dynamiki rynków kapitałowych próbowano również wyjaśnić na gruncie *teorii katastrof* (Zeeman, 1974).

Wpływ ryzyka stóp procentowych:

Ryzyko zmienności rynkowych stop procentowych jest jednym z głównych czynników wpływających na zmienność koniunktury rynku akcji, a tym samym na ryzyko rynkowe. Jak to już przedstawiliśmy w punkcie 2.1, wartość bieżącą danego instrumentu finansowego można przedstawić w postaci sumy zdyskontowanych w czasie przyszłych strumieni pieniężnych wynikających z faktu posiadania tego waloru. Owego dyskontowania dokonuje się przy wykorzystaniu obowiązujących na danym rynku stóp procentowych *spot* r_{0t}, $t = 1,\ldots,T$, gdzie T - horyzont inwestycji.

W przypadku rynku akcji, ze wzorów (2.7) i (2.9) wynika następujący *model zdyskontowanych dywidend*:

$$PV = \frac{D_1}{(1+r_{01})} + \frac{D_2}{(1+r_{02})^2} + \ldots + \frac{D_{T-1}}{(1+r_{0(T-1)})^{T-1}} + \frac{D_T + P_T}{(1+r_{0T})^T}, \tag{2.10}$$

gdzie

PV - wartość bieżąca akcji,

D_t - dywidenda wypłacana w końcu roku t; $t = 1,\ldots,T$

P_T - przyszła cena rynkowa akcji w końcu roku T.

Zauważmy, że z powyższego modelu wynika, że w przypadku inwestora długoterminowego, przyszła cena rynkowa akcji P_T rozpatrywana na końcu okresu inwestycji ma dużo mniejsze znaczenie od strumienia dywidend $D_1, D_2, \ldots, D_t$ wypłacanych bezpośrednio po zakupie danej akcji. Wynika to z dużej wartości mianownika $(1+r_{0T})^T$ ostatniego składnika wzoru (2.10).

Natomiast duży wpływ na bieżącą wartość rynkową PV akcji ma wysokość bieżących stóp procentowych *spot* r_{0t} $(t = 1,\ldots,T)$. Gwałtowny (nieoczekiwany) wzrost tych stóp procentowych powoduje spadek wartości bieżącej wszystkich akcji występujących na danym rynku. Wynika to bezpośrednio z modelu (2.10). Tak więc zmienność rynkowych stóp procentowych jest jednym z podstawowych czynników ryzyka występującego na rynku akcji.

Zależność tę można zresztą wyjaśnić jeszcze inaczej. Otóż spółki giełdowe na ogół finansują swoją działalność z pożyczonych środków, a więc między innymi z kredytów bankowych. W sytuacji wzrostu stóp procentowych rośnie koszt obsługi tych kredytów co wpływa ujemnie na bieżące i prognozowane wyniki finansowe tych przedsiębiorstw. Spada więc wartość zysku netto przypadającego na jedną akcję, mierzonego tzw. parametrem EPS (*earnings per stock*). Powoduje to z kolei wzrost jednego z najpilniej obserwowanych wskaźników giełdowych spółek, a mianowicie wskaźnika ceny przypadającej na jednostkę zysku P/E (*price over earnings*). Oznacza to, że akcje tych spółek stają się zbyt drogie w stosunku do osiąganych przez te spółki zysków; narasta więc podaż tych akcji (czy też - maleje popyt), a tym samym spada ich cena rynkowa. A to już na ogół wywołuje spadek ogólnej koniunktury panującej na rynku.

Należy również zwrócić uwagę, że wzrost rynkowych stóp procentowych powodując wzrost ceny kredytu zmniejsza na ten kredyt popyt. Może to więc spowodować określone kłopoty finansowe banków; a banki przecież są często notowane na giełdzie. Tak więc wzrost stóp procentowych, wpływając ujemnie na wyniki finansowe banków będących spółkami akcyjnymi, oddziaływuje tym samym ujemnie na koniunkturę sektora bankowego na giełdzie. Sektor ten ma na ogół duży udział w ogólnej kapitalizacji giełdy (w Polsce udział ten wynosi ok. 30%). Z powyższego wynika, że spadek cen akcji banków w dużej mierze przyczynia się do spadku ogólnej koniunktury mierzonej wskaźnikiem giełdowym.

Należy też wskazać na trzeci powód dla którego ryzyko stóp procentowych wpływa bezpośrednio na ryzyko rynku akcji. Otóż rynek akcji oraz rynek wierzycielskich papierów wartościowych (np. obligacje, bony skarbowe, papiery komercyjne) są rynkami w dużym stopniu konkurencyjnymi. W warunkach nieoczekiwanego wzrostu stóp procentowych spadają gwałtownie ceny bieżące obligacji, w tym - obligacji i bonów skarbowych uważanych za najbardziej bezpieczne instrumenty finansowe, jeżeli chodzi o tzw. ryzyko upadłości emitenta (*default risk*). Powoduje to odpowiedni wzrost rentowności wierzycielskich papierów wartościowych, a tym samym odpływ kapitału z rynku akcji na - korzystniejszy w danym momencie - rynek obligacji. A to - oznacza już na ogół spadek koniunktury na rynku akcji.

Wszystkie przedstawione powyżej powody są przyczyną, że inwestorzy funkcjonujący na światowych rynkach kapitałowych bardzo uważnie obserwują politykę banków centralnych poszczególnych państw w zakresie kształtowania stóp procentowych. Jak już wcześniej wspomnieliśmy, strategia banku centralnego w zakresie ustalania stóp procentowych REPO oraz stóp kredytu redyskontowego i lombardowego - ma duży niejednokrotnie wpływ na poziom bieżących rynkowych stóp procentowych *spot*. Tak więc zmienność - czy też nieprzewidywalność - polityki banku centralnego danego państwa ma bardzo duży wpływ na poziom ryzyka, jakie jest przez inwestorów postrzegane na danym rynku akcji, a także - rynku obligacji czy bonów skarbowych.

Oczywiście zmienność stóp procentowych może mieć dla danego rynku akcji również efekt pozytywny. A mianowicie, w przypadku nagłego spadku rynkowych stóp procentowych, ceny akcji na rynkach kapitałowych gwałtownie rosną - co jest powodem ogólnego wzrostu koniunktury. W warunkach tych następuje jednocześnie wzrost cen na rynku obligacji co oznacza z kolei spadek ich rentowności. Powoduje to przepływ kapitału na rynek akcji, wzmacniając dodatkowo koniunkturę na tym rynku.

3. Podstawy teorii obligacji

Obligacja (*bond*) jest to papier wartościowy oznaczający nabycie przez jego posiadacza prawa do uzyskania w wyznaczonym terminie sumy pieniężnej określonej w obligacji (wartość nominalna) oraz odsetek. *Emitent obligacji* jest więc w sensie powyższej definicji dłużnikiem nabywcy obligacji.

Obligacja jest więc dla emitenta instrumentem, przy pomocy którego może on zaciągać pożyczkę jednocześnie u wielu wierzycieli, często na bardzo długi okres (np. 15 a nawet 30 lat), przekraczający na ogół znacznie okres, na jaki skłonne są udzielać kredytów inwestycyjnych specjalizujące się w tej dziedzinie banki. Dla nabywcy obligacje stanowią bardzo uproszczoną z technicznego punktu widzenia formę lokowania kapitału obliczoną na stabilny dochód, niezależny od tego jakie korzyści osiąga emitent dzięki pożyczce.

Wyróżnia to pojęcie obligacji od akcji, w przypadku której okresowe wpływy osiągane (lub nie) w postaci dywidend są bezpośrednią funkcją bieżącego zysku spółki. Jednak podstawowym czynnikiem, odróżniającym obligacje od akcji jest to, że nabycie obligacji nie oznacza nabycia żadnych praw dotyczących współwłasności majątku emitenta. Nabywca obligacji staje się jedynie wierzycielem instytucji emitującej obligacje, nie nabywa on natomiast praw własnościowych w stosunku do tej instytucji.

Natomiast podstawowa różnica pomiędzy kredytem bankowym a emisją obligacji polega na tym, że w przypadku obligacji kredytu udziela nie instytucja finansowa, ale setki lub tysiące indywidualnych i instytucjonalnych inwestorów. Emitent obligacji jest więc w powyższym sensie kredytobiorcą. Z tych ostatnich powodów, możliwość emisji obligacji jest obwarowana dosyć rygorystycznymi przepisami, które mają na celu zapewnienie bezpieczeństwa inwestorów, czyli w tym przypadku kredytodawców.

Wielkość emisji obligacji oraz to w jakim stopniu są one zabezpieczone przed ryzykiem upadłości emitenta (*default risk*) powoduje, że - z punktu widzenia nabywcy obligacji - niezmiernie istotny jest podział tych walorów w zależności od podstawowych grup emitentów. Na rozwiniętych rynkach kapitałowych można wyróżnić w tym przypadku następujące kategorie:

— obligacje rządowe, tzw. *obligacje skarbowe*,

— obligacje instytucji finansowych (banków, instytucji ubezpieczeniowych, towarzystw kredytowych),

— obligacje organów samorządowych lub komunalnych (gminy), tzw. *obligacje komunalne, municypalne*,

— obligacje przedsiębiorstw o charakterze publicznym (np. firma telekomunikacyjna, poczta, metro, kolej, autostrady),

— obligacje pozostałych przedsiębiorstw i instytucji, tzw. *obligacje przemysłowe, komercyjne*,

— obligacje hipoteczne (*mortgage-backed securities*),

— obligacje „śmieciowe", „tandetne" (*junk bonds*).

W niektórych przypadkach, emitent obligacji nie jest zobowiązany do wypłaty okresowych odsetek. Całkowity zysk z zakupu takiej obligacji wynika w tym przypadku wyłącznie z różnicy (tj. dyskonta) pomiędzy jej ceną emisyjną lub ceną rynkową a wartością nominalną, która wypłacana jest w terminie wykupu. Obligacje te są często emitowane przez Skarb Państwa. Wyróżniamy więc

— obligacje kuponowe (*coupon bonds*), oraz

— obligacje o zerowym kuponie, zwane też obligacjami czysto-dyskontowymi (*zero-coupon bonds, pure-discount bonds*),

Na światowych rynkach dłużnych instrumentów finansowych funkcjonuje niezwykła różnorodność obligacji, nieporównywalna z akcjami, których jest dosłownie kilka rodzajów, i które nie zmieniły się od dziesięcioleci (*Karpio*, 1995). Większość tych papierów wartościowych została skonstruowana w ostatnich kilkunastu latach. Proces ten trwa i niemal corocznie pojawiają się w tym zakresie innowacje wprowadzane w odpowiedzi na określone potrzeby zarówno kredytobiorców (tj. emitentów obligacji), jak i inwestorów.

A mianowicie, z punktu widzenia korzyści, jakie wynikają z zakupu obligacji, a w szczególności - sposobu naliczania odsetek, a także - uwzględniając różnego rodzaju zabezpieczenia oraz dodatkowe klauzule związane z emisją obligacji, można wyróżnić następujące rodzaje tych walorów:

— obligacje o stałym oprocentowaniu (*fixed-income bonds*),

— obligacje indeksowane (*index-linked bonds*),

— obligacje o płynnej stopie zwrotu (*floating rate bonds*),

— obligacje z klauzulą wykupu (*callable bonds*),

— obligacje z opcją sprzedaży (*puttable bonds*),

— obligacje zamienne (*convertible bonds, convertibles*),

— obligacje z prawem poboru akcji (*bonds with warrants*),

— obligacje dochodowe (*income-linked bonds*),

— obligacje „ogołocone" (*stripped bonds*),

— obligacje dwuwalutowe,

— obligacje nominowane w EURO; i inne.

W zależności od długości terminu do wykupu (*maturity*) można dokonać kolejnej klasyfikacji obligacji; a mianowicie, wyróżniamy obligacje

— krótkoterminowe (1-3 lata),

— średnioterminowe (5-15 lat); oraz

— długoterminowe (30 lat i więcej).

Zbliżonym do obligacji papierem wartościowym są tzw. *renty*. W zależności od tego czy rozpatrujemy skończony czy też nieskończony horyzont inwestycyjny, wyróżniamy dwa rodzaje rent:

— renty terminowe (*annuities*); oraz

— renty wieczyste (*perpetuities*).

Emitent *renty*, za określoną kwotę wniesioną przez nabywcę, zobowiązuje się do systematycznego (przeważnie w odstępach rocznych) wypłacania od tej kwoty odsetek w ciągu z góry określonego czasu (np. 25-30 lat) lub bezterminowo - przy rentach wieczystych; *Bień*, 1992. W przypadku renty - nie definiuje się natomiast pojęcia wartości nominalnej tego waloru.

Obligacje w przedstawionym powyżej sensie (w tym - renty terminowe i wieczyste) należą do szerszej klasy tzw. dłużnych (bądź wierzycielskich) papierów wartościowych. Do klasy tej należą również krótkoterminowe papiery dłużne takie, jak:

— bony skarbowe (*Treasury Bills*),

— bony pieniężne banku centralnego,

— bony handlowe, emitowane przez banki komercyjne,

— bankowe certyfikaty depozytowe (*Depositary Notes*),

— papiery komercyjne (*Commercial Papers*), itp.

Wymienione krótkoterminowe papiery wartościowe charakteryzują się tym, że okres ich zapadalności wynosi maksimum 12 miesięcy. Są to więc krótkoterminowe walory o zerowym kuponie sprzedawane ze stosownym dyskontem na przetargach lub też na rynku wtórnym. Papiery te są też często nominowane w walutach obcych (np. w USD, EURO).

Istotną cechą tych walorów jest również to, że na ogół nie podlegają one rygorom parlamentarnej ustawy o obligacjach; ich uwarunkowania prawne bazują na Kodeksie Handlowym, Prawie Wekslowym, bądź też bezpośrednio na Prawie Bankowym. W związku z tym, emisja tych papierów jest technicznie znacznie prostsza, mniej czasochłonna, a przede wszystkim - tańsza, niż w przypadku obligacji, charakteryzujących się dłuższym terminem wykupu. Spowodowało to, w ciągu ostatnich kilku lat, gwałtowny rozwój rynku pierwotnego i wtórnego krótkoterminowych dłużnych papierów komercyjnych w Polsce; czego na przykład nie można powiedzieć o rynku obligacji wieloletnich.

Obszerne omówienie oraz charakterystykę rynku dłużnych papierów wartościowych można znaleźć m.in. w pracach autora; *Jakubowski* 1994, 1995, 1997. Poniżej przedstawimy natomiast bardziej szczegółowo podstawowe własności oraz parametry obligacji, koncentrując się w tym zakresie na teorii obligacji o stałym kuponie.

3.1. Obligacje o stałym oprocentowaniu

Obligacje o stałym oprocentowaniu są to papiery wartościowe emitowane na ściśle określone terminy, w czasie których emitent zobowiązuje się do ich regularnej obsługi. Obsługa obligacji przez emitenta polega na dokonywaniu regularnych płatności odsetkowych obliczanych na bazie stałej stopy procentowej (kuponu) oraz spłacie wartości nominalnej w dniu wykupu obligacji przez emitenta. W zależności od ceny emisyjnej (lub ceny rynkowej), obligacje mogą być sprzedawane *z dyskontem*, *z premią* lub też według *wartości nominalnej*.

Jak już wspomnieliśmy, sprzedaż z *dyskontem* (dla nabywcy) ma miejsce wtedy, gdy cena bieżąca obligacji jest niższa niż jej wartość nominalna wypłacana w terminie wykupu. Natomiast sprzedaż obligacji z *premią* (dla emitenta) zachodzi wówczas, gdy cena bieżąca jest wyższa od wartości nominalnej. Dlatego, o ile obligacje kupowane z premią są przetrzymywane do terminu wykupu, to jedyna korzyść nabywcy tych obligacji wynika z wypłacanych okresowo odsetek. Z tego też powodu obligacje o zerowym kuponie sprzedawane są wyłącznie z dyskontem.

Obligacje o stałym oprocentowaniu są najczęściej spotykanym rodzajem obligacji; są one często emitowane przez skarb państwa. Podstawowe parametry tych obligacji to:

N - wartość nominalna (*principal value, par value, face value*),

C - kupon (*coupon*), tj. wartość odsetek za dany okres wyrażona w jednostkach pieniężnych; $C = const$,

m - częstość płacenia odsetek określana w skali roku; np. $m = 4$ oznacza, że odsetki są płacone 4 razy w roku - raz na kwartał,

T - termin wykupu obligacji; „czas życia", okres „dojrzewania" obligacji (*maturity*),

Nominalne oprocentowanie odsetek - i

Jest to stopa oprocentowania odsetek obligacji wyrażona w skali roku (*bond interest rate*).

W przypadku, gdy kupony obligacji są płatne jeden raz w roku, mamy

$$i = (C / N) \times 100 \qquad [\%]. \tag{3.1}$$

Natomiast, gdy kupony są płatne m razy w roku,

$$i = (mC / N) \times 100 \qquad [\%]. \tag{3.2}$$

Przepływy finansowe z obligacji o stałym oprocentowaniu (*cash flows*).

Kupując obligację inwestor wydatkuje określoną kwotę i otrzymuje przez okres posiadania obligacji odsetki naliczone na bazie kuponu, a w dniu wykupu obligacji (*maturity*) - dodatkowo wartość nominalną.

Przypływy finansowe związane z taką inwestycją w obligacje przedstawimy na następującym przykładzie:

PRZYKŁAD 3.1

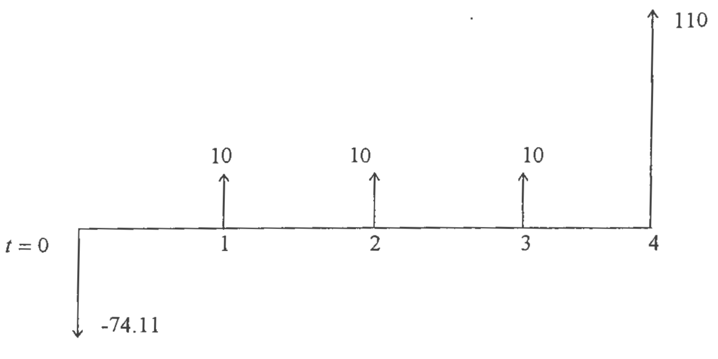
Załóżmy, że inwestor zakupił obligację o wartości nominalnej 100 PLN i okresie życia 4 lata oraz zapłacił za nią 74.11 PLN (tj. obligacja ta została zakupiona z dyskontem). Oprocentowanie odsetek obligacji wynosi 10% w skali rocznej oraz płatności kuponowe są dokonywane co roku. Mamy zatem:

$$N = 100 \text{ PLN}, \quad C = (100 \text{ PLN}) \times 10\% = 10 \text{ PLN}, \quad P = 74.11 \text{ PLN}, \quad T = 4 \text{ lata}.$$

Przepływy finansowe związane z posiadaniem tej obligacji przedstawiono w tablicy 3.1 oraz na rysunku 3.1; kwoty zainwestowane poprzedzone są znakiem minus; natomiast kwoty otrzymane przez inwestora - znakiem plus. ■

Tablica 3.1. Przepływy finansowe dla obligacji o stałym oprocentowaniu; $P = 74.11$ PLN, $N = 100$ PLN, $C = 10$ PLN, $t = 0,1,2,3,4$ lata.

Okres	0	1	2	3	4
Wydatki	-74.11				
Wpływy		+10	+10	+10	+110



Rys. 3.1. Ilustracja przepływów finansowych dla obligacji o stałym oprocentowaniu; $P = 74.11$ PLN; $N = 100$ PLN, $C = 10$ PLN/rok, $t = 0,1,2,3,4$ lata.

Przedstawimy teraz kolejne parametry obligacji dotyczące jej rentowności.

Bieżące oprocentowanie odsetek CY (*current yield*).

Jest to iloraz wysokości kuponu i bieżącej ceny rynkowej obligacji. Parametr ten jest pewną prostą miarą rocznego dochodu realizowanego z obligacji. Mamy:

$$CY = \frac{C}{P} \times 100 \quad [\%], \tag{3.3}$$

gdzie

CY - stopa oprocentowania bieżącego w skali roku,

C - wysokość kuponu w skali roku,

P - bieżąca cena obligacji.

W rozpatrywanym powyżej *Przykładzie* 3.1 mamy:

$$CY = \frac{10\,PLN}{74.11\,PLN} \times 100 = 13.49\%.$$

Otrzymaliśmy więc, że oprocentowanie bieżące CY odsetek jest wyższe od oprocentowania nominalnego równego $i = 10\%$. Wynika to bezpośrednio stąd, że rozpatrywana obligacja została zakupiona z dyskontem, tj. po cenie P niższej od wartości nominalnej N $(P < N)$. W dalszych rozważaniach przyjmiemy dla uproszczenia, że rynkowa cena transakcyjna obligacji jest równa tzw. cenie „czystej", tj. że transakcja kupna-sprzedaży obligacji jest rozpatrywana w pierwszym dniu okresu odsetkowego.

Rentowność do wykupu (*yield to maturity, YTM*).

Rentowność do wykupu $r = YTM$ obligacji jest stopą procentową, za pomocą której suma zdyskontowanych w czasie strumieni pieniężnych wynikających z inwestycji w obligację (należności kuponowe C oraz nominał N) - zostaje przyrównywana do poniesionych nakładów, tj. do ceny rynkowej P.

Mamy zatem

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{C}{(1+r^t)} + \frac{N}{(1+r)^T}. \tag{3.4}$$

Znając cenę rynkową P obligacji możemy więc wyznaczyć - w wyniku rozwiązania równania algebraicznego (3.4) - *rentowność do wykupu obligacji* $r = YTM$. Rentowność do wykupu $r = YTM$ jest więc pewnym „parametrem wewnętrznym" obligacji określonym jednoznacznie przez cenę P, kupon C, wartość nominalną N oraz okres wykupu T. Jest to tzw. **wewnętrzna stopa zwrotu** (*internal rate of return*) obligacji.

Jest to jeden z najważniejszych parametrów charakteryzujących obligację. Rentowność do wykupu poszczególnych obligacji jest podawana bezpośrednio (jako *YTM*) w tablicach notowań giełdowych zamieszczanych w dziennikach finansowych typu *„The Wall Street Journal"* czy *„Financial Times"*.

Wykorzystując wzór na sumę skończoną postępu geometrycznego, równanie (3.4) można sprowadzić do następującej postaci

$$P = C\left[1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right]/r + \frac{N}{(1+r)^T}, \tag{3.5}$$

gdzie $r = YTM$.

Należy podkreślić, że rozwiązanie równania (3.4) dla ogólnego przypadku obligacji o stałym oprocentowaniu wymaga zastosowania metod numerycznych (sprawa się jeszcze bardziej komplikuje, gdy rozpatrujemy obligacje o oprocentowaniu zmiennym). Między innymi, komputerowy arkusz kalkulacyjny *EXCEL* v. 7.0 wyposażony jest w programy umożliwiające rozwiązanie tego zagadnienia. Istnieją również wyspecjalizowane kalkulatory finansowe (np. firmy CASIO - *Financial Consultant FC-1000*) umożliwiające szybkie obliczanie parametru *YTM* dla różnych obligacji oraz sporządzanie wykresów przepływów finansowych (*cash flows*) dla tych obligacji.

Własności rentowności do wykupu (*YTM*) obligacji

(i)

Jeżeli rośnie cena rynkowa P danej obligacji to spada rentowność do wykupu $r = YTM$ tej obligacji i odwrotnie - jeśli spada cena rynkowa P, to rośnie rentowność do wykupu YTM. Własność tę można matematycznie zapisać następująco:

Dla $C = const$, $N = const$ oraz $T = const$,

$$(P_1 < P_2) \Rightarrow (YTM_1 > YTM_2). \tag{3.6}$$

Zależność (3.6) wynika wprost z równania (3.4) definiującego rentowność do wykupu $r = YTM$; a dokładniej, wynika to stąd, że prawa strona tego równania jest funkcją ściśle malejącą stopy dyskontowej $r = YTM$.

Uprzedzając nieco dalsze rozważania, należy w tym miejscu wyraźnie podkreślić, że cena rynkowa P obligacji nie jest w ogólnym przypadku równa tzw. wartości równowagowej obligacji $P_o = PV$ (*bond equilibrium value*), wynikającej ze zdyskontowania w czasie przyszłych strumieni pieniężnych przy zastosowaniu rynkowych stóp procentowych *spot* $r_{01}, r_{02}, \ldots, r_{0T}$, obowiązujących w kolejnych okresach $t = 1, \ldots, T$. Chodzi w tym przypadku o to, że cena rynkowa P obligacji może dodatkowo wynikać z określonych działań spekulacyjnych, z przyczyn podatkowych itp.

Inaczej mówiąc, dwie obligacje o tych samych strumieniach pieniężnych (C, N) i o tym samym okresie do wykupu (T) oraz rozpatrywane w tej samej chwili $t = 0$ mają tę samą wartość równowagową $PV_1 = PV_2$. Natomiast ceny rynkowe P_1 i P_2 tych obligacji mogą być różne; a stąd - różne mogą być również rentowności do wykupu $r_1 = YTM_1$, $r_2 = YTM_2$, tych obligacji.

(ii)

— Gdy cena rynkowa P obligacji jest równa jej wartości nominalnej N, to rentowność do wykupu (YTM), bieżące oprocentowanie odsetek (CY) oraz nominalne oprocentowanie odsetek (i) są sobie równe; tj.

$$(P = N) \Rightarrow (YTM = CY = i), \tag{3.7}$$

gdzie $CY = C / P$; $i = C / N$.

Własność obligacji z dyskontem:

— Gdy cena rynkowa P obligacji jest mniejsza od jej wartości nominalnej N, to rentowność do wykupu $r = YTM$ tej obligacji jest wyższa od bieżącego oprocentowania odsetek (CY), które z kolei jest wyższe od nominalnego oprocentowania odsetek (i); tj.

$$(P < N) \Rightarrow (YTM > CY > i), \tag{3.8}$$

gdzie $CY = C / P$; $i = C / N$.

Własność obligacji z premią:

— Gdy cena rynkowa P obligacji jest większa od jej wartości nominalnej N, to rentowność do wykupu (YTM) tej obligacji jest niższa od bieżącego oprocentowania odsetek (CY), które z kolei jest niższe od nominalnego oprocentowania odsetek (i), tj.

$$(P > N) \Rightarrow (YTM < CY < i), \tag{3.9}$$

gdzie $CY = C / P$, $i = C / N$.

Dowód własności (3.7):

Równość $CY = i$ jest dla $P = N$ oczywista; wystarczy więc wykazać, że zachodzi $YTM = i$.

Zauważmy, że dla $P = N$, tj. gdy cena rynkowa obligacji jest równa jej wartości nominalnej, z równania (3.5) otrzymamy

$$N = C\left[1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right] / r + \frac{N}{(1+r)^T}, \quad \text{gdzie} \quad r = YTM,$$

a stąd, po przekształceniach,

$$YTM = \frac{C}{N} = i. \qquad \blacksquare$$

Dowód własności (3.8) oraz (3.9):

Nierówność $CY > i$ dla $P < N$ (obligacja z dyskontem) oraz $CY < i$ dla $P > N$ (obligacja z premią) są oczywiste; wystarczy zatem wykazać, że $YTM > CY$ dla $P < N$ oraz $YTM < CY$ dla $P > N$. Dowód tych ostatnich nierówności wynika z równania (3.5); szczegółowe wyprowadzenie tego faktu można znaleźć np. w pracy *Adamsa, Bloomfielda* (et.al.), 1993.

■

(iii)

Rentowność do wykupu $r = YTM$ wyznaczona na podstawie równania (3.4) ma jeszcze jedną ważną cechę. A mianowicie, otrzymana w ten sposób rentowność jest stopą zwrotu (liczoną w skali roku) z inwestycji polegającej na zakupie danej obligacji po cenie P i otrzymywaniu kolejnych kuponów odsetkowych C oraz na końcu wartości nominalnej N; przy założeniu, że kolejne odsetki (oprócz ostatniej) będą reinwestowane według tej właśnie stopy $r = YTM$.

Aby wykazać powyższą własność rentowności YTM obligacji musimy odwołać się do pewnych podstawowych wzorów z zakresu *teorii wartości pieniądza w czasie*.

Oznaczmy:

- PV - wartość bieżącą kapitału (*present value*),
- FV - wartość przyszła kapitału (*future value*),
- r - stopa zwrotu z inwestycji w skali roku,
- T - horyzont inwestycyjny.

Dokonamy teraz następujących oznaczeń w równaniu (3.4):

C_t - wpływy finansowe (przychody) wynikające z faktu posiadania obligacji, $t = 1,\dots,T$,

czyli $C_t = C$ dla $t = 1,\dots,(T-1)$, oraz $C_T = C + N$ dla $t = T$.

Równanie (3.4) można zatem zapisać następująco:

$$P = \sum_{t=1}^{T} C_t (1+r)^{-t}, \qquad (3.10)$$

gdzie $r = YTM$ jest stopą zwrotu wynikającą z rozwiązania tego równania.

Po przemnożeniu obu stron równania (3.10) przez wartość $(1+r)^T$ otrzymamy

$$P(1+r)^T = \sum_{t=1}^{T} C_t(1+r)^{T-t}, \tag{3.11}$$

oraz

$$r = \left[\sum_{t=1}^{T} C_t(1+r)^{T-t} / P\right]^{1/T} - 1. \tag{3.12}$$

Zauważmy teraz, że w równaniu (3.9) można przyjąć następujące oznaczenie

$$FV = \sum_{t=1}^{T} C_t(1+r)^{T-t}, \tag{3.13}$$

gdzie FV - *wartość przyszła wpływów finansowych* C_t otrzymywanych w kolejnych latach $t = 1,...,T$ oraz reinwestowanych (poza ostatnim rokiem) według stopy procentowej r. Ponadto,

$$PV = P, \tag{3.14}$$

tzn. PV jest *wartością bieżącą inwestycji* polegającej na kupnie obligacji po cenie P.

Tak więc, po podstawieniu wzorów (3.13), (3.14) do wzoru (3.12) otrzymamy

$$r = (FV / PV)^{1/T} - 1, \tag{3.15}$$

a stąd

$$FV = PV(1+r)^T, \tag{3.16}$$

gdzie $r = YTM$.

Równanie (3.15) określa stopę zwrotu z inwestycji (w skali roku) przy horyzoncie czasowym równym T lat. Równanie to ma równoważną postać (3.16), przy czym wzór ten jest podstawową zależnością rozpatrywaną w matematyce finansowej, wynikającą wprost z *zasady procentu składanego*.

A zatem wykazaliśmy, że *rentowność do wykupu* $r = YTM$ obligacji jest równa stopie zwrotu z poczynionej inwestycji wyznaczonej przy założeniu, że przychody otrzymywane w okresie inwestowania (tj. odsetki C w kolejnych latach $t = 1,...,T-1$) są reinwestowane według stopy r.

Powyższa cecha charakteryzująca parametr $r = YTM$ jako miarę rentowności obligacji jest jednocześnie poważną wadą tego parametru. Wynika to właśnie z „tkwiącego w tym parametrze" założenia o reinwestycji przyszłych odsetek według tej samej stałej stopy procentowej $r = YTM$. Otóż problem polega na tym, że w przyszłości - roczne stopy procentowe mogą (i na ogół tak się dzieje) ulec zmianie. Oznacza to, że ocena efektywności inwestycji w obligacje dokonywana na podstawie rentowności do wykupu $r = YTM$ może być w pewnych przypadkach zbyt optymistyczna - co będzie miało miejsce, gdy przyszłe roczne stopy procentowe spadną poniżej bieżącej wartości YTM. Może być ona również zbyt pesymistyczna - w przypadku, gdy przyszłe roczne stopy procentowe wzrosną powyżej tej wartości.

Dochodzimy w ten sposób do wniosku, że nie **znając przyszłych rocznych stóp procentowych, jakie będą obowiązywać dla analizowanego rynku finansowego - nie jesteśmy w stanie wyznaczyć** *a priori* **rzeczywistej rentowności inwestycji w obligacje**:

— Nie nadaje się do tego parametr i - *nominalne oprocentowanie odsetek* - ponieważ nie mówi on nic ani o cenie P zakupu obligacji ani też o liczbie otrzymywanych odsetek.

— Nie nadaje się do tego parametr CY - *bieżące oprocentowanie odsetek* - ponieważ uwzględnia on co prawda cenę P zakupu, ale jest to tylko pewien parametr rentowności bieżącej nie uwzględniający faktu jak długo odsetki te będą otrzymywane - nie mówiąc już o możliwości ich reinwestycji.

— Nie nadaje się też do tego parametr *rentowności do wykupu* $r = YTM$, ponieważ związany on jest z założeniem, że przyszłe roczne stopy procentowe według których będzie dokonywana reinwestycja odsetek będą stałe; a co więcej - równe właśnie określonej w chwili obecnej wartości $r = YTM$. A to ostatnie - na ogół nie jest prawdą. Zjawisko to - dotyczące możliwości nieoczekiwanej zmiany przyszłych stóp procentowych co powoduje zmianę stopy reinwestycji - nosi nazwę **ryzyka reinwestowania** (*reinvestment risk*).

Przedstawione powyżej rozważania zilustrujemy następującym przykładem.

PRZYKŁAD 3.2

Dla obligacji z Przykładu 3.1, tj. obligacji o stałym oprocentowaniu zakupionej z dyskontem mamy:

$$P = 74.11 \text{ PLN}; \quad N = 100 \text{ PLN}; \quad C = 10 \text{ PLN/rok}; \quad T = 4 \text{ lata}.$$

W przeprowadzonych poprzednio obliczeniach wyznaczyliśmy następujące parametry tej obligacji:

$i = \dfrac{C}{N} \times 100 = 10\%$ - oprocentowanie nominalne odsetek,

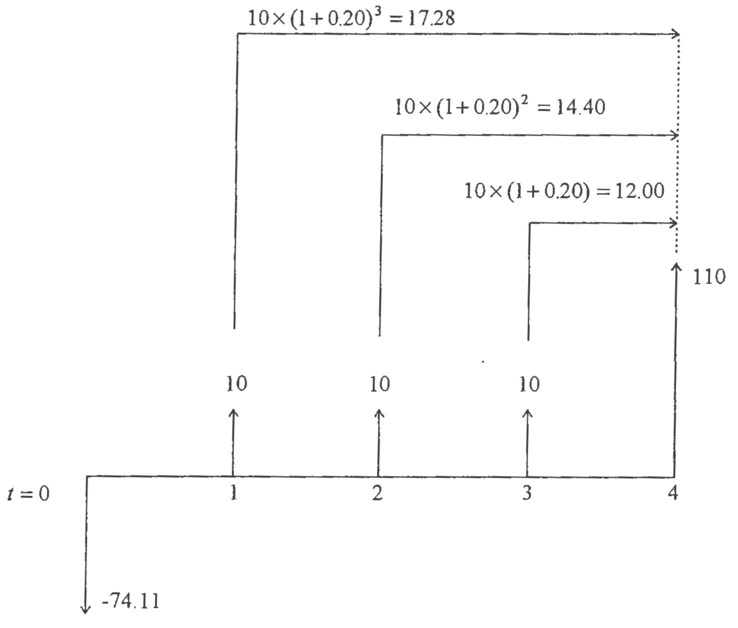
$CY = \dfrac{C}{P} \times 100 = 13.49\%$ - oprocentowanie bieżące odsetek, Rentowność do wykupu $r = YTM$ obligacji wyznaczamy w wyniku numerycznego rozwiązania równania dyskontowego (3.4), tj.

$$74.11 = \frac{10}{(1+r)} + \frac{10}{(1+r)^2} + \frac{10}{(1+r)^3} + \frac{10}{(1+r)^4}, \text{ a stąd,} \tag{3.17}$$

$r = YTM = 20\%$

Strumienie finansowe związane z zakupem rozpatrywanej obligacji (por. Tabl. 3.1) przedstawiono już poprzednio na rysunku 3.1.

Obliczymy teraz rentowność (tj. stopę zwrotu w skali roku) z następującego procesu inwestycyjnego o horyzoncie czasowym równym $T = 4$ lata. W chwili $t = 0$ ponosimy nakłady $PV = P = 74.11$ PLN, w kolejnych latach otrzymujemy odsetki $C = 10$ PLN dla $t = 1,2,3$ oraz w ostatnim roku - odsetki plus wartość nominalna $C + N = 110$ PLN dla $t = 4$ lata. Zakładamy, że otrzymywane w latach $t = 1,2,3$ odsetki $C = 10$ PLN będą reinwestowane według stopy procentowej $r = YTM = 20\%$, tj. równej wyznaczonej uprzednio rentowności do wykupu rozpatrywanej obligacji. Ilustracją graficzną analizowanego procesu inwestycyjnego przedstawiono na rysunku 3.2.



Rys. 3.2. Ilustracja procesu reinwestycji odsetek dla obligacji o stałym oprocentowaniu przy stopie reinwestycji $r = YTM = 20\%$; $P = 74.11$ PLN; $N = 100$ PLN, $C = 10$ PLN/rok, $t = 1,2,3,4$.

Wartość przyszłą (w chwili $T=4$ lata) przychodów otrzymywanych w kolejnych latach wyznaczamy w następujący sposób:

$t=1$ (pozostaje 3 lata do wykupu obligacji)

$$FV_1 = C(1+r)^3 = 10\,(1+0.20)^3 = 17.28 \text{ PLN},$$

$t=2$ (pozostaje 2 lata do wykupu obligacji)

$$FV_2 = C(1+r)^2 = 10\,(1+0.20)^2 = 14.40 \text{ PLN},$$

$t=3$ (pozostaje 1 rok do wykupu obligacji)

$$FV_3 = C(1+r) = 10\,(1+0.20) = 12.00 \text{ PLN},$$

$t=4$ (dzień wykupu obligacji)

$$FV_4 = C+N = 10+100 = 110 \text{ PLN}.$$

Tak więc wartość przyszła wszystkich otrzymanych przychodów jest równa

$$FV = FV_1 + FV_2 + FV_3 + FV_4 = 17.28 + 14.40 + 12.00 + 110.00 = 153.68 \text{ PLN}. \tag{3.18}$$

Natomiast wartość bieżąca poniesionych nakładów wynosiła

$$PV = P = 74.11 \text{ PLN}. \tag{3.19}$$

Całkowita stopa zwrotu z inwestycji liczona za okres $T=4$ lata wynosi

$$R = \frac{FV-PV}{PV} \times 100 = \frac{153.68-74.11}{74.11} \times 100 = 107.37\% . \tag{3.20}$$

Stąd, stopa zwrotu z inwestycji liczona w skali roku jest równa

$$r = (1+R)^{1/4} - 1 = (1+1.0737)^{1/4} - 1 = 0.20 = 20\% . \tag{3.21}$$

Wzór (3.21) na stopę zwrotu r w skali roku wynika wprost z zasady procentu składanego, tj.

$$1+R = (1+r)^4 . \tag{322}$$

Znając wartość przyszłą przychodów $FV = 153.68$ PLN oraz wartość bieżącą nakładów $PV = 74.11$ PLN; stopę zwrotu r w skali roku moglibyśmy również obliczyć bezpośrednio ze wzoru (3.15), tj.

$$r = (FV\,/\,PV)^{1/T} - 1 = (153.68\,/\,74.11)^{1/4} - 1 = 0.20 = 20\% . \tag{3.23}$$

Otrzymaliśmy więc, że rentowność do wykupu $r = YTM = 20\%$ rozpatrywanej obligacji wyznaczona na podstawie wzoru dyskontowego (3.17) jest równa stopie zwrotu (w skali roku) z inwestycji polegającej na włożeniu wartości początkowej kapitału $PV = P = 74.11$ PLN oraz reinwestycji kolejno otrzymywanych odsetek (poza ostatnią) $C = 10$ PLN - według stopy procentowej $r = 20\%$.

■

Mając na uwadze, że powiązane ściśle z definicją rentowności do wykupu (*YTM*) założenie co do reinwestycji odsetek od obligacji według stopy $r = YTM$ - nie jest na ogół spełnione, wprowadzimy teraz dwie dodatkowe definicje rentowności z inwestycji w obligacje. W dalszym ciągu zakładamy, że (podobnie jak to czyniliśmy definiując rentowność *YTM*) zakupione w chwili $t = 0$ obligacje są przetrzymywane do terminu wykupu T.

Założymy więc, że w chwili $t = 0$ dokonaliśmy zakupu obligacji o stałym oprocentowaniu po cenie rynkowej P oraz wyznaczyliśmy - rozwiązując równanie (3.4) - rentowność do wykupu tej obligacji równą $r = YTM$. Przyjmiemy ponadto, że bezpośrednio po zakupie obligacji rynkowa stopa procentowa zmieniła się i wynosi $r_f \neq YTM$, przy czym stopa ta będzie stała w kolejnych latach $t = 1, \ldots, T$.

Zewnętrzna stopa zwrotu *ERR* (*External Rate of Return*)

Wyprowadzimy teraz wzór na tzw. zewnętrzną stopę zwrotu *ERR* przy założeniu, że wszystkie odsetki C (poza ostatnią) są reinwestowane według stałej rocznej rynkowej stopy procentowej r_f. Otóż w przypadku, gdyby reinwestycja odsetek przebiegała według stopy $r = YTM$, obowiązywałby wcześniej wyprowadzony wzór (3.11), tj.

$$\sum_{t=1}^{T} C_t (1+r)^{T-t} = P(1+r)^T,$$

gdzie $r = YTM$.

Dla stopy reinwestycji $r = r_f$ (gdzie r_f - dane) możemy teraz dokonać uogólnienia tego wzoru. A mianowicie po lewej stronie powyższego równania podstawiamy $r = r_f$, natomiast po prawej stronie - wstawiamy w miejsce r szukaną zewnętrzną stopę zwrotu *ERR*. Otrzymamy zatem (por. *Jajuga* 1996)

$$\sum_{t=1}^{T} C_t (1+r_f)^{T-t} = P(1+ERR)^T, \tag{3.24}$$

czyli

$$ERR = \left[\sum_{t=1}^{T} C_t (1+r_f)^{T-t} / P \right]^{1/T} - 1, \tag{3.25}$$

gdzie $C_t = C$ dla $t = 1, \ldots, (T-1)$; $C_t = C + N$ dla $t = T$, oraz r_f - dane.

Wyprowadzony wzór jest uogólnieniem wzoru (3.12), który obowiązywał dla rentowności do wykupu $r = YTM$ obligacji, przy czym parametr YTM był traktowany jako tzw. wewnętrzna stopa zwrotu IRR (*internal rate of return*). Podstawiając bowiem $r = YTM = IRR$ w równaniu (3.12) otrzymamy

$$IRR = \left[\sum_{t=1}^{T} C_t (1 + IRR)^{T-t} / P\right]^{1/T} - 1. \tag{3.26}$$

Rzeczywista składana stopa zwrotu RCY (*realized compound yield*)

Wzór na tzw. rzeczywistą składaną stopę zwrotu RCY z inwestycji w obligacje stanowi dalsze uogólnienie wzorów (3.25) i (3.26). Otóż w rzeczywistości, przyszłe stopy procentowe według których dokonujemy reinwestycji odsetek C analizowanej obligacji będą się różniły nie tylko od rentowności do wykupu $r = YTM$ określonej dla chwili $t = 0$, ale dodatkowo mogą się one różnić między sobą w kolejnych okresach odsetkowych.

Oznaczmy

r_t - przyszłe roczne stopy procentowe; tzw. stopy procentowe *forward*, $t = 1,\dots,T$,

oraz załóżmy, że wartości r_t są dane.

Ponadto przyjmiemy, że na analizowanym rynku kapitałowym obowiązuje tzw. teoria czystych oczekiwań (*pure expectations theory*); por. *Jakubowski* (1996).

Wówczas, dokonując uogólnienia wzoru (3.25) na zewnętrzną stopę zwrotu, otrzymamy

$$RCY =$$
$$= \{[C(1+r_2)\cdot\ldots\cdot(1+r_T) + C(1+r_3)\cdot\ldots\cdot(1+r_T) + \ldots + C(1+r_T) + (C+N)] / P\}^{1/T} - 1. \tag{3.27}$$

W powyższym wzorze wyrażenie w nawiasach prostokątnych określa wartość przyszłą FV wszystkich przychodów wynikających z faktu posiadania rozpatrywanej obligacji, przy założeniu zmiennej stopy reinwestycji r_t tych przychodów, $t = 2,3,\dots,T$.

Efektywna rentowność do wykupu YTM_e (*effective yield*)

W przedstawionych powyżej rozważaniach zakładaliśmy, że odsetki C od obligacji o stałym oprocentowaniu są płatne jeden raz w roku. W przypadku, gdy odsetki te są płacone m w roku, równanie (310) - rozpatrywane dla $r = YTM$ - przyjmie następującą zmodyfikowaną postać:

$$P = \sum_{t=1}^{mT} \frac{C_t}{(1 + YTM / m)^t}, \tag{3.28}$$

gdzie

m - liczba okresów odsetkowych w danym roku,

t - numer kolejnego okresu odsetkowego; $t = 1,\dots,mT$,

T - okres do wykupu (w latach),

C_t - odsetki za dany okres odsetkowy, przy czym dla $t = mT$, $C_{mT} = C + N$.

YTM/m - rentowność do wykupu liczona w skali jednego okresu odsetkowego (np. dla $m = 4$ - za kwartał),

YTM - rentowność do wykupu liczona w skali roku.

Zauważmy teraz, że wyznaczona na podstawie powyższego równania rentowność YTM (w skali roku) nie uwzględnia faktu, że odsetki od danej obligacji są m-krotnie w danym roku reinwestowane. Tak więc, aby wziąć pod uwagę ów fakt m-krotnej reinwestycji dochodów, wyznacza się tzw. *efektywną rentowność do wykupu*

$$YTM_e = (1 + YTM/m)^m - 1. \tag{3.29}$$

Można również wyprowadzić bezpośredni wzór na efektywną rentowność YTM_e.

Z (3.29) mamy bowiem

$$1 + YTM/m = (1 + YTM_e)^{1/m}. \tag{3.30}$$

A zatem, z (3.28) i (3.30) otrzymamy

$$P = \sum_{t=1}^{mT} \frac{C_t}{(1 + YTM_e)^{t/m}}. \tag{3.31}$$

Należy podkreślić, że w teorii finansów najczęściej stosuje się wzór(3.28) na rentowność do wykupu YTM obligacji (jakkolwiek jest to kwestią stosowanej konwencji). Tym niemniej, dla celów praktycznych, warto jest również pamiętać o możliwości wyznaczenia rentowności efektywnej YTM_e bądź na podstawie wzoru (3.29), bądź też bezpośrednio z równania (3.31); por. *Elton, Gruber* (1995), *Jajuga* (1996).

Natomiast w przypadku, gdy odsetki C_t od obligacji są płacone jeden raz w roku (tj. $m = 1$) zachodzi oczywiście $YTM = YTM_e$. Założenie to, w celu uproszczenia rozważań, będziemy przyjmowali w dalszej części niniejszej pracy.

3.2. Obligacje o zerowym kuponie oraz bony skarbowe

Obligacje o zerowym kuponie (*zero-coupon bonds, pure discount bonds*) są to obligacje, z tytułu posiadania których nie otrzymuje się odsetek. Jedynie po upływie terminu wykupu posiadacz obligacji otrzymuje od emitenta kwotę równą wartości nominalnej obligacji. W tym przypadku fakt niewypłacania odsetek jest rekompensowany sprzedażą tych obligacji z dyskontem; tj. dla $P < N$. Odbywa się to na ogół na przetargach (rynek pierwotny), na rynku wtórnym organizowanym przez banki lub biura maklerskie (tzw. OTC - *over - the counter - market*) lub bezpośrednio na giełdzie.

Obligacje o zerowym kuponie są więc pewnym szczególnym przypadkiem obligacji o stałym oprocentowaniu; tj. dla $C = 0$. *Rentowność do wykupu* $r = YTM$ takich obligacji wyznaczamy następująco.

Dla $C = 0$, z równania (3.4) otrzymamy

$$P = \frac{N}{(1+r)^T}, \tag{3.32}$$

a stąd

$$r = YTM = \left(\frac{N}{P}\right)^{1/T} - 1, \tag{3.33}$$

gdzie P - cena zakupu obligacji, N - wartość nominalna, T - okres do wykupu.

W szczególnym przypadku, dla *obligacji rocznych o zerowym kuponie* (tj. dla $T = 1$) ze wzoru (3.33) otrzymamy

$$r = YTM = \frac{N}{P} - 1 = \frac{N - P}{P}. \tag{3.34}$$

Z równań (3.33) i (3.34) wynika bezpośrednio, że zakup obligacji o zerowym kuponie ma sens tylko wówczas, gdy obligację tę kupujemy z dyskontem (tj. dla $P < N$). W przeciwnym przypadku, rentowność takiej inwestycji byłaby ujemna (dla $P > N$) lub równa zeru (dla $P = N$). Obligacje o zerowym kuponie często nazywane są „obligacjami czysto-dyskontowymi" (*pure-discount bonds*).

Bony skarbowe (*T - bills, the Treasury bills*) są to krótkoterminowe dłużne papiery wartościowe o konstrukcji identycznej jak obligacje o zerowym kuponie i o okresie do wykupu mniejszym lub równym jeden rok (tj. dla $T \le 1$).

W Polsce bony skarbowe są emitowane przez Ministerstwo Finansów, wartości nominalne tych bonów wynoszą 10 000 PLN i 100 000 PLN i 1 000 000 PLN, a terminy wykupu: 4, 8, 13, 26, 39 lub 52 tygodnie. Bony te są sprzedawane z dyskontem na cotygodniowych przetargach organizowanych przez NBP, będącym agentem emisji.

Rentowność do wykupu bonów skarbowych wyrażana jest zawsze w skali rocznej, przy założeniu, że rok obrachunkowy liczy 360 dni; tj.

$$r = YTM = \frac{N-P}{P}\frac{360}{n} \times 100 \quad [\%], \tag{3.35}$$

gdzie P - rynkowa (przetargowa) cena bieżąca bonu,
N - wartość nominalna bonu,
n - liczba dni od momentu zakupu bonu do jego wykupu przez emitenta.

Wartość $r = YTM$ jest w oficjalnych tabelach finansowych podawana w procentach, z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

Przyjęcie dla wyznaczania rentowności bonów skarbowych 360-dniowego roku obrachunkowego (co jest zresztą zgodne ze standardami obowiązującymi w Unii Europejskiej, np. dla Euro-obligacji) ma określone konsekwencje. Na przykład, dla bonu 52-tygodniowego, a więc rocznego, ze wzoru (3.35) otrzymamy ($n = 52 \times 7 = 364$ dni):

$$r = YTM = \frac{N-P}{P}\frac{360}{364} \times 100 \quad [\%]. \tag{3.36}$$

Załóżmy teraz, że cena przetargowa tego bonu wynosi $P =$ „79.16 PLN za 100 PLN". Ze wzoru (3.36) otrzymamy rentowność do wykupu (w skali roku) równą:

$$r = YTM = \frac{100-79.16}{79.16}\frac{360}{364} \times 100 = 26.04\%.$$

Natomiast rzeczywista roczna stopa zwrotu R z powyższej inwestycji wynosi

$$R = \frac{N-P}{P} \times 100 = \frac{100-79.16}{79.16} \times 100 = 26.33\%.$$

W praktyce rynków finansowych często można napotkać na podobnego typu „niespodzianki".

Na zakończenie powyższych uwag powinniśmy zaznaczyć, że - w teorii finansów - gdy mówimy o **rentowności** lub **rentowności do wykupu** (*yield, yield to maturity*), to zawsze wielkości te są określane w skali przyjętego roku obrachunkowego. Natomiast termin: **stopa zwrotu z inwestycji** (*rate of return*) dotyczy ściśle określonego okresu inwestycyjnego; np. 5 dni, 13 tygodni, 3 lata itp.

Bony skarbowe są również przedmiotem codziennych transakcji na rynku wtórnym organizowanym w naszym kraju (do 1998 r.) przez Polski Bank Rozwoju (PBR); a obecnie przez Bank Rozwoju Eksportu (BRE). Podstawowymi podmiotami tego rynku są duże banki np. BH, PEKAO S.A., BSK, BZ-WBK, BOŚ, jak również pozabankowe instytucje finansowe - np. fundusze powiernicze PIONEER, SKARBIEC. Ze względu na dużą płynność tego rynku uważa się, że codzienne notowania rentowności bonów skarbowych są pewnym wyznacznikiem (czy też „wzorcem") krótkoterminowych rynkowych stóp procentowych w

Polsce w danym dniu. Notowania te są ogłaszane w dodatkach finansowych codziennej prasy („*Rzeczpospolita*", „*Parkiet*"), jak również - w skali międzynarodowej - przez *Agencję Reutera* lub inne elektroniczne serwisy finansowe np. *Internet Securities*.

Obligacje czysto-dyskontowe - a więc wieloletnie obligacje o zerowym kuponie - bądź też bony skarbowe, mają pewną ważną cechę odróżniającą je od wszystkich pozostałych rodzajów obligacji, w tym - obligacji wielokuponowych o stałym oprocentowaniu. Otóż w przypadku obligacji czysto-dyskontowych - o ile tylko założymy, że nabywca tych obligacji nie zamierza ich odsprzedać przed okresem do wykupu T - nie występuje omawiane wcześniej ryzyko stopy procentowej. Wynika to z oczywistego faktu, że w rozpatrywanym przypadku nie mamy do czynienia z tzw. *ryzykiem reinwestycji odsetek* - bowiem tych odsetek po prostu nie ma. Tak więc, o ile tylko mamy pewność, że emitent tych obligacji dotrzyma wcześniej uzgodnionego kontraktu - tzn. po okresie T otrzymamy zapłatę równą wartości nominalnej N - zrealizowana przez nas rentowność do wykupu $r = YTM$ zależy tylko i wyłącznie od bieżącej ceny rynkowej P obligacji. Wynika to bezpośrednio ze wzorów (3.33) - (3.35).

Dlatego też czysto-dyskontowe obligacje emitowane przez Skarb Państwa (w tym przypadku uważa się, że tzw. ryzyko niedotrzymania warunków - „*default risk*" - nie występuje), traktuje się jako *instrumenty finansowe o zerowym ryzyku*. Wszelkiego rodzaju inne instrumenty finansowe, w tym - depozyty bankowe - uważa się już za instrumenty obarczone większym ryzykiem. Z tego właśnie powodu, rentowność YTM czysto-dyskontowych obligacji skarbowych wyznacza pewien wzorzec rynkowych stóp procentowych dla zadanych okresów. Stopy te, wyrażane zawsze w skali roku są podstawą do identyfikacji tzw. **struktury terminowej stóp procentowych** *spot*, obowiązującej w danej chwili bieżącej τ na analizowanym rynku finansowym.

* * *

Dokonamy teraz podsumowania prowadzonych powyżej rozważań oraz przedstawimy pewne wnioski dotyczące relacji pomiędzy przedstawionymi podstawami teorii obligacji o stałym oprocentowaniu a teorią struktury terminowej stóp procentowych; por. również *Jakubowski* (1996).

(i) Obligacje o stałym oprocentowaniu są dosyć złożonym instrumentem finansowym. A mianowicie, bez poczynienia pewnych założeń co do sposobu reinwestowania odsetek otrzymywanych w całym horyzoncie inwestycyjnym, nie jesteśmy w stanie efektywnie określić stopy zwrotu z podjętej inwestycji.

(ii) Stosowany najczęściej dla oceny efektywności inwestycji w obligacje parametr $r = YTM$ (tj. rentowność do wykupu) określa tylko *wewnętrzną stopę zwrotu* z inwestycji, co umożliwia porównanie danej obligacji z innymi obligacjami występującymi na rynku. Parametr ten stanowi jednak tylko pewne przybliżenie *rzeczywistej stopy zwrotu* jakiej należy oczekiwać. Ponadto, podstawowym w tym przypadku jest założenie, że analizowaną obligację przetrzymujemy do okresu jej wykupu, tj. - że nie sprzedajemy jej wcześniej na rynku wtórnym.

(iii) Poczynione w trakcie wyznaczania *rentowności do wykupu* $r = YTM$ założenie, że w przyszłych okresach odsetki będą reinwestowane według stałej stopy procentowej (w dodatku równej YTM) ma określone konsekwencje z punktu widzenia *teorii struktury terminowej stóp procentowych*. A mianowicie, jak to zostanie wykazane w dalszej części pracy, założenie o stałych przyszłych rocznych stopach procentowych oznacza - o ile dla danego rynku prawdziwa jest tzw. teoria czystych oczekiwań (*pure expectations*) - że struktura *terminowa* stóp procentowych jest płaska. Co więcej, zakładamy, że struktura ta (a dokładniej - reprezentująca ją krzywa dochodowości) pozostanie płaska i niezmieniona co do poziomu w przyszłości. Otóż nawet w ustabilizowanych gospodarkach wysoko rozwiniętych krajów zachodnich założenie to nie jest w ogólnym przypadku spełnione. To znaczy krzywa dochodowości na rozwiniętych rynkach finansowych może być tylko w pewnym przybliżeniu płaska i niezmienna co do poziomu z upływem czasu bieżącego - ale tylko w krótkich okresach (*Smith, Spudeck* 1993).

(iv) Niezmiernie istotną sprawą z punktu widzenia oceny efektywności inwestycji w obligacje jest więc możliwość oszacowania czy też prognozowania przyszłych rocznych stóp procentowych dla danego rynku. Możemy wówczas zastosować wzory (3.25) lub (3.27) na *zewnętrzną stopę zwrotu ERR* lub *rzeczywistą składaną stopę zwrotu RCY* z podejmowanej inwestycji. W innym przypadku, wzory (3.25) i (3.27) mogą być wykorzystywane tylko *ex post*, tj. po upływie analizowanego horyzontu inwestycyjnego.

(v) *Teoria struktury terminowej stóp procentowych* - w szczególności w powiązaniu z określonymi badaniami empirycznymi - umożliwia dokonywanie dosyć wiarygodnych prognoz dotyczących przyszłych rocznych stóp procentowych dla danego rynku finansowego. Jest to szczególnie ułatwione w przypadku, gdy założymy, że dla danego rynku obowiązuje **teoria powszechnych oczekiwań** (*pure expectations*), tj. że stopy procentowe *forward* są równe oczekiwanym stopom *spot*. Stąd też wynika określona waga tej teorii: właściwie należałoby w tym przypadku mówić o wielu istniejących teoriach. Należy w tym miejscu wyraźnie podkreślić, że jakkolwiek zasadniczy tok naszych rozważań dotyczy rynku obligacji - to uzyskane wnioski można łatwo uogólnić na znacznie szerszy zakres zagadnień inwestycyjnych. Rozpatrywanie rynku obligacji umożliwi nam tylko pewną konkretyzację rozpatrywanych zagadnień oraz ilustrację tych zagadnień na wybranych przykładach liczbowych.

(vi) Jak już to wcześniej wspomniano, rozpatrywane w niniejszej pracy obligacje o stałym oprocentowaniu stanowią tylko jeden z wielu (jakkolwiek podstawowy) rodzaj obligacji jakie spotkać można na rozwiniętych rynkach finansowych. Szczególnie w USA, w ostatnim dwudziestoleciu, pojawiło się kilkanaście rodzajów tych instrumentów finansowych. Oprócz obligacji o stałym kuponie oraz obligacji czysto-dyskontowych, do najważniejszych odmian obligacji zaliczyć można obligacje o zmiennym oprocentowaniu (*index-linked bonds*), obligacje z możliwością wcześniejszego wykupu (*callable bonds*), obligacje zamienne na akcje (*convertible bonds*) i wiele innych; *Jakubowski* 1994, 1995. Dla wyceny każdego z wymienionych powyżej rodzajów obligacji, jak też i innych instrumentów finansowych, teoria *struktury terminowej stóp procentowych* ma zasadnicze znaczenie.

* * *

4. Ryzyko w ujęciu teorii struktury terminowej stóp procentowych

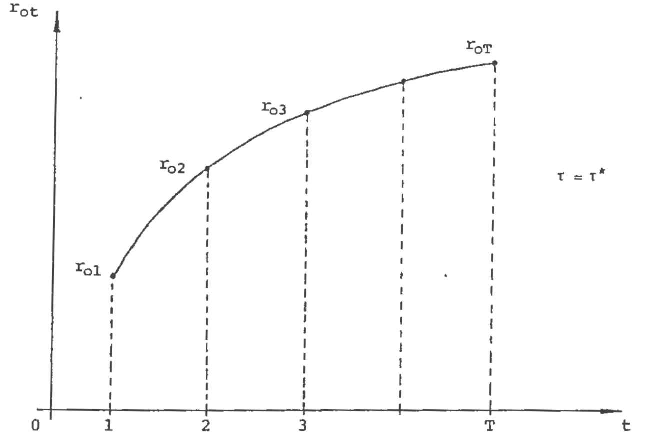
Zagadnienie kształtowania się rynkowych stóp procentowych w zależności od terminu zapadalności zobowiązań (*term to maturity*) jest jednym z kluczowych elementów teorii stóp procentowych. Zależność ta, określana dla zobowiązań finansowych o tym samym stopniu ryzyka, nosi nazwę **struktury terminowej stóp procentowych** (*the term structure of interest rates*). Graficznie, owa struktura jest przedstawiana w postaci tzw. **krzywej dochodowości** (*yield curve*) rozpatrywanej dla danego segmentu rynku finansowego.

Mówi się na przykład o krzywej dochodowości rządowych wierzycielskich papierów wartościowych (traktowanej jako pewien standard), krzywej dochodowości obligacji przedsiębiorstw itp. Gdy mówimy o strukturze terminowej stóp procentowych ważne jest rozróżnienie dwóch kategorii czasu, tj. okresu zapadalności zobowiązań $t = 1,\ldots,T$, oraz czasu bieżącego $\tau = 1,2,3,\ldots$, w którym tę strukturę rozpatrujemy. Na rysunku 4.1 przedstawiono przykładową postać struktury stóp procentowych rozpatrywaną dla chwili $\tau = \tau^*$.

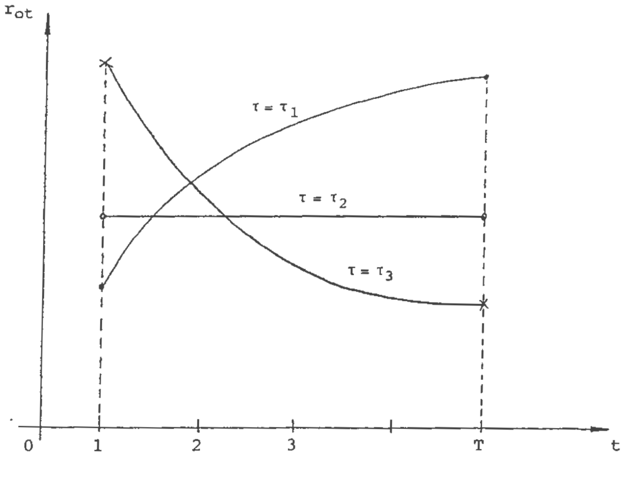
Krzywa dochodowości reprezentująca określoną strukturę terminową stóp procentowych może mieć różny kształt, a ponadto, może być ona funkcją rosnącą, malejącą lub (w przybliżeniu) stałą. Krzywa ta zmienia się z upływem czasu bieżącego τ odzwierciedlając bieżące warunki konkurencji panujące zarówno na rynku pieniężnym jak i kapitałowym, poziom oczekiwań inflacyjnych, jak i zmianę ogólnych warunków gospodarczych. W szczególności, nieoczekiwane zmiany tej struktury są właśnie źródłem ryzyka stóp procentowych; *Soroczyński* et.al. (1994), *Jakubowski* (1996, 1997). Na rysunku 4.2 przedstawiono przykładowe zmiany kształtu struktury terminowej stóp procentowych jakie mogą nastąpić wraz z upływem czasu bieżącego $\tau = \tau_1, \tau_2, \tau_3$.

Teoria struktury terminowej stóp procentowych (jakkolwiek samo pojęcie takiej struktury jest o wiele bardziej ogólne) wiąże się ściśle z teorią obligacji oraz z pojęciem tzw. stóp procentowych *spot*, *forward* oraz *oczekiwanych rocznych stóp procentowych spot.*

Wyjaśnimy więc nieco bliżej te pojęcia, podamy bardziej ścisłą definicję struktury terminowej stóp procentowych oraz przedstawimy pewne przykłady.



Rys. 4.1. Struktura terminowa stóp procentowych r_{0t} określonych dla terminów zapadalności $t = 1,\ldots,T$; rozpatrywana w chwili bieżącej $\tau = \tau^*$. Stopy r_{0t} wyrażane są w skali roku.



Rys. 4.2. Ilustracja zmiany struktury stóp procentowych z upływem czasu bieżącego $\tau = \tau_1, \tau_2, \tau_3$; $t = 1,2,3,\ldots,T$ - terminy zapadalności zobowiązań.

4.1. Stopy procentowe *spot*, stopy procentowe *forward* oraz oczekiwane roczne stopy procentowe *spot*

Stopy procentowe *spot* to bieżące stopy rentowności inwestycji planowanych na poszczególne okresy $t = 1,2,\ldots,T$, bądź realizowanych w tych okresach, przy czym zakłada się że zwrot z tych inwestycji następuje jednorazowo - na końcu rozpatrywanego okresu t. Słowo „bieżąca" oznacza że inwestycja jest dokonywaná obecnie (*on the spot*). Stopy *spot* określane są zawsze w skali roku. Innymi słowy jeżeli inwestor zainwestuje w chwili $t = 0$ pewną kwotę na t lat według rocznej stopy procentowej r_{0t}, to stopa ta jest stopą *spot* dla tej inwestycji, przy horyzoncie czasowym równym t lat.

W przypadku, gdy rozpatrujemy rynek obligacji, możemy przyjąć następującą (bardziej zwięzłą) definicję stóp procentowych *spot*. A mianowicie, stopa procentowa *spot* jest *rentownością do wykupu* (liczoną w skali rocznej) obligacji o zerowym kuponie, nabywanej w chwili obecnej $t = 0$ oraz o okresie do wykupu równym t.

Z równań (3.32), (3.33) otrzymamy następujący wzór na stopę procentową *spot* r_{0t}:

$$P = \frac{N}{(1+r_{0t})^t}, \quad \text{czyli} \quad r_{0t} = \left(\frac{N}{P}\right)^{1/t} - 1; \quad t = 1,\ldots,T, \qquad (4.1)$$

gdzie

N - wartość nominalna obligacji o zerowym kuponie,
P - cena bieżąca obligacji,
t - okres do wykupu (tj. termin zapadalności zobowiązania).

PRZYKŁAD 4.1

Załóżmy, że dokonujemy w chwili obecnej $t = 0$ zakupu obligacji zero-kuponowej o wartości nominalnej 1000 PLN, okresie do wykupu równym 2 lata oraz o cenie bieżącej $P = 797.19$ PLN. Stopę procentową *spot* tej inwestycji wyznaczamy następująco:

$$797.19 = \frac{1000}{(1+r_{02})^2}, \quad \text{stąd} \quad r_{02} = 0.12 = 12\% .$$

■

Możemy teraz dokonać pewnego uściślenia pojęcia struktury terminowej stóp procentowych oraz krzywej dochodowości będącej reprezentacją graficzną tej struktury.

A mianowicie, biorąc pod uwagę rynek obligacji możemy stwierdzić, że **teoria struktury terminowej stóp procentowych** zajmuje się wyjaśnianiem kształtu zależności rentowności do wykupu *YTM* obligacji czysto- dyskontowych od „czasu życia" (*term to maturity*) tych obligacji. Jako standard rozpatruje się w tym przypadku rentowność *YTM* skarbowych obligacji o zerowym kuponie. Wynika to z bardzo dużej płynności tych obligacji oraz z faktu, że obligacje emitowane przez Skarb Państwa (*The Treasury bonds and bills*) są papierami wartościowymi o zerowym ryzyku. Jak to poprzednio wspomnieliśmy, rentowność do wykupu obligacji czysto-dyskontowych określa nam stopy procentowe *spot* obowiązujące w danej chwili na rynku finansowym.

Formalnie, strukturę terminową stóp procentowych $TS(\tau)$ obowiązującą w danej chwili bieżącej τ można więc zapisać w postaci następującego wektora stóp procentowych *spot*:

$$TS(\tau) = [r_{01}(\tau), \ldots, r_{0t}(\tau), \ldots, r_{0T}(\tau)], \qquad (4.2)$$

gdzie

$\tau = 1,2,3,\ldots$ - czas bieżący, tj. chwila, w której identyfikujemy strukturę terminową TS;

$r_{0t}(\tau)$ - stopa procentowa *spot* określona w chwili τ dla horyzontu inwestycyjnego $[0,t]$, przy czym punkt zerowy tego horyzontu utożsamiamy z chwilą τ;

T - maksymalny horyzont czasowy w ramach którego rozpatrujemy strukturę terminową TS.

Stopy procentowe *forward*

Stopy procentowe *forward* definiuje się podobnie jak stopy procentowe *spot*, z tym, że stopy procentowe *forward* dotyczą przyszłych inwestycji rozpatrywanych w chwili obecnej. Należy przy tym podkreślić, że początek planowanej czy też uzgadnianej inwestycji następuje w chwili późniejszej niż chwila bieżąca. Oznacza to, że o ile w chwili obecnej $t=0$ podpiszemy kontrakt dotyczący zakupu w roku $t=1$ obligacji zero-kuponowej o czasie życia 2 lata (przy ustalonej cenie i wartości nominalnej) - to rentowność do wykupu tej obligacji liczona za okres $t=1$ rok do $t=3$ lata, będzie stopą procentową *forward* r_{13} naszej przyszłej inwestycji.

PRZYKŁAD 4.2

Załóżmy, że zobowiązujemy się obecnie ($t=0$) do nabycia w roku $t=1$ obligacji zero-kuponowej o cenie $P=797.19$ PLN, wartości nominalnej $N=1000$ PLN oraz czasie życia 2 lata. Stopa procentowa *forward* (liczona w skali roku) na okres od roku $t=1$ do roku $t=3$ będzie dla naszej inwestycji równa:

$$797.19 = \frac{1000}{(1+r_{13})^2}, \quad \text{stąd} \quad r_{13} = 0.12 = 12\%.$$

■

Pojęcia stóp procentowych *spot* i *forward* mają zasadnicze znaczenie w teorii wyceny obligacji, teorii struktury terminowej stóp procentowych oraz w przypadku rynku tzw. pochodnych papierów wartościowych (*derivatives*); *Smith, Spudeck* 1993; *Elton, Gruber* 1995; *Jakubowski* 1996.

Przyjmuje się następujące oznaczenia:

r_{0t} - stopa procentowa *spot* dla okresu $[0,t]$, liczona w skali rocznej;

$f_{t_1 t_2}$ - stopa procentowa *forward* dla okresu $[t_1, t_2]$ obowiązująca (czy też rozpatrywana) w chwili $t = 0$.

W szczególności, dla przyszłych okresów jednorocznych otrzymamy następujące oznaczenie stóp procentowych *forward*:

$$f_{(t-1)t}; \quad t = 1,2,\ldots,T.$$

Dla uproszczenia zapisu, w dalszej części tej pracy przyjmiemy następujące oznaczenie

$$f_t = f_{(t-1)t}; \quad t = 1,2,\ldots,T, \tag{4.3}$$

gdzie f_t - roczna stopa procentowa *forward* obowiązująca w roku t.

Z powyższego wynika, że w roku pierwszym, tj. dla $t = 1$, mamy $f_1 = r_{01}$ - tj. roczna stopa procentowa *forward* dla pierwszego roku jest równa rocznej stopie procentowej *spot* określonej dla tego roku.

W teorii finansów przyjmuje się, że istnieje wzajemnie jednoznaczna relacja między stopami procentowymi *spot* r_{0t} oraz rocznymi stopami procentowymi *forward* f_t. Relacja ta wyraża się następującym wzorem:

$$f_t = \frac{(1 + r_{0t})^t}{[1 + r_{0(t-1)}]^{t-1}} - 1, \quad \text{dla} \quad t = 2,\ldots,T, \tag{4.4}$$

oraz

$$f_1 = r_{01} \quad \text{dla} \quad t = 1. \tag{4.5}$$

Zależność tę interpretujemy następująco. Załóżmy, że mamy dany kompletny zbiór stóp procentowych *spot*, dla kolejnych lat, tj.

$$\{r_{0t}, t = 1,\ldots,T\}. \tag{4.6}$$

Mówimy w tym przypadku że znamy **strukturę terminową stóp procentowych** *spot*. Kolejne wartości rocznych stóp procentowych *forward* f_t $(t = 1,\ldots,T)$ wyznaczyć można na podstawie następującego schematu iteracyjnego:

— Dla $t = 1$ zachodzi

$$f_1 = r_{01} \text{ - z definicji,} \tag{4.7}$$

tj. dla pierwszego roku pojęcia stóp procentowych *spot* i *forward* są tożsame.

— Dla $t = 2$ wartość stopy procentowej *forward* $f_1 = f_{12}$ związana jest z odpowiedzią na następujące pytanie: jaka powinna być stopa procentowa w drugim roku ($t = 2$) aby inwestując w 1-szym roku według stopy *spot* r_{01} (dane) oraz w drugim roku według stopy $f_2 = f_{12}$ (nieznane) otrzymać taką samą stopę zwrotu, jak z inwestycji 2-letniej dokonanej według stopy *spot* r_{02} (dane); tj.

$$(1 + r_{01})(1 + f_2) = (1 + r_{02})^2. \tag{4.8}$$

Otrzymamy stąd

$$f_2 = \frac{(1 + r_{02})^2}{(1 + r_{01})} - 1, \tag{4.9}$$

gdzie f_2 - szukana stopa procentowa *forward* dla roku $t = 2$.

— Dla roku t, wartość stopy procentowej *forward* $f_t = f_{(t-1)t}$ wynika z odpowiedzi na następujące pytanie: jaka powinna być stopa procentowa w roku t aby inwestując w latach $[0, (t-1]$ według stopy *spot* $r_{0(t-1)}$ (dane) oraz w roku t według stopy $f_t = f_{(t-1)t}$ (nieznane) otrzymać taką samą stopę zwrotu, jak z inwestycji o horyzoncie czasowym $[0, t]$ dokonanej według stopy *spot* r_{0t} (dane); tj.

$$[1 + r_{0(t-1)}]^{t-1} (1 + f_t) = (1 + r_{0t})^t. \tag{4.10}$$

Otrzymamy stąd

$$f_t = \frac{(1 + r_{0t})^t}{[1 + r_{0(t-1)}]^{t-1}} - 1, \tag{4.11}$$

gdzie f_t - szukana stopa procentowa *forward* dla roku t.

Postępując niejako w kierunku przeciwnym niż to czyniliśmy wyprowadzając schemat iteracyjny (4.7) - (4.11), otrzymamy jeszcze inny (lecz równoważny) związek między stopami procentowymi *spot* i *forward*. Mamy bowiem

$$(1 + r_{0t})^t = [1 + r_{0(t-1)}]^{t-1} (1 + f_t) = \ldots = (1 + r_{01})(1 + f_2) \cdot \ldots \cdot (1 + f_t), \quad \text{czyli}$$

$$(1 + r_{0t})^t = (1 + f_1)(1 + f_2) \cdot \ldots \cdot (1 + f_t). \tag{4.12}$$

A zatem

$$r_{0t} = [(1 + f_1)(1 + f_2) \cdot \ldots \cdot (1 + f_t)]^{1/t} - 1, \quad \text{dla} \quad t = 1, 2, \ldots, T. \tag{4.13}$$

Z powyższego wynika, że znając roczne stopy procentowe *forward* f_t $(t = 1,...,T)$ potrafimy jednoznacznie określić odpowiadające im stopy procentowe *spot*. Czy też, ujmując to nieco inaczej, stopy procentowe *spot* są - z dokładnością do składnika 1 - średnimi geometrycznymi odpowiadających im stóp procentowych *forward*. Wynika to bezpośrednio ze wzoru (4.13).

Wzór (4.4) określający roczne stopy procentowe *forward* f_t $(t = 1,...,T)$ można łatwo uogólnić na przypadek, w którym chcemy wyznaczyć stopę procentową *forward* (w skali roku) dla okresu n lat rozpoczynającego się w roku t oraz kończącego się w roku $(t+n)$.

Oznaczmy

$f_{t(t+n)}$ - stopa procentowa *forward* (w skali roku) dla okresu $[t, t+n]$; $t = 1,...,T$,

r_{0t} - stopa procentowa *spot* (w skali roku) dla okresu $[0, t]$,

$r_{0(t+n)}$ - stopa procentowa *spot* (w skali roku) dla okresu $[0, t+n]$.

Mamy

$$[1 + r_{0(t+n)}]^{t+n} = (1 + r_{0t})^t [1 + f_{t(t+n)}]^n, \tag{4.14}$$

a stąd

$$f_{t(t+n)} = \left\{ \frac{[1 + r_{0(t+n)}]^{t+n}}{(1 + r_{0t})^t} \right\}^{-n} - 1. \tag{4.15}$$

Podsumowując przedstawione powyżej rozważania należy podkreślić, że w praktyce (w zależności od dostępu do określonych danych) istnieją dwie podstawowe metody określania stóp procentowych *forward* $f_{t_1 t_2}$ obowiązujących na analizowanym rynku finansowym. Stopy te można określić na podstawie cen kontraktów terminowych *futures* na czysto-dyskontowe obligacje skarbowe, bądź też - można je bezpośrednio wyznaczyć na podstawie znajomości stóp procentowych *spot*. W tym drugim przypadku, w celu określenia najpierw stóp procentowych *spot* należy wziąć pod uwagę ceny czysto-dyskontowych obligacji skarbowych będących przedmiotem bezpośrednich (a nie - terminowych) transakcji na rozpatrywanym rynku; por. *Fuller, Farrell* 1987, s. 409.

W literaturze polskiej stosuje się niekiedy określenia „kasowe" (lub „natychmiastowe") stopy procentowe w odniesieniu do stóp *spot* oraz „terminowe" stopy procentowe - zamiast stopy *forward*. Prowadzić to może często do pewnych nieporozumień, bowiem za chwilę wprowadzimy pojęcie oczekiwanych stóp procentowych *spot*. Musielibyśmy więc te stopy nazwać jako „oczekiwane natychmiastowe stopy procentowe" co mogłoby już brzmieć nieco dziwnie. Co gorzej - stopy te mogłyby być mylone ze „stopami terminowymi", tj. w myśl stosowanej w tej pracy terminologii - stopami *forward*.

Oczekiwane roczne stopy procentowe „*spot*"

Pod pojęciem oczekiwanej rocznej stopy procentowej *spot* rozumieć będziemy po prostu oczekiwaną (czy też prognozowaną) w chwili bieżącej stopę procentową *spot* dla okresów zapadalności 1 rok, jaka obowiązywać będzie w przyszłych kolejnych latach. W definicji tej mieści się to co potocznie nazywamy *przyszłymi rocznymi stopami procentowymi*.

Wprowadzimy następujące oznaczenie:

r_t - oczekiwane roczne stopy procentowe *spot* dla lat $t = 2,\dots,T$.

Natomiast dla roku pierwszego, tj. dla $t = 1$, zachodzi oczywiście $r_1 = r_{01}$, gdzie r_{01} - bieżąca stopa procentowa *spot*.

W teorii struktury terminowej stóp procentowych istotne jest rozróżnienie między oczekiwanymi (przyszłymi) rocznymi stopami procentowymi *spot* r_t, a rocznymi stopami procentowymi *forward* f_t $(t = 2,\dots,T)$. A mianowicie, formułując definicję rocznej stopy *forward* f_t (por. wzór 4.10) szukaliśmy odpowiedzi na pytanie **jaka powinna być** stopa procentowa f_t w roku t aby inwestycja w latach $[0,(t-1)]$ według stopy *spot* $r_{0(t-1)}$ a następnie inwestycja według stopy f_t - były równoważne inwestycji w latach $[0,t]$ według stopy *spot* r_{0t}; tj. aby zachodziło

$$[1+r_{0(t-1)}]^{t-1}(1+f_t) = (1+r_{0t})^t. \tag{4.16}$$

Otóż z powyższego wcale nie wynika że w przyszłości, w roku t, będzie obowiązywała stopa procentowa f_t, bądź też - że prognozujemy że tak w istocie będzie.

Innymi słowy, stopy procentowe *forward* f_t - powiązane ściśle za pomocą rekurencyjnych wzorów (4.4), (4.5) z zadanymi stopami procentowymi *spot* r_{0t} - nie są w ogólnym przypadku równe oczekiwanym rocznym stopom procentowym *spot* r_t. Korzystając ze wzorów (4.4), (4.5) oraz wprowadzając dla $t = 2,\dots,T$ pewien parametr α_t, zależność pomiędzy stopami procentowymi *forward* f_t, oczekiwanymi rocznymi stopami *spot* r_t oraz bieżącymi stopami *spot* r_{0t} - można zapisać następująco:

Dla $t = 1$

$$f_1 = r_1 = r_{01} \quad \text{- z definicji.} \tag{4.17}$$

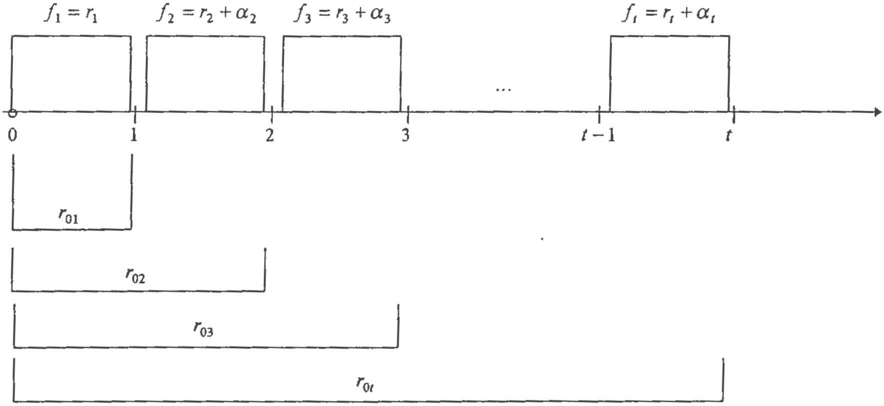
Dla $t = 2$

$$f_2 = r_2 + \alpha_2 = \frac{(1+r_{02})^2}{(1+r_{01})} - 1. \tag{4.18}$$

Dla roku t

$$f_t = r_t + \alpha_t = \frac{(1+r_{0t})^t}{[1+r_{0(t-1)}]^{t-1}} - 1. \tag{4.19}$$

W powyższych wzorach zakładamy, że wartości bieżących stóp procentowych *spot* $r_{01},\dots,r_{0t}$ oraz wartości parametrów $\alpha_2,\dots,\alpha_t$ - są dane, przy czym parametry te mogą być zarówno dodatnie jak i ujemne. Zależności (4.17) - (4.19) zilustrowano na rysunku 4.3.



Rys. 4.3. Ilustracja relacji między stopami procentowymi *spot* r_{0t}, rocznymi stopami *forward* f_t oraz oczekiwanymi rocznymi stopami *spot* r_t; α_t - parametr; t - termin zapadalności zobowiązań.

Ze wzorów (4.17)-(4.19) otrzymamy

$$(1+r_{0t})^t = [1+r_{0(t-1)}]^{t-1}(1+f_t) = [1+r_{0(t-1)}]^{t-1}(1+r_t+\alpha_t) \qquad (4.20)$$

oraz przekształcając rekurencyjnie wzór (4.20),

$$(1+r_{0t})^t = (1+r_{01})(1+r_2+\alpha_2)\times\dots\times(1+r_t+\alpha_t) \qquad (4.21)$$

Równanie (4.21) ma zasadnicze znaczenie z punktu widzenia różnych teorii struktury terminowej stóp procentowych.

W przypadku tzw. *teorii preferencji płynności*, parametr α_t - nosi nazwę „premii za utratę płynności" (*liquidity premium*); przy czym w ramach tej właśnie teorii zachodzi

$$\alpha_t > 0 \quad \forall t = 2,\dots,T.$$

W jednym tylko szczególnym przypadku oczekiwane roczne stopy procentowe *spot* są równe rocznym stopom procentowym *forward*, tj.

$$r_t = f_t; \qquad \forall t = 1,\dots,T. \qquad (4.22)$$

A mianowicie zachodzi to wówczas, gdy na rozpatrywanym rynku finansowym spełnione są założenia tzw. *teorii powszechnych oczekiwań* (*pure expectations theory*). Mamy wówczas $\alpha_t = 0$, $t = 2,\dots,T$.

4.2. Krzywa dochodowości (*yield curve*)

Jak już wspomnieliśmy, krzywa dochodowości jest graficznym zobrazowaniem struktury terminowej stóp procentowych TS. Krzywą tę na ogół wykreśla się jako funkcje ciągłą i gładką rynkowych stóp procentowych. Mając na uwadze, że struktura terminowa TS jest wyznaczana dla dyskretnych chwil czasowych $t = 1,2,\dots,T$, w celu sporządzenia wykresu krzywej dochodowości stosuje się na ogół techniki interpolacyjne wykorzystujące tzw. metodę funkcji *spline* (*Adams, Bloomfiels* et.al., 1993). Również wielu przypadkach, w szczególności, gdy na danym rynku finansowym istnieje duże bogactwo różnego typu obligacji, na podstawie których identyfikowana jest struktura terminowa TS, wyznaczenie tej struktury wymaga zastosowania metod *analizy regresyjnej* (*Elton, Gruber*, 1995).

Krzywa dochodowości przedstawiająca zależność rentowności do wykupu r_{0t} czysto-dyskontowych obligacji skarbowych od czasu życia tych obligacji $t = 1,2,\dots,T$, może mieć różny kształt. Jak już to wspomnieliśmy na początku tego punktu, może to być krzywa rosnąca, malejąca lub stała. Kształt krzywej dochodowości jest ściśle związany z bieżącym etapem rozwoju gospodarczego, jak również z wieloma innymi czynnikami w większym lub mniejszym stopniu powiązanymi ze stanem gospodarki w danym kraju. Do podstawowych należy tu zaliczyć poziom oczekiwań inflacyjnych, warunki konkurencji na rynku finansowym, warunki podaży i popytu na kapitał pożyczkowy rozpatrywany dla różnego horyzontu inwestycyjnego, politykę pieniężną banku centralnego, itp. Czynniki te oddziaływują w różnym stopniu na poziom krótko-, średnio- oraz długoterminowych stóp procentowych, determinując w ten sposób określony kształt krzywej dochodowości w danej chwili bieżącej τ.

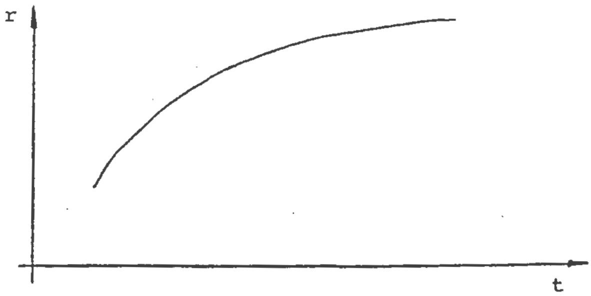
Podstawowe rodzaje krzywych dochodowości, jakie rozpatruje się zarówno w teorii jak i w badaniach empirycznych dotyczących struktury terminowej stóp procentowych przedstawiono na rysunkach 4.4 - 4.7; por. *Fabozzi* 1995, *Smith* 1993, *Soroczyński* 1994.

— **Rosnąca krzywa dochodowości** (*normal, upward sloping*) charakterystyczna jest dla normalnej, stabilnie rozwijającej się sytuacji gospodarczej kraju. Krótkookresowe stopy procentowe są wówczas na ogół niższe od stóp długookresowych. W przypadku, gdy na danym rynku finansowym spełnione są założenia *teorii powszechnych oczekiwań* uważa się, że rosnąca krzywa rentowności wskazuje na oczekiwania inwestorów, że krótkoterminowe stopy procentowe wzrosną. Na ogół dotyczy to oczekiwanego wzrostu stopy inflacji w przyszłości.

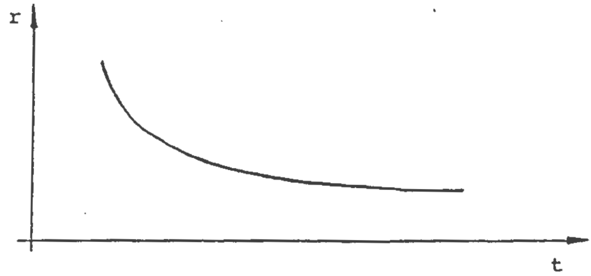
— **Malejąca krzywa dochodowości** (*inverted, downward sloping*) charakteryzuje się tym, że krótkookresowe stopy procentowe są wyższe od stóp długookresowych. Stan taki jest typowy w okresach szczytowych rozwoju gospodarczego (stan ekspansji). Zwolennicy *teorii powszechnych oczekiwań* uważają, że malejąca krzywa dochodowości świadczy o oczekiwaniach inwestorów, że krótkoterminowe stopy procentowe spadną. Dotyczy to w szczególności oczekiwanego spadku stopy inflacji.

— **Płaska krzywa dochodowości** (*flat*) wskazuje na to, że rentowność do wykupu *YTM* przedsięwzięć inwestycyjnych jest stała, niezależnie od rozpatrywanego horyzontu inwestycyjnego. W szczególności - rentowność do wykupu czysto-dyskontowych obligacji skarbowych jest ta sama dla wszystkich okresów zapadalności zobowiązań. W praktyce krzywa dochodowości stóp procentowych nigdy nie jest płaska dla całego zakresu analizowanych okresów do wykupu (*terms to maturity*). Zachodzi to jednak często dla środkowej części analizowanej krzywej, tj. dla średnioterminowych stóp procentowych. Na ogół wiąże się to wysokim stanem stabilizacji rozwoju gospodarczego. W myśl *teorii powszechnych oczekiwań*, płaska krzywa dochodowości oznacza bowiem, że inwestorzy oczekują że w przyszłości krótkookresowe stopy procentowe (a w tym inflacja w skali roku) - nie ulegną zmianie. Taka stałość, z upływem czasu bieżącego, rynkowych stóp procentowych - szczególnie w dłuższych przedziałach czasowych - nie znajduje na ogół potwierdzenia w badaniach empirycznych.

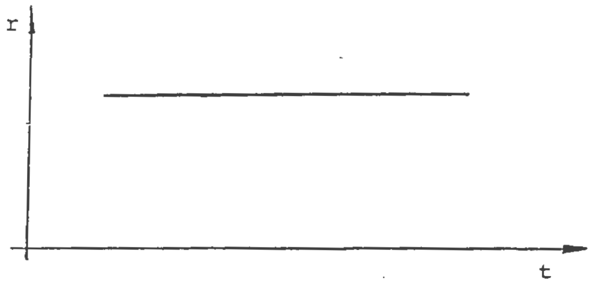
— **Łukowata krzywa dochodowości** wskazuje na to, że zarówno krótko- jak i długookresowe stopy procentowe *spot* są niższe niż stopy średnioterminowe. Stan takiej właśnie struktury terminowej stóp procentowych nie zachodzi zbyt często w praktyce rynków finansowych krajów rozwiniętych. Jest on na ogół pewnym stanem pośrednim na drodze ewolucji, tj. dynamicznych zmian analizowanej krzywej dochodowości w czasie. Wiele wskazuje na to (jakkolwiek brak jest tu dokładnych badań empirycznych), że stan taki może również dotyczyć pewnych okresów rozwoju krajów znajdujących się na etapie transformacji gospodarczej. Świadczyć o tym może przypadek rynku finansowego w Polsce w 1996 roku. Otóż rentowność do wykupu *YTM* pięcioletnich obligacji skarbowych o stałym oprocentowaniu (tzw. *PPOS*) była w tym okresie wyraźnie niższa od rentowności obligacji dwuletnich. Co więcej rentowność *YTM* rocznych bonów skarbowych (okres do wykupu - 52 tygodnie) była również niższa od rentowności do wykupu wspomnianych obligacji dwuletnich; *Kulikowski, Bury, Jakubowski* (1996). Świadczy to o pewnym charakterystycznym wygięciu krzywej dochodowości w górę (por. rys. 4.7). Przy spełnieniu założeń *teorii powszechnych oczekiwań*, łukowata krzywa dochodowości świadczy o tym, że inwestorzy oczekują początkowo - wzrostu krótkoterminowych stóp procentowych; a w następnych latach - spadku tych stóp. Dotyczy to w szczególności określonych oczekiwań inflacyjnych.



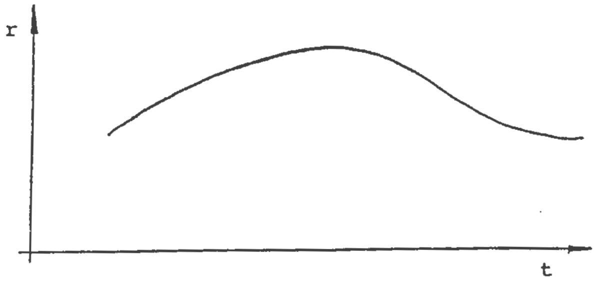
Rys. 4.4. Rosnąca krzywa dochodowości (*normal*)



Rys. 4.5. Malejąca krzywa dochodowości (*inverted*)



Rys. 4.6. Płaska krzywa dochodowości (*flat*)



Rys. 4.7. Łukowata krzywa dochodowości (*humpted*)

4.3 Teorie struktury terminowej stóp procentowych

Badania teoretyczne nad kształtem oraz zmianami *struktury terminowej stóp procentowych* dotyczą w większym stopniu sposobu funkcjonowania analizowanego rynku finansowego oraz określonych oczekiwań i zachowań głównych podmiotów tego rynku niż zagadnień makroekonomicznych. W badaniach tych wyróżnia się trzy podstawowe czynniki wpływające na kształt struktury stóp procentowych w danej chwili bieżącej (*Haugen* 1993); a mianowicie:

i. Rynkowe oczekiwania co do kierunku przyszłych zmian stóp procentowych.

ii. Wpływ tzw. premii za utratę płynności (*liquidity premium*) na oczekiwaną stopę zwrotu z inwestycji.

iii. Nieefektywność rynku finansowego wyrażająca się możliwymi utrudnieniami w przepływie środków finansowych z rynku instrumentów długoterminowych na rynek instrumentów krótkoterminowych i odwrotnie (tzw. segmentacja rynku).

Istnieją cztery główne kierunki prac teoretycznych nad kształtem struktury terminowej stóp procentowych. Każda z tych teorii koncentruje się głównie nad jednym z wyróżnionych powyżej czynników, uznając go za zasadniczy dla analizowanych rozważań - pozostałe zaś uważa się za czynniki marginalne, tj. których wpływ nie odgrywa istotnej roli. Podstawowe kierunki tych badań są następujące:

i. Teoria powszechnych oczekiwań (*Pure Expectations Theory*);
ii. Teoria preferencji płynności (*Liquidity Premium Theory, Liquidity Preference Theory*);
iii. Teoria preferencji środowiskowych (*Preferred Habitat Theory*);
iv. Teoria segmentacji rynku (*Market Segmentation Theory*).

W literaturze przedmiotu podkreśla się, że na ogół żadna z tych teorii nie jest dostatecznie uniwersalna aby wyjaśnić całokształt złożonych zagadnień dotyczących kształtowania się rynkowych stóp procentowych. Prawdopodobnie teorie te należy stosować oddzielnie - dla poszczególnych segmentów rynku finansowego, bądź też naprzemiennie - w zależności od stopnia rozwoju tego rynku w danym kraju. Istnieje też możliwość - ale tylko w ograniczonym stopniu - łączenia niektórych elementów rozpatrywanych teorii w celu wyjaśnienia kształtu *krzywej dochodowości* charakteryzującej rynek finansowy danego kraju na rozpatrywanym etapie rozwoju. Z powyższego wynika, że określonego znaczenia nabierają też w tym aspekcie badania empiryczne mające na celu weryfikację podstawowych założeń analizowanych teorii w praktyce (*Dobson* et.al. 1976, 1978; *Carleton*, *Cooper* 1976; *Fama* 1975, 1976, 1984; *Wood* 1993).

Obszerną analizę oraz porównanie poszczególnych teorii kształtowania się struktury terminowej stóp procentowych zawiera cytowana już praca autora (*Jakubowski*, 1996).

Poniżej przedstawimy tylko podsumowanie zasadniczych twierdzeń będących podstawą tych teorii. Twierdzenia te dotyczą omówionych w tym punkcie relacji pomiędzy stopami procentowymi *spot*, stopami *forward* oraz oczekiwanymi rocznymi stopami *spot*. Mamy zatem:

Teoria powszechnych oczekiwań:

Oczekiwane roczne stopy procentowe *spot* są równe rocznym stopom procentowym *forward*, tj.

$$f_t = r_t; \qquad \forall t = 2,\dots,T \tag{4.23}$$

oraz

$$f_1 = r_1 = r_{01}; \qquad \text{dla } t=1. \tag{4.24}$$

Jest to chyba najkrótsze z możliwych sformułowanie teorii powszechnych oczekiwań (*pure expectations*). Zauważmy, że w tym przypadku nie musimy w ogóle definiować stóp procentowych *forward*, jako równych tożsamościowo oczekiwanym rocznym stopom *spot*. Ponadto, zależności (4.23), (4.24) oraz (4.13) mamy

$$(1+r_{0t})^t = (1+r_{01})(1+r_2)\times\ldots\times(1+r_t), \tag{4.25}$$

gdzie

$r_2, r_3, \dots, r_t$ - oczekiwane roczne stopy *spot* dla lat $2,3,\dots,t$,

r_{0t} - bieżąca stopa procentowa *spot* dla okresu $[0,t]$, wyrażona w skali jednego roku.

Otrzymane powyżej równanie (4.25) interpretujemy następująco. W teorii powszechnych oczekiwań zakłada się, że kształt krzywej dochodowości określonej przez stopy r_{0t} ($t = 1,\dots,T$) jest zdeterminowany wyłącznie przez przewidywania inwestorów co do wartości oczekiwanych (tj. przyszłych) rocznych stóp procentowych *spot* r_t. Przyjmuje się również, że rynek jest zdominowany przez inwestorów, których głównym celem jest maksymalizacja zysku. Inwestorzy ci charakteryzują się neutralnym stosunkiem do ryzyka (*risk neutral*) bądź też mają oni doskonale *zimmunizowane* ze względu na ryzyko portfele inwestycyjne. Ten ostatni przypadek zachodzi na ogół w przypadku inwestorów instytucjonalnych takich jak banki, różnego typu fundusze inwestycyjne, fundusze emerytalne itp. Dla inwestorów o neutralnym stosunku do ryzyka, długość horyzontu inwestycyjnego jest obojętna - to znaczy nie preferują oni w żaden sposób inwestycji krótkoterminowych nad inwestycje długoterminowe (bądź odwrotnie), o ile tylko całkowita rentowność tych inwestycji jest taka sama.

Ujmując to jeszcze inaczej, w myśl założeń teorii czystych oczekiwań, rentowność kolejno dokonywanych inwestycji w roczne obligacje czysto-dyskontowe według oczekiwanych stóp procentowych r_t jest taka sama jak rentowność inwestycji w jedną t-letnią obligację czysto-dyskontową, której dochodowość wyraża się bieżącą stopą zwrotu *spot* r_{0t}.

Wyrażone jest to właśnie przez równanie (4.25). Zwolennicy tej teorii uważają, że możliwe są chwilowe zaburzenia owej równoważności inwestycji (np. na skutek procesów spekulacyjnych), jednak w dłuższym okresie - zaburzenia te są likwidowane w wyniku dostosowawczych oddziaływań rynkowych.

Z powyższego wynika, że krzywa dochodowości reprezentująca strukturę terminową stóp procentowych *spot* $\{r_{0t}, t = 1,\ldots,T\}$ jest jednoznacznie określona przez ciąg oczekiwanych rocznych stóp procentowych *spot* r_t $(t = 1,\ldots,T)$. Oznacza to *pełny determinizm sytuacji*. Mając dane oczekiwania rynkowe co do przyszłych stóp procentowych r_t w kolejnych latach, możemy więc wyliczyć stopy r_{0t} $(t = 1,\ldots,T)$, a tym samym wyznaczyć *strukturę terminową* tych stóp procentowych; z równania (4.25) mamy bowiem

$$r_{0t} = [(1+r_1)(1+r_2)\times\ldots\times(1+r_t)]^{1/t} - 1, \quad \forall t = 1,\ldots,T.$$

Zauważmy teraz, że dla rosnących oczekiwanych w kolejnych latach rocznych stóp procentowych r_t $(t = 1,\ldots,T)$, krzywa dochodowości określona przez stopy *spot* $\{r_t$ $(t = 1,\ldots,T)\}$ jest rosnąca; dla malejących stóp r_t - krzywa ta jest malejąca; natomiast w przypadku stałych oczekiwanych stóp r_t - krzywa dochodowości jest płaska. Zależności te są pewnymi faktami matematycznymi i można je wykazać bezpośrednio ze wzoru (4.26).

Teoria preferencji płynności:

W przypadku spełnienia założeń tej teorii, zachodzi

$$f_t = r_t + \alpha_t; \qquad \forall t = 2,3,\ldots,T \tag{4.26}$$

oraz

$$f_1 = r_1 = r_{01}; \qquad \text{dla t=1}, \tag{4.27}$$

przy czym parametry premii płynności α_t spełniają warunek

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_t > 0 \quad t = 2,3,\ldots,T. \tag{4.28}$$

Zakłada się również, że

$$\alpha_2 \le \alpha_3 \le \ldots \le \alpha_t. \tag{4.29}$$

Ponadto przyjmuje się, że parametry płynności α_t $(t = 2,3,\ldots,T)$ są niezależne od upływu czasu bieżącego $\tau = 1,2,3,\ldots$; przynajmniej w długim horyzoncie czasowym. Zachodzi zatem

$$\alpha_t(\tau) = const(\tau); \quad \tau = 1,2,3,\ldots \tag{4.30}$$

gdzie przez $const(\cdot)$ oznaczono symbolicznie stałość względem określonego argumentu.

Ze wzorów (4.26), (4.27) oraz (4.13) otrzymamy

$$(1+r_{0t})^t = (1+r_{01})(1+r_2+\alpha_2)\times\ldots\times(1+r_t+\alpha_t). \tag{4.31}$$

Wzór ten ma następującą interpretację:

W odróżnieniu od teorii czystych oczekiwań, w teorii preferencji płynności zakłada się, że *rynek jest zdominowany przez inwestorów krótkoterminowych*, którzy ogólnie rzecz biorąc traktują wszelkiego rodzaju inwestycje w instrumenty długoterminowe, jako inwestycje obarczone większym ryzykiem. Inwestorzy ci, charakteryzujący się określoną „awersją do ryzyka" (*risk aversion*), uważają, że przy zadanych oczekiwanych rocznych stopach procentowych *spot* r_t $(t=1,...,T)$, rentowność do wykupu r_{0t} czysto-dyskontowej obligacji wieloletniej powinna być wyższa niż by to wynikało z równania (4.25). Równanie to nie jest według nich spełnione i ogólnie rzecz biorąc zachodzi

$$(1+r_{0t})^t > (1+r_1)(1+r_2)\times...\times(1+r_t), \qquad t=2,...,T \tag{4.32}$$

Oznacza to, że inwestorzy mając do wyboru inwestycję w t-kolejnych latach w serię t obligacji jednorocznych (z reinwestycją wpływów) lub zakup jednej obligacji wieloletniej o terminie wykupu t - będą żądali dla obligacji t-letniej wyższej rentowności r_{0t} niż wynosi procent składany z inwestycji rocznych.

Inaczej to ujmując, aby powyższe inwestycje były równoważne, inwestorzy ci będą żądali odpowiednio niższej ceny obligacji wieloletniej, bowiem w przyszłości stopy procentowe mogą wzrosnąć w stosunku do bieżących oczekiwań r_t i przyszła wartość rynkowa obligacji wieloletniej może zmaleć. Tylko w przypadku, gdy bieżąca cena P_0 obligacji wieloletniej jest o określoną wartość niższa, a tym samym jej rentowność do wykupu $r_{0t}=YTM$ odpowiednio wyższa, niż by to wynikało z równania (4.25), inwestorzy będą mogli sobie zrekompensować ewentualne straty wynikające z ryzyka stopy procentowej. Mówimy w tym przypadku, że inwestorzy żądają określonej „premii" za ryzyko poniesione przy zakupie obligacji wieloletniej. Premia ta nosi właśnie nazwę **premii płynności** (*liquidity premium*) α_t; $t=2,...,T$.

Reasumując, można więc stwierdzić, że w przypadku, gdy na rynku dominują inwestorzy krótkoterminowi o dużej awersji o ryzyka, popyt na wieloletnie obligacje czysto-dyskontowe będzie znacząco mniejszy niż zachodziłoby to w przypadku spełnienia założeń *teorii czystych oczekiwań*. Mniejszy popyt oznacza niższą cenę; z kolei niższa cena, która zawsze jest odwrotnie proporcjonalna do rentowności - oznacza wyższą rentowność r_{0t} obligacji wieloletniej. Obowiązuje więc nierówność (4.32). Aby nierówność tę sprowadzić do równości, należy więc w nawiasach występujących po prawej stronie zależności (4.32) wprowadzić odpowiednio parametry premii płynności $\alpha_t > 0$ $(t=2,...,T)$. Otrzymamy wówczas równanie (4.31).

Natomiast wprowadzona nieco wyżej nierówność (4.29) oznacza, że im dłuższy jest rozpatrywany horyzont inwestycyjny, tym wyższe (a przynajmniej - nie niższe) powinny być parametry płynności α_t; $(t=2,...,T)$.Na przykład, w przypadku czysto-dyskontowej obligacji trzyletniej, całkowita *premia płynności* powinna być wyższa niż w przypadku obligacji dwuletniej, itd. Wynika to stąd, że im dłuższy jest okres do wykupu t analizowanej obligacji, w tym większym stopniu cena tej obligacji (a tym samym i jej rentowność) jest narażona na ryzyko stopy procentowej. Natomiast w przypadku obligacji wielokuponowej, oprócz wspomnianego *ryzyka zmiany ceny* - dochodzi tu jeszcze tzw. *ryzyko reinwestowania*, związane z reinwestycją odsetek; *Francis* (1991), *Fabozzi* (1995).

Równania (4.26) - (4.31) stanowią matematyczne sformułowanie *teorii preferencji płynności*. Z równań tych wynikają ważne - z punktu widzenia zastosowań praktycznych - wnioski:

* Krzywa dochodowości reprezentująca strukturę terminową stóp procentowych *spot* $\{r_{0t}, t=1,\dots,T\}$ jest jednoznacznie określona przez oczekiwane przez rynek roczne stopy procentowe *spot* r_t $(t=1,\dots,T)$ w kolejnych latach oraz przez parametry α_t $(t=1,\dots,T)$ wyrażające premie za utratę płynności w tych latach. Ze wzoru (4.31) mamy bowiem

$$r_{0t} = [(1+r_1)(1+r_2+\alpha_2)\times\cdots\times(1+r_t+\alpha_t)]^{1/t} - 1, \quad t=1,\dots,T, \tag{4.33}$$

  gdzie $r_1 = r_{01}$ - z definicji, $\alpha_t > 0, t=2,\dots,T$.

* Z powyższego wynika, że krzywe dochodowości wyznaczone przy spełnieniu założeń *teorii preferencji płynności* będą przebiegały zawsze powyżej krzywych dochodowości wyznaczonych zgodnie z *teorią powszechnych oczekiwań*. Nie zależy to przy tym od kształtu analizowanych krzywych. Zjawisko to interpretuje się następująco.

* W ramach *teorii preferencji płynności* uważa się, że dla danego rynku finansowego obiektywnie istnieją krzywe dochodowości wyznaczone tylko na podstawie oczekiwanych rocznych stóp procentowych *spot* r_t $(t=1,\dots,T)$ tak, jak ujmuje to *teoria powszechnych oczekiwań*. Krzywe te nie są jednak bezpośrednio mierzalne (czy też identyfikowalne), tj. nie można ich bezpośrednio wyznaczyć na podstawie rentowności do wykupu r_{0t} obligacji czysto-dyskontowych. W związku z tym krzywe te nazywane są niekiedy *niejawnymi krzywymi dochodowości* (*implicite yield curves*). Natomiast to co bezpośrednio obserwujemy w praktyce, wyznaczając bieżące stopy procentowe *spot* r_{0t} $(t=1,\dots,T)$, to krzywe dochodowości zależne nie tylko od oczekiwanych obecnie przyszłych rocznych stóp procentowych r_t $(t=1,\dots,T)$, ale również i od premii płynności α_t.

Tak więc addytywne oddziaływanie parametru α_t na oczekiwane roczne stopy r_t daje w wyniku określony kształt rzeczywiście obserwowanej krzywej dochodowości, co wynika bezpośrednio ze wzoru (4.33). W tym też sensie *teoria preferencji płynności* jest pewnym uogólnieniem *teorii powszechnych oczekiwań*.

Z przedstawionego powyżej opisu wynika również jasno dlaczego w ogólnym przypadku - roczne stopy procentowe *forward* f_t, które zawsze możemy wyliczyć, o ile znamy strukturę terminową stóp procentowych *spot* TS, tj. z (4.4)

$$f_t = \frac{(1+r_{0t})^t}{[1+r_{0(t-1)}]^{t-1}} - 1 \quad \text{dla} \quad t = 2,\dots,T; \quad f_1 = r_{01}, \tag{4.34}$$

nie są tożsame z oczekiwanymi rocznymi stopami procentowymi *spot* r_t.

Tak więc roczne stopy procentowe *forward* nie odzwierciedlają dokładnie oczekiwań dotyczących przyszłego poziomu stóp procentowych r_t; por. również *Sławiński* (1996). Konieczność uwzględnienia parametrów płynności α_t $(t = 2,\dots,T)$ w celu określenia oczekiwanych (a więc przyszłych) rocznych stóp procentowych r_t na podstawie znajomości bieżącej postaci struktury terminowej TS, w znaczny sposób komplikuje to zagadnienie. Sprawa identyfikacji - dla danego rynku finansowego - parametrów płynności α_t nie jest bowiem prosta; *Fama* (1976, 1984), *Dobson* et.al. (1976).

Teoria preferencji środowiskowych:

Teoria preferencji środowiskowych (*the preferred habitat theory*) stanowi dalsze uogólnienie teorii preferencji płynności. Matematyczne sformułowanie tej teorii jest podobne jak w przypadku teorii preferencji płynności z tym, że obecnie parametry α_t mogą przybierać zarówno dodatnie, jak i ujemne wartości. Mamy zatem

$$f_t = r_t + \alpha_t; \qquad \forall t = 2,3,\dots,T, \tag{4.34}$$

$$f_1 = r_1 = r_{01}; \qquad \text{dla} \quad t=1 \quad , \tag{4.35}$$

gdzie α_t - parametry o dowolnym znaku.

Zakładamy również, że wartości α_t $(t = 2,\dots,T)$ mogą się zmieniać z upływem czasu bieżącego $\tau = 1,2,3,\dots$, tj.

$$\alpha_t(\tau) = Var(\tau); \qquad t = 2,\dots,T, \tag{4.36}$$

gdzie przez $Var(\cdot)$ oznaczono symbolicznie zmienność względem określonego argumentu.

Zależność parametrów α_t od upływu czasu bieżącego τ - w niektórych okresach parametry te mogą być dodatnie, a w niektórych okresach ujemne - jest więc podstawowym czynnikiem odróżniającym teorię preferowanego środowiska od teorii preferencji płynności. W teorii preferencji płynności zakładaliśmy bowiem, że parametry premii płynności α_t są stałe i dodatnie w całym analizowanym horyzoncie czasowym. W teorii tej wartości α_t można więc było uważać za pewną niezmienną cechę analizowanego rynku finansowego.

W teorii preferowanego środowiska, analogicznie jak poprzednio, ze wzorów (4.34), (4.35) oraz (4.13) otrzymamy

$$(1+r_{0t})^t = (1+r_1)(1+r_2+\alpha_2)\times\cdots\times(1+r_t+\alpha_t) \tag{4.37}$$

oraz

$$r_{0t} = [(1+r_1)(1+r_2+\alpha_2)\times\cdots\times(1+r_t+\alpha_t)]^{1/t} - 1, \quad t = 1,\ldots,T, \tag{4.38}$$

gdzie $r_1 = r_{01}$ oraz $\alpha_t = \alpha_t(\tau)$.

W *teorii preferencji środowiskowych* utrzymuje się, że założenie o przeważającym wpływie inwestorów krótkoterminowych na analizowany rynek finansowy - wcale nie musi być spełnione. A mianowicie twierdzi się, że preferencje inwestorów co do horyzontu inwestycyjnego wynikają ściśle z terminów zapadalności ich zobowiązań (*liabilities*). Ponadto zakłada się, że struktura terminowa tych zobowiązań może być zmienna, co matematycznie można wyrazić wprowadzając zależność parametru α_t od czasu bieżącego $\tau = 1,2,3,\ldots$; tj. $\alpha_t = \alpha_t(\tau)$. Tak więc na analizowanym rynku występują równie często inwestorzy długoterminowi jak i krótkoterminowi, przy czym każda z powyższych grup inwestorów preferuje inne terminy zapadalności zobowiązań. Funkcjonują oni niejako we własnym otoczeniu czy też „środowisku" - stąd taż nazwa omawianej teorii; *Modigliani*, *Sutch* (1966). Teoria ta wiąże się z założeniem określonej segmentacji rynku finansowego. Wynika stąd bezpośrednio, że parametry premii α_t nie tylko nie muszą rosnąć wraz ze wzrostem terminów zapadalności $t = 1,\ldots,T$, a przyjmują one wręcz często wartości ujemne - w zależności od dominacji w danym okresie rozpatrywanego segmentu rynku.

W okresach, gdy na analizowanym rynku dominują inwestorzy krótkoterminowi zachodzi - podobnie jak w przypadku teorii preferencji płynności -

$$(1+r_{0t})^t > (1+r_1)(1+r_2)\times\ldots\times(1+r_t). \tag{4.38}$$

Wprowadzając dodatnie wartości parametrów premii płynności - tj. $\alpha_t(\tau) > 0$, otrzymamy więc równość (4.37).

Natomiast w okresach, w których dominują inwestorzy długoterminowi, mamy sytuację wręcz przeciwną; a mianowicie

$$(1+r_{0t})^t < (1+r_1)(1+r_2)\times\ldots\times(1+r_t). \tag{4.39}$$

Wynika to bezpośrednio stąd, że duży w tym przypadku popyt na wieloletnie obligacje czysto-dyskontowe powoduje spadek ich ceny, a tym samym i wzrost ich rentowności do wykupu r_{0t}. Równanie (4.25) - obowiązujące w ramach teorii czystych oczekiwań przestaje być w obecnej sytuacji prawdziwe i mamy nierówność (4.39). Po wprowadzeniu ujemnych wartości parametrów α_t; tj. $\alpha_t(\tau) < 0$, nierówność (4.39) można sprowadzić do równania (4.37).

Zgodnie z teorią preferowanych środowisk obserwowana krzywa dochodowości może być zarówno rosnąca (*upward sloping*), malejąca (*downward sloping*), płaska (*flat*) jak i też może ona przybierać kształt łukowaty (*hump-shaped*), przy czym każdy z tych wariantów jest traktowany jako pewien stan naturalny. Zależy to zarówno od bieżących oczekiwań co do przyszłych rocznych stóp procentowych r_t, jak i od parametru premii α_t $(t = 1,\ldots,T)$, który zależnie od sytuacji może przybierać zarówno wartości dodatnie jak i ujemne. Parametr ten zmienia się z upływem czasu bieżącego τ i w zależności od kombinacji wartości tego parametru oraz oczekiwań co do przyszłych stóp r_t - powoduje to określony kształt krzywej dochodowości.

Na przykład, gdy parametr α_t jest rosnący dla rosnących terminów zapadalności $t = 1,\ldots,T$ (dominacja inwestorów krótkoterminowych), a co więcej, oczekiwane przez rynek przyszłe roczne stopy procentowe r_t tworzą również ciąg rosnący - obserwowana w chwili bieżącej krzywa dochodowości będzie miała charakter wzrostowy. Natomiast w przypadku przeciwnym, gdy wartości parametru α_t są coraz bardziej ujemne wraz ze wzrostem okresu t (dominacja inwestorów długoterminowych) i jednocześnie oczekiwane roczne stopy r_t są malejące - krzywa dochodowości będzie miała charakter spadkowy. Natomiast w sytuacji innych możliwych kombinacji ciągów α_t, r_t $(t = 1,\ldots,T)$, obserwować będziemy pewne pośrednie (dosyć zróżnicowane) kształty krzywej dochodowości. Zjawisko to można by zilustrować szeregiem przykładów obliczeniowych; por. *Jakubowski* (1996).

W odróżnieniu od teorii preferencji płynności, gdzie stały parametr α_t był interpretowany jako *premia* (dla inwestorów krótkoterminowych) *za utratę płynności*, w przypadku teorii preferencji środowiskowych - zmienny w czasie bieżącym parametr $\alpha_t(\tau)$ - może być traktowany jako *premia za zmianę preferowanego segmentu rynku*.

A mianowicie, w ramach rozpatrywanej teorii zakłada się, że inwestorzy dla których horyzont czasowy będących w ich posiadaniu instrumentów finansowych (aktywów) jest odpowiednio dopasowany do terminów zapadalności ich zobowiązań (pasywów) - znajdują się w sytuacji najmniejszego ryzyka. Dlatego też ich strategie inwestycyjne są ściśle związane z preferencją określonych okresów inwestycyjnych. W związku z tym na analizowanym rynku finansowym kształtuje się określona struktura popytu na zarówno krótko- jak i długoterminowe instrumenty finansowe, np. obligacje. A zatem cena tych instrumentów - a więc i ich rentowność - jest również w pewien sposób określona. Podstawowym założeniem omawianej teorii jest to, że zmiana horyzontu czasowego inwestorów z pozycji długoterminowej na krótkoterminową (lub odwrotnie) jest możliwa tylko pod warunkiem, że zmiana ta byłaby wynagrodzona odpowiednio wysoką stopą zwrotu z tak dokonanej reinwestycji.

Ujmując to nieco inaczej, warunkiem koniecznym aby nastąpiło „przesunięcie" inwestorów z ich preferowanych pozycji - a więc „przemiana" inwestorów długoterminowych w inwestorów krótkoterminowych bądź odwrotnie - jest istnienie odpowiednio wysokiej premii za ową zmianę ich strategii inwestycyjnej. Powstaje pytanie co może być źródłem takiej premii. Otóż źródłem tym może być po prostu zbyt mały popyt na instrumenty finansowe o określonych terminach zapadalności. Na przykład, jeżeli na rozpatrywanym rynku istnieje zbyt wiele (w stosunku do popytu) firm emitujących obligacje długoterminowe, to ceny tych obligacji muszą być dostatecznie niskie aby zachęcić inwestorów krótkoterminowych do ich zakupu. Dostatecznie niskie ceny oznaczają odpowiednio wyższą rentowność - a zatem ta właśnie nadwyżka rentowności stanowi omawianą „premię". W sytuacji przeciwnej - gdy na rynku zbyt wiele instytucji pragnie wyemitować obligacje krótkoterminowe, a jednocześnie na obligacje te nie ma zbyt dużego popytu (przewaga inwestorów długoterminowych) to obligacje te powinny charakteryzować się odpowiednio niższą ceną, a więc wyższą rentownością. Na skutek rynkowych procesów dostosowawczych pojawia się więc ponownie „premia", tym razem w odniesieniu do instrumentów krótkoterminowych.

Teoria segmentacji rynku:

W teorii segmentacji rynku (*market segmentation theory*) wychodzi się z założenia, że każdy rynek finansowy podzielony jest na rozłączne segmenty określone przez terminy do wykupu rozpatrywanych w ramach tych segmentów wierzycielskich instrumentów finansowych (np. obligacji). Teoria ta, po raz pierwszy sformułowana przez *Culbertsona* (1957), powstała w wyniku obserwacji zachowań podstawowych podmiotów funkcjonujących na danym rynku; a więc inwestorów dokonujących zakupu obligacji jak też emitentów tych papierów wartościowych. Otóż stwierdzono, że zarówno jedni jak i drudzy mają ściśle określone preferencje co do ich horyzontu inwestycyjnego i wydaje się, że preferencje te są zupełnie niezależne od poziomu bieżącej rentowności do wykupu *YTM* papierów wartościowych o różnych terminach zapadalności.

Sytuacja jest więc podobna do założeń omówionej poprzednio *teorii preferencji środowiskowych* z tym, że obecnie zakładamy, że podstawowe podmioty rynku pozostają w preferowanych przez nich segmentach tego rynku niezależnie od wartości „premii", jaką mogliby zrealizować kupując obligacje o innym (niż preferowany) terminie do wykupu. Innymi słowy nie ma takiej premii wynikającej z możliwości przyrostu rentowności inwestycji, która skłoniłaby inwestorów do zmiany zajmowanych przez nich pozycji. W przypadku *teorii preferencji środowiskowych* było to możliwe - o ile tylko wspomniana premia α_t była wyższa od pewnej wartości progowej ustalanej każdorazowo przez rynek.

Istnieją następujące powody, dla których założenia teorii segmentacji rynku mogą być spełnione (*Francis* 1991):

(i) Zadana struktura czasowa zobowiązań finansowych (tj. pasywów) inwestorów powoduje, że dopasowują oni terminy wykupu swych aktywów (tj. kupowanych przez nich obligacji) z terminami zapadalności zobowiązań. Jest to przyczyną tego, że inwestorzy pozostając w wybranych segmentach rynku uważają, że taka sytuacja jest dla nich najbardziej bezpieczna z punktu widzenia ryzyka inwestycyjnego. Mając dopasowane terminy zapadalności zobowiązań (*liabilities*) do terminów do wykupu aktywów (*assets*), immunizują oni w określony sposób swoje portfele inwestycyjne ze względu na ryzyko rynkowe i to jest właśnie ich podstawowym celem. Dla inwestorów tych maksymalizacja bieżącego zysku, wynikającego z możliwej realokacji zasobów w kierunku zmiany okresów inwestycji - ma minimalne znaczenie; a najczęściej - w ogólne nie jest brana pod uwagę.

(ii) W poszczególnych krajach istnieją przepisy prawne (tzw. *legal lists*), które w istotny sposób ograniczają zbiór strategii inwestycyjnych takich podmiotów rynku finansowego jak banki, różnego rodzaju otwarte lub zamknięte fundusze powiernicze, fundusze emerytalne czy też firmy ubezpieczeniowe. W wyniku działania owych regulacji prawnych, horyzont inwestycyjny tych podmiotów jest w dużym stopniu „odgórnie" narzucony i w związku z tym ogranicza się on do określonych segmentów rynku finansowego.

(iii) Duże koszty zdobywania i przetwarzania różnorodnej informacji dotyczącej funkcjonowania rynku finansowego w danym kraju lub też rynków międzynarodowych powodują, że inwestorzy pozostają w wybranych przez siebie - najlepiej im znanych - segmentach rynku.

(iv) Istnieje cały szereg bliżej nie określonych motywów, dla których wybrane segmenty rynku finansowego są silniej preferowane od innych. Motywy te nie podlegają żadnej formalizacji - to jest nie wynikają one z jakichkolwiek teorii rynkowych ani też nie są uwarunkowane żadnymi przepisami prawnymi.

Z powyższych faktów można wysnuć wniosek, że o ile *teoria segmentacji rynku* jest prawdziwa, to każdy analizowany rynek jest w dużym stopniu nieefektywny z punktu widzenia wyceny obligacji. Wynika to z założonej segmentacji rynku co powoduje, że istnieją w tych warunkach pewne naturalne przeszkody w przepływie kapitału pomiędzy oddzielonymi od siebie segmentami. Każdy segment rynku wypełniony jest więc przez określone grupy inwestorów, którzy przekonani są (bądź też są oni do tego zobligowani), że muszą oni inwestować w obligacje o określonym terminie do wykupu, niezależnie od dodatkowych korzyści jakie byłyby możliwe do osiągnięcia przy zmianie horyzontu inwestycyjnego. W ten sposób w każdym segmencie rynku funkcjonują obligacje o tym samym (lub zbliżonym) terminie do wykupu, a rentowności obligacji pochodzących z różnych segmentów - nie zależą od siebie. Poprzednio omówione teorie wykluczały taką sytuację (por. również *Jajuga* 1996). Wynika stąd, że stopy dochodu dla obligacji o tym samym terminie do wykupu kształtowane są wyłącznie przez popyt i podaż na te obligacje, rozpatrywane w ramach określonego segmentu rynku.

Uogólniając to stwierdzenie można powiedzieć, że w myśl teorii segmentacji *rynkowe stopy procentowe zależą tylko i wyłącznie od relacji popytu i podaży kapitału pożyczkowego w rozpatrywanym segmencie rynku finansowego*. Tak więc w przypadku, gdy pewne dodatkowe fundusze wpłyną do krótkoterminowego segmentu analizowanego rynku, to inwestorzy funkcjonujący w tym segmencie zaczną kupować obligacje krótkoterminowe pozbywając się w ten sposób „gorącego pieniądza". Spowoduje to zwiększony popyt na te obligacje, a tym samym i wzrost ich ceny rynkowej. Spadnie więc rentowność do wykupu $r_{0t} = YTM$ krótkoterminowych obligacji czysto-dyskontowych a to oznacza, że rynkowe stopy krótkoterminowe obniżą swą wartość. Tak więc struktura terminowa rynkowych stóp procentowych będzie charakteryzowała się rosnącą krzywą dochodowości nie z powodu określonych oczekiwań co do przyszłych rocznych stóp procentowych r_t czy też z powodu określonej wartości premii płynności α_t $(t = 1,...,T)$ - lecz wynikać to będzie z określonego napływu funduszy do krótkoterminowego segmentu rynku.

Oznacza to, że w myśl *teorii segmentacji*, zarówno krótko- jak i długoterminowe rynkowe stopy procentowe *spot* r_{0t} są pewnymi stopami równowagowymi, wynikającymi z określonego popytu i podaży kapitału pożyczkowego napływającego do analizowanego segmentu rynku. Stopy te determinują określony kształt krzywej dochodowości *TS* obserwowanej w danej chwili bieżącej τ.

4.4. Ryzyko losowych zmian struktury terminowej stóp procentowych

Przedstawimy teraz interpretację ryzyka zmienności rynkowych stóp procentowych z punktu widzenia omówionych w poprzednim punkcie teorii kształtowania się struktury terminowej tych stóp. W tym celu zestawimy łącznie podstawowe równania matematyczne tych teorii z uwypukleniem zależności poszczególnych zmiennych i parametrów tych równań od upływu czasu bieżącego $\tau = 1,2,3,...$. Mamy zatem:

Teoria powszechnych oczekiwań:

Z (4.26) mamy

$$r_{0t}(\tau) = \{[1+r_1(\tau)][1+r_2(\tau)]\times\cdots\times[1+r_t(\tau)]\}^{1/t} - 1, \tag{4.40}$$

przy czym $r_1(\tau) = r_{01}(\tau)$.

Teoria preferencji płynności:

Z (4.33) mamy

$$r_{0t}(\tau) = \{[1+r_1(\tau)][1+r_2(\tau)+\alpha_2]\times\cdots\times[1+r_t(\tau)+\alpha_t]\}^{1/t} - 1, \tag{4.41}$$

przy czym $r_1(\tau) = r_{01}(\tau)$; $\alpha_t = const(\tau)$, $\forall t = 2,...,T$.

Teoria preferencji środowiskowych:

Z (4.37) mamy

$$r_{0t}(\tau) = \{[1+r_1(\tau)][1+r_2(\tau)+\alpha_2(\tau)]\times\cdots\times[1+r_t(\tau)+\alpha_t(\tau)]\}^{1/t} - 1, \quad (4.42)$$

przy czym $r_1(\tau) = r_{01}(\tau)$.

Mając na uwadze, że struktura terminowa rynkowych stóp procentowych $TS(\tau)$ jest, dla danej chwili bieżącej $\tau = 1,2,3,...$, jednoznacznie określona przez zbiór stóp procentowych *spot* $\{r_{0t}(\tau); t = 1,...,T\}$, z przedstawionych powyżej zależności (4.40) - (4.42) wypływają następujące wnioski.

* Zarówno w przypadku, gdy na analizowanym rynku finansowym spełnione są założenia *teorii powszechnych oczekiwań* jak i *teorii preferencji płynności* - losowość zmian struktury terminowej $TS(\tau)$ z upływem czasu bieżącego τ wynika wyłącznie z niespodziewanych zmian w oczekiwaniach inwestorów co do przyszłych rocznych stóp procentowych $r_t(\tau)$. Zmiany tych oczekiwań wynikają na ogół z szeregu, często losowych wydarzeń gospodarczych (o charakterze zarówno lokalnym jak i ogólnoświatowym) jak i też z określonych wydarzeń politycznych (np. wynik wyborów do parlamentu, zmiana rządu). Losowość tych zmian, a co za tym idzie losowość oczekiwań inwestorów wyrażających się określonymi wartościami prognozowanych (czy też spodziewanych) stóp procentowych $r_t(\tau)$ jest wyłącznym czynnikiem losowości, a więc ryzyka rynkowych stóp procentowych *spot* r_{0t}; $t = 1,...,T$.

Nie ma w sformułowaniu powyższego wniosku żadnej różnicy pomiędzy teorią powszechnych oczekiwań a teorią preferencji płynności, bowiem w ramach tej drugiej teorii zakłada się, że parametry premii płynności α_t nie zależą od upływu czasu bieżącego τ. Jak już wspomniano, stałość (przynajmniej w długim okresie) parametrów α_t oznacza założenie pewnej stabilności analizowanego rynku finansowego; parametry α_t $(t = 2,...,T)$ są więc pewną niezmienniczą cechą tego rynku.

* W przypadku *teorii preferencji środowiskowych* mamy już znacząco odmienną sytuację. A mianowicie, w ramach założeń tej teorii przyjmuje się, że współczynniki premii za zmianę preferowanego środowiska $\alpha_t(\tau)$ są funkcją czasu bieżącego τ. Oznacza to, że w pewnych okresach na rynku mogą dominować inwestorzy krótkoterminowi $(\alpha_t > 0)$ a w innych okresach - inwestorzy długoterminowi $(\alpha_t < 0)$. Mogą to być na przykład inwestorzy (uprzednio) krótkoterminowi, którzy na skutek wysokiej „premii" oferowanej przez rynek - zmienili swoje preferencje.

Tak więc zbiór parametrów premii $\{\alpha_t(\tau),\ t = 2,...,T\}$ determinuje w danej chwili *strukturę instytucjonalną rynku finansowego*, przy czym struktura ta może się zmieniać z upływem czasu bieżącego. Zmiana ta - wynikająca np. z nieoczekiwanego napływu zagranicznego kapitału krótko- bądź długoterminowego ma oczywiście w ogólnym przypadku charakter losowy.

A zatem, w ujęciu teorii preferencji środowiskowych, ryzyko rynkowych stóp procentowych, które utożsamiamy z losowością zmian struktury terminowej $TS(\tau)$ stóp procentowych *spot* - ma swe źródło w dwóch czynnikach:

- jest to ryzyko zmian oczekiwań inwestorów co przyszłych rocznych stóp procentowych $r_t(\tau)$;
- jak również, ryzyko to wynika z losowości zmian profilu rynku finansowego wyrażonego parametrami $\alpha_t(\tau)$.

Wynika to bezpośrednio z równania (4.42).

* *Teoria segmentacji rynku* jest z kolei pewnym przypadkiem szczególnym *teorii preferencji środowiskowych*.

W ramach tej teorii nie rozpatruje się w ogóle oczekiwanych rocznych stóp procentowych *spot* r_t. A mianowicie jak już wspomniano, zakłada się, że poziom bieżących stóp procentowych *spot* r_{0t} zależy wyłącznie od relacji pomiędzy popytem i podażą na pieniądz krótko- i długoterminowy. Poziom stóp procentowych r_{0t} w poszczególnych segmentach rynku (a więc stopy krótko-, średnio- i długoterminowe) nie ma więc nic wspólnego z oczekiwaniami rynku co do przyszłych stóp procentowych r_t. Definiowanie oczekiwanych rocznych stóp procentowych *spot* nie ma zatem - w myśl tej teorii - większego sensu.

Tak więc w ujęciu teorii segmentacji, *ryzyko rynkowych stóp procentowych* wynika wyłącznie z losowości zmian relacji popytu/podaży pieniądza pożyczkowego (*loanable funds*), w wydzielonych i odizolowanych od siebie segmentach rynku. A więc od tego - co nazwaliśmy poprzednio strukturą (czy też profilem) rozpatrywanego rynku finansowego.

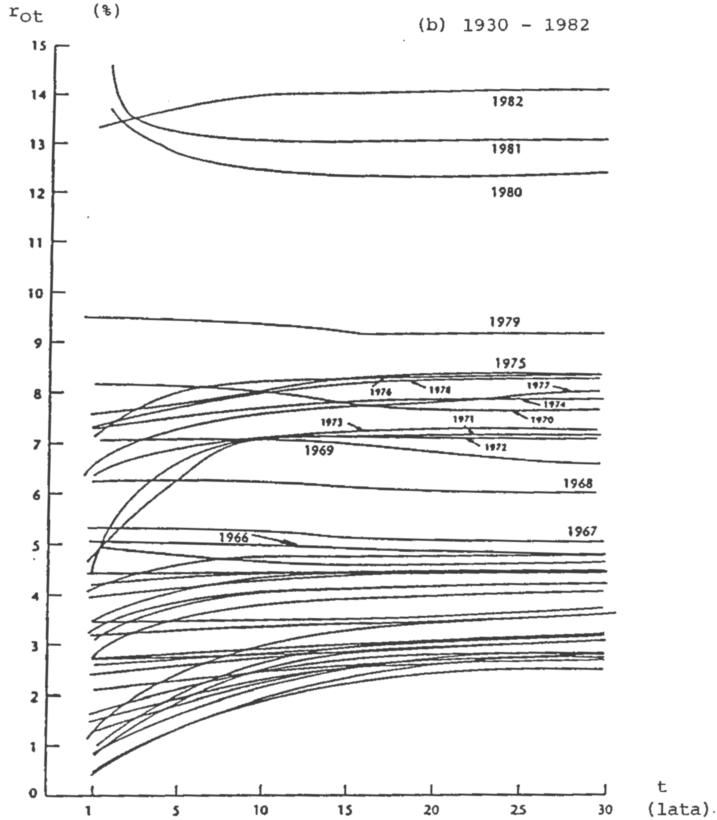
Wydaje się, że tak silne sformułowanie założeń teorii segmentacji rynku (przynajmniej w jej najczystszej postaci) - stoi w jawnej sprzeczności z obserwowanymi na codzień relacjami występującymi na rynkach finansowych, gdzie oczekiwania inwestorów odgrywają jednak zdecydowanie dużą rolę.

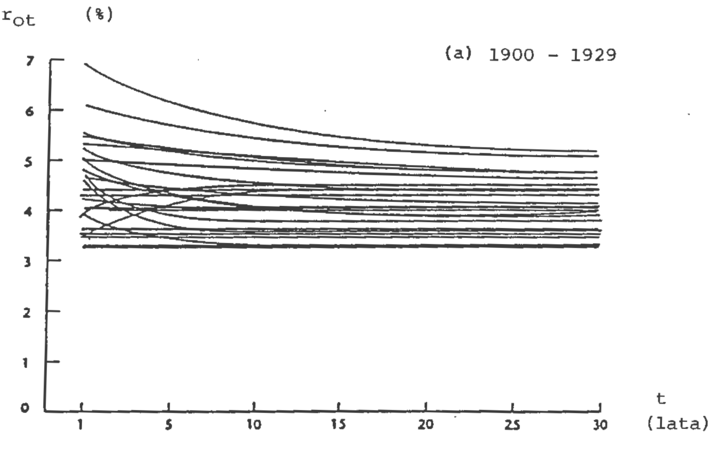
Z drugiej strony, sytuacja nie jest tak zupełnie oczywista. Na przykład, jak to ewidentnie ukazują badania empiryczne przeprowadzone na danych historycznych, krótkoterminowe stopy procentowe (dla horyzontu czasowego do jednego roku) charakteryzują się dużymi fluktuacjami wraz z upływem czasu bieżącego. Losowość tych fluktuacji, określanych w literaturze amerykańskiej terminem „*volatility*", jest porównywana do losowości położenia elektronów poruszających się po swych orbitach wokół jądra atomowego. Również ryzyko krótkoterminowych stóp procentowych (w zasadzie chodzi tu o stopy O/N - *over-night*) modeluje się za pomocą *procesu ruchu Browna*. Proces ten, sformułowany matematycznie jako proces Wienera o przyrostach niezależnych i jednorodnych, jest podstawą dla formułowania różnego typu modeli dynamiki stóp procentowych przedstawianych w postaci stochastycznych równań różniczkowych *Îto*; np. model Vasička, model Coxa, Ingersolla, Rossa i inne (por. *Weron* et.al., 1998).

Natomiast długoterminowe stopy procentowe zmieniają się bardzo wolno. Świadczyłoby to na korzyść *teorii segmentacji rynku*. Wiadomo bowiem, że największy wpływ na poziom stóp krótkoterminowych ma bieżąca polityka banku centralnego, który w krótkich okresach najsilniej oddziaływuje na relację między popytem a podażą pieniądza na rynku. Polityka ta jest zmienna w czasie, a to z kolei wpływa na losowość krótkoterminowych stóp procentowych. Zauważmy teraz, że zmiany te w znakomitej większości przypadków nie przenoszą się dla stóp dotyczących dłuższych terminów zapadalności. Dowodzi to więc istnienia pewnej segmentacji rynku; wpływ strategii banku centralnego na długoterminowe stopy procentowe jest bowiem znikomy bądź wręcz w ogóle nie ma miejsca. Może to świadczyć o tym, że przepływ funduszy pożyczkowych pomiędzy krótkoterminowym a długoterminowym segmentem rynku jest w dużym stopniu ograniczony. A jest to podstawowe założenie wspomnianej teorii (*Francis* 1991).

Z przedstawionych powyżej rozważań wynika, że *teoria preferencji środowiskowych* w zasadzie najpełniej opisuje dynamikę losowych zmian struktury terminowej stóp procentowych TS. Uwzględnia ona bowiem zarówno zmienne oczekiwania inwestorów co do przyszłych rocznych stóp procentowych r_t, jak i też - profil analizowanego rynku finansowego wyrażający się jego segmentacją. Warunkiem praktycznej użyteczności tej teorii jest jednak znajomość zarówno znaku jak i wartości bezwzględnej parametrów premii α_t $(t = 2,\ldots,T)$. Bowiem tylko wówczas na podstawie znajomości bieżącej *krzywej dochodowości* zadanej stopami procentowymi *spot* r_{0t} $(t = 1,\ldots,T)$, możemy dokonać oszacowań oczekiwanych przez rynek przyszłych rocznych stóp procentowych r_t. W przeciwnym przypadku, rozpatrywana teoria ma wyłącznie znaczenie opisowe; to znaczy nie jest ona w przedstawionym powyżej sensie - konstruktywna. Pewne wyniki badań empirycznych dotyczących wyznaczania parametrów premii α_t $(t = 2,\ldots,T)$ zamieszczono w cytowanej już pracy *Dobsona*, et.al. (1976). Zagadnienie to wymaga jednak dalszych badań.

W pracy *Wooda* (1993) dokonano szczegółowej analizy dynamiki zmian struktury czasowej stóp procentowych w USA w latach 1862-1982. Na rysunku 4.8 przedstawiono pochodzący z tej pracy wykres, obrazujący zmiany krzywej dochodowości określonej na podstawie rentowności do wykupu *YTM* amerykańskich obligacji przemysłowych o terminach zapadalności od 1 roku do 30 lat. Na *rysunku 4.8a* przedstawiono zmiany struktury czasowej stóp procentowych w latach 1900-1929, natomiast *rysunek 4.8b* dotyczy lat 1930-1982.





Rys. 4.8. Dynamika zmian struktury terminowej stóp procentowych w USA (a) okres 1900-1929, (b) okres 1930-1982. *Źródło*: Wood, 1993.

Każdy z prezentowanych wykresów dotyczy struktury określonej dla kolejnych lat z analizowanego okresu.

Jak można zauważyć, dynamika fluktuacji była dla krótkoterminowych stóp procentowych znacznie silniejsza niż w przypadku stóp długoterminowych. Ponadto malejąca krzywa dochodowości - jakkolwiek nazywana często w literaturze zachodniej mianem „*perversive*" lub „*inverted*" wcale nie stanowiła w świetle przedstawionych danych tak rzadkiego przypadku, jak to się zazwyczaj uważa. Występowała ona dosyć często na rynku amerykańskim w latach 1900-1929 oraz 1980-1981. Należy również zwrócić uwagę na gwałtowny skok stóp procentowych jaki nastąpił - dla wszystkich terminów zapadalności - w końcu lat siedemdziesiątych. Było to konsekwencją wcześniejszego upadku międzynarodowego porozumienia z *Bretton Woods* oraz wprowadzenia zmiennych kursów walutowych, w miejsce tzw. *kursów parytetowych* innych walut w stosunku do USD lub do złota.

* * *

Reasumując przedstawione powyżej rozważania, niezależnie od tego, która z analizowanych teorii struktury terminowej $TS(\tau)$ najpełniej opisuje dynamikę zmian stóp procentowych - można zidentyfikować dwa główne czynniki będące źródłem ryzyka tych stóp. A mianowicie,

- zmienność oczekiwań inwestorów co do przyszłych rocznych stóp procentowych *spot*; oraz
- zmienność relacji popytu i podaży pieniądza pożyczkowego w wydzielonych segmentach rynku.

Natomiast oddzielnym problemem jest to - na ile powyższe czynniki są skorelowane pomiędzy sobą oraz jaki jest wpływ tej korelacji na zmienność (a więc ryzyko) struktury terminowej stóp procentowych. Zagadnienia te wymagają dalszych badań.

4.5. Podsumowanie i wnioski

Dokonamy teraz krótkiego porównania analizowanych w poprzednich punktach teorii struktury terminowej stóp procentowych. Jak to podkreśla wielu autorów (*Elton*, *Gruber* 1995, *Haugen* 1993, *Fabozzi* 1995, *Francis* 1991) zagadnienie jednoznacznej oceny tych teorii z punktu widzenia ich użyteczności dla analizy i prognozowania kształtu krzywej dochodowości charakteryzującej dany rynek finansowy - jest zagadnieniem niesłychanie złożonym. Trudno wręcz kategorycznie stwierdzić która z tych teorii jest najbliższa rzeczywistości. Co więcej w literaturze przedmiotu podkreśla się, że odpowiedzi na to pytanie po prostu nie ma. Teorie te należałoby - zależnie od sytuacji traktować bądź komplementarnie bądź naprzemiennie.

W świetle dotychczas opublikowanych wyników badań można stwierdzić, że w pewnych okresach rozwoju rynku każda z rozpatrywanych teorii może obowiązywać jednocześnie, przy czym wpływ tych teorii będzie różny w zależności od analizowanego segmentu krzywej dochodowości.

Teoria segmentacji rynku (Culbertson, 1957) zdobyła sobie dużą popularność wśród praktyków rynku finansowego np. dealerów, doradców funduszy inwestycyjnych itp. Również w artykułach codziennej prasy ekonomicznej zawarta jest - często w sposób podświadomy - wiara w spełnienie założeń tej teorii. Natomiast w zaawansowanych pracach badawczych z dziedziny teorii stóp procentowych uważa się, że założenie co do ścisłej segmentacji rynków finansowych jest zbyt restrykcyjne. To znaczy twierdzi się, że wpływ segmentacji rynku na kształtowanie się *struktury terminowej stóp procentowych* niewątpliwie istnieje. Jest on jednak w dłuższych okresach niwelowany przez inwestorów, którzy nie mając określonych preferencji co do horyzontu czasowego inwestycji, kierują się w swych strategiach zasadą maksymalizacji bieżącego zysku, realizowaną poprzez arbitraż cenowy. Tak więc *teoria segmentacji rynku* może być tylko traktowana jako pewien dodatek - czy też uzupełnienie - innych teorii struktury terminowej stóp procentowych.

Podstawową wadą teorii ścisłej segmentacji rynku jest to, że nie wyjaśnia ona dokładniej dlaczego krzywa dochodowości rozpatrywana w odpowiednio szerokim spektrum terminów zapadalności zobowiązań jest w niektórych okresach rosnąca, a w innych zaś - malejąca. Co prawda zawsze można powiedzieć, że jest to wynikiem określonej struktury popytu i podaży krótko- i długoterminowych funduszy pożyczkowych, która to struktura zmienia się w czasie, a stąd i różny kształt analizowanej krzywej - jednak stwierdzenie to nie jest do końca uzasadnione. Co więcej nie znajduje ono wyraźnego potwierdzenia w badaniach empirycznych. Znacznie lepiej zjawisko to wyjaśnia *teoria powszechnych oczekiwań*, uzupełniona ewentualnie elementami *teorii preferencji płynności* lub *teorii preferencji środowiskowych*.

Chodzi w tym przypadku o to, że gdyby kształt krzywej dochodowości miał być wyłącznie wyjaśniany za pomocą teorii segmentacji rynku - to krzywa ta powinna być „falista". W rzeczywistości tak jednak nie jest. Jak to podkreślono w pracy *Sławińskiego* (1996), zwiększanie się płynności poszczególnych cząstkowych rynków finansowych i zwiększanie się wskutek tego roli spekulacji, jako siły scalającej je w jeden zintegrowany rynek, sprawiło, że w przypadku krajów wysoko rozwiniętych teoria segmentacji rynków przestała być aktualna. Teoria ta została zastąpiona przez teorię preferencji środowiskowych, która stała się w pewien sposób pomostem pomiędzy ideą segmentacji rynku a różnymi odmianami teorii oczekiwań (por. rys. 4.9).

Teoria powszechnych oczekiwań jest jak dotąd najlepiej udokumentowana, jeżeli chodzi o wyniki badań na danych historycznych. Teoria ta została po raz pierwszy sformułowana przez *I. Fishera* (1930), jednego z pionierów badań nad procesami inflacyjnymi; natomiast bardziej uporządkowaną postać tej teorii podał *F.A. Lutz* (1940). Współcześnie teoria ta była przedmiotem obszernych badań *Coxa*, *Ingersolla* i *Rossa* (1981), tzw. model CIR; autorzy ci podali i dokonali interpretacji kilku odmian tej teorii; mówi się nawet w tym przypadku o „nowoczesnej" lub „neo-klasycznej" teorii oczekiwań (*modern expectations theory*).

Jak już wspomnieliśmy , w celu modelowania dynamiki zmian rynkowych stóp procentowych stosuje się obecnie teorię stochastycznych równań różniczkowych *Îto*. Oprócz modelu CIR, opracowań takich powstało znacznie więcej; najbardziej znane z nich to model Vasička, Ho-Lee, Blacka-Karasińskiego oraz najbardziej ogólny - model Heatha, Jarrowa, Mortona (HJM). Z wymienionych modeli, szczególnie opracowany w 1992 roku model HJM stanowił znaczny postęp w tej dziedzinie. W podejściu tym cała krzywa dochodowości (tj. dla całego horyzontu [0,T]) została uznana na zmienną stanu; w przeciwieństwie do poprzednich modeli - będących tzw. modelami jedno-wskaźnikowymi; por. *Weron* et.al. (1998), *Gątarek, Maksymiuk* (1998).

Z kolei *teoria preferencji płynności* stanowi dosyć istotne uogólnienie założeń klasycznej *teorii powszechnych oczekiwań*; Teoria ta została po raz pierwszy sformułowana przez *J.R. Hicksa* (1946), który jako jeden z pierwszych poddał krytyce postulat, że stopy procentowe *forward* są kształtowane tylko i wyłącznie przez oczekiwane (przyszłe) roczne stopy procentowe *spot*. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że - jak dotąd - nie ma zbyt wielu badań potwierdzających tę teorię empirycznie. W jednej z najbardziej zaawansowanych prac z tego zakresu (*Fama*, 1984) stwierdzono, że efekt premii za utratę płynności jest najbardziej widoczny dla stóp procentowych dotyczących terminu wykupu do 1-go roku. Natomiast w przypadku długoterminowych stóp procentowych efekt premii płynności jest - według tej pracy - znikomy. Wynik taki można uznać za dosyć zaskakujący - intuicyjnie wydawałoby się, że powinno być raczej odwrotnie - co zresztą sugeruje sama teoria.

Inne prace empiryczne dotyczące efektu premii płynności to przede wszystkim prace *Dobsona* et.al. (1976) oraz *McCullocha* (1975); zagadnienie to wymaga jednak dalszych badań.

Teoria preferencji środowiskowych jest próbą dalszego uogólnienia teorii powszechnych oczekiwań i teorii preferencji płynności. W tym przypadku zakłada się, że parametr premii za zmianę preferowanego przez inwestorów segmentu rynku może mieć - w zależności od sytuacji - wartość zarówno dodatnią jak i ujemną. Zauważmy, że jest to próba połączenia podstawowych założeń *teorii segmentacji rynku* z *teorią oczekiwań*. Teoria ta jest mniej restrykcyjna niż teoria segmentacji, w myśl której przepływ inwestorów pomiędzy krótko- i długoterminowymi obszarami rynku nie jest możliwy. Zgodnie z teorią preferencji środowiskowych, preferowane przez inwestorów segmenty rynku istnieją - nie są one tylko całkowicie rozłączne. W teorii tej zaadaptowano również podstawowy czynnik, jaki brany jest pod uwagę w teorii oczekiwań. A mianowicie, stopy procentowe *forward* są w głównej mierze kształtowane przez oczekiwania rynku co do przyszłych rocznych stóp procentowych *spot*. Należy tylko jeszcze wziąć pod uwagę parametr premii za zmianę preferowanego środowiska inwestycyjnego.

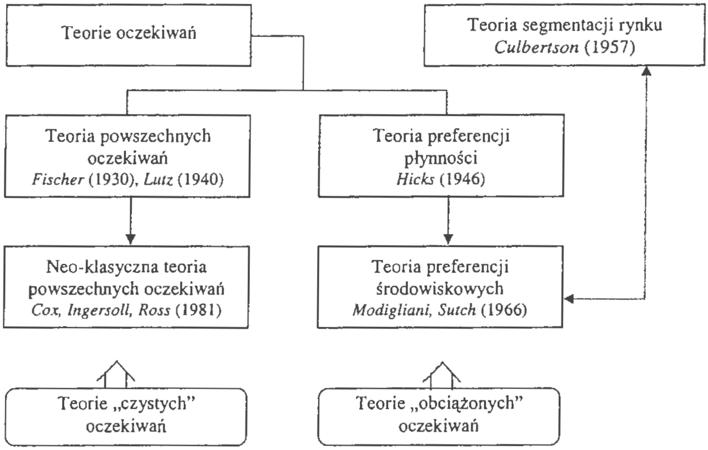
Podstawy *teorii preferencji środowiskowych* sformułowali *F. Modigliani* i *R. Sutch* (1966). Teoria ta jest jednak jeszcze mniej udokumentowana empirycznie niż *teoria preferencji płynności*. Pewne wyniki z tego zakresu zawiera cytowana już praca *S. Dobsona* et.al. (1976). Jednak dopóki nie sformułuje się usystematyzowanej metodologii wyznaczania parametru premii α_t za zmianę preferowanych przez inwestorów segmentów rynku, znaczenie praktyczne tej teorii pozostanie znikome. Będzie ona jedynie teorią umożliwiającą pewien - częściowo sformalizowany - jakościowy opis analizowanych zagadnień kształtowania się stóp procentowych.

Jak już wspomnieliśmy, różne teorie struktury terminowej stóp procentowych można również stosować naprzemiennie; na przykład, w zależności od rozpatrywanego cyklu rozwoju gospodarczego danego kraju. W stanach recesji lub też przeciwnie - ekspansji gospodarczej - duże znaczenie dla wyjaśnienia analizowanych zjawisk będzie miała na pewno *teoria powszechnych oczekiwań* w ujęciu klasycznym lub nowoczesnym; np. *model CIR* lub *model HJM*. Z kolei na etapach pośrednich - można również uwzględniać wpływ innych teorii. Wydaje się, że z tego samego powodu stosowalność poszczególnych teorii może być różna w zależności od poziomu rozwoju gospodarczego kraju, którego rynek finansowy jest przedmiotem badań.

Reasumując powyższe rozważania można stwierdzić, że - jakkolwiek trudno jest tu o całkowicie jednoznaczną ocenę - największe znaczenie dla wyjaśnienia kształtu krzywej dochodowości ma *teoria powszechnych oczekiwań*. Tezę tę można uzasadnić faktem, że większość badań empirycznych wskazuje na dominujący wpływ, jaki ma oddziaływanie określonych *oczekiwań inflacyjnych* na bieżący poziom rynkowych stóp procentowych (*Smith, Spudeck* 1993). Z kolei z przeprowadzonych rozważań wynika, że posługując się wspomnianą teorią można najpełniej wpływ ten wyjaśnić i uzasadnić. Oczywiście sformułowane powyżej stwierdzenie odnosi się w głównej mierze do krajów, w których wpływ inflacji na procesy gospodarcze jest w dostatecznym stopniu widoczny i przewidywalny (dotyczy to m.in. gospodarki polskiej). W krajach o niskim i stabilnym w czasie poziomie inflacji, wpływ oczekiwań inflacyjnych na poziom rynkowych stóp procentowych będzie na pewno mniejszy. Odpowiednio mniejsze będzie również w rozpatrywanym przypadku znaczenie *teorii powszechnych oczekiwań*.

* * *

Na zakończenie tego punktu przedstawimy schemat blokowy obrazujący powiązania analizowanych teorii struktury terminowej stóp procentowych. Schemat ten pokazano na rysunku 4.9. Jak wynika z przedstawionego schematu, dwa podstawowe nurty badań teoretycznych i zastosowaniowych nad strukturą terminową stóp procentowych to *teorie oczekiwań* i *teoria segmentacji rynku*. W ramach teorii oczekiwań wyróżnić można z kolei trzy teorie: teorię powszechnych oczekiwań, teorię preferencji płynności oraz teorię preferencji środowiskowych. Teorie te łączy ze sobą jeden element - a mianowicie przekonanie, że głównym czynnikiem oddziaływującym na stopy procentowe *forward* są rynkowe oczekiwania co do *przyszłych rocznych stóp procentowych spot*. W teorii powszechnych oczekiwań uważa się, że oczekiwania te są wyłączną przyczyną kształtowania się określonego poziomu stóp *forward*, a tym samym i całej struktury terminowej stóp procentowych. Teorię tę nazywa się często teorią „czystych" oczekiwań (*pure expectations theory*). Z kolei w teorii preferencji płynności i teorii preferencji środowiskowych zakłada się, że na wartość stóp procentowych *forward* oddziaływują dodatkowo pewne parametry premii. W pierwszym przypadku jest to premia za utratę płynności, natomiast w drugim - premia za zmianę preferowanego segmentu rynku. Dlatego też teorie te są nazywane niekiedy teoriami „obciążonych" oczekiwań (*biased expectations theories*); Fabozzi (1995).



Rys. 4.9. Teorie struktury terminowej stóp procentowych

* * *

Niezależnie od analizowanych powyżej teorii struktury terminowej, wprowadzony wcześniej wzór (4.13) obrazujący zależność pomiędzy bieżącymi stopami procentowymi *spot* r_{0t} oraz rocznymi stopami *forward* f_t jest zawsze prawdziwy. Wzór ten zapiszemy w postaci

$$(1+r_{0t})^t = (1+f_1)(1+f_2)\times\ldots\times(1+f_t), \quad \forall t = 1,\ldots,T, \tag{4.43}$$

jest często wykorzystywany w formułach wyceny różnych instrumentów finansowych; a w tym - obligacji.

Również na zakończenie powyższych rozważań, należy podkreślić wzajemną jednoznaczność bieżących stóp procentowych *spot* r_{0t} oraz rocznych stóp procentowych *forward* f_t. Wynika to bezpośrednio z porównania wzoru (4.43) oraz wzoru (4.4), tj.

$$f_t \stackrel{\Delta}{=} \frac{(1+r_{0t})^t}{[1+r_{0(t-1)}]^{t-1}} - 1, \quad \text{dla} \quad t = 2,\ldots,T, \tag{4.44}$$

przy czym $f_1 = r_{01}$ dla $t = 1$.

Przedstawione powyżej wzory (4.43) i (4.44) są oczywiście wzajemnie równoważne (por. punkt 4.1). Wynikają stąd następujące wnioski:

* Dysponując strukturą terminową *TS* bieżących stóp procentowych *spot* $\{r_{0t}, t=1,...,T\}$ potrafimy jednoznacznie określić „teoretyczne" wartości oczekiwanych rocznych stóp procentowych *forward* f_t; wynika to bezpośrednio ze wzoru (4.44). Strukturę terminową *TS* stóp procentowych *spot* identyfikujemy w tym przypadku na podstawie rentowności do wykupu r_{0t} czysto-dyskontowych obligacji skarbowych, będących przedmiotem obrotu na rynku transakcji „natychmiastowych" (tzw. rynek transakcji *spot*).

* Można również (zależnie od okoliczności) zastosować procedurę odwrotną. A mianowicie, identyfikując „empiryczne" wartości rocznych stóp procentowych *forward* f_t $(t=1,...,T)$, potrafimy wyznaczyć „teoretyczne" wartości stóp procentowych *spot* r_{0t} na podstawie wzoru (4.43). A tym samym, strukturę terminową *TS* tych stóp. Empiryczne wartości stóp procentowych *forward* f_t można zidentyfikować na podstawie kwotowań transakcji terminowych *futures* na czysto-dyskontowe obligacje skarbowe.

* Wyniki badań empirycznych potwierdzają, że wysokość stóp procentowych *forward* obowiązujących na rynkach terminowych - jest zbliżona do teoretycznych wartości stóp *forward* f_t, wynikających ze struktury terminowej *TS* bieżących stóp procentowych *spot* r_{0t}. Wynika to z występowania silnego arbitrażu cenowego, jaki występuje pomiędzy rynkami natychmiastowymi a rynkami terminowymi czysto-dyskontowych obligacji skarbowych. W Polsce, badania takie prowadzili *J. Osiński* i *A. Sławiński* (1993).

Z przedstawionych powyżej rozważań wynika, że oprócz struktury terminowej stóp procentowych *spot* $\{r_{0t}, t=1,...,T\}$ możemy również analizować strukturę terminową stóp procentowych *forward* $\{f_t, t=1,...,T\}$. Struktury te są bowiem sobie równoważne, niezależnie od rozpatrywanych teorii struktur terminowych stóp procentowych.

Struktury terminowe stóp procentowych *forward* są często przedmiotem badań w procesie wyceny instrumentów pochodnych na stopę procentową; *Weron* et.al. (1998).

* * *

LITERATURA

1. Adams A.T., Bloomfield D.S.F., Booth P.M., England P.D. (1993): *Investment Mathematics and Statistics*. Graham&Trotman, London.
2. Azoff E.M. (1994): *Neural Network Time Series Forecasting of Financial Markets*. Wiley, New York.
3. Bernstein J. (1996): *Cykle giełdowe*. WIG Press, Warszawa
4. Bernstein P.L. (1998): *Intelektualna historia Wall Street*. WIG - Press, Warszawa.
5. Bień W. (1992): *Rynek papierów wartościowych*. SK, Warszawa.
6. Bierwag G., Kaufman G., Toevs (Eds.) (1983): *„Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*". Greenwich, Conn., JAI Press.
7. Bierwag G. (1987): *Duration Analysis - Managing Interest Rate Risk*. Ballinger Publishing Company, Cambridge, Mass.
8. Burmeister E., Wall K., Hamilton J. (1986): Estimation of Unobserved Expected Monthly Inflation Using Kalman Filtering. *Journal of Business and Economic Statistics*, 4, April 1986, pp. 147-160.
9. Campbell J.Y. (1986): A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, March 1986, Vol. XLI, No. 1, pp. 183-193.
10. Carleton W.T., Cooper I.A. (1976): Estimation and Uses of the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, Vol. 31, pp. 1067-1083.
11. Carolan Ch. (1996): *Kalendarz spiralny*. WIG Press, Warszawa
12. Colby R.W., Meyers T.A. (1988): *The Encyclopedia of Technical Market Indicators*. Irwin, Burr Ridge - New York.
13. Coombs C.H., Dawes R.M., Tversky A. (1977): *Wprowadzenie do psychologii matematycznej*. PWN, Warszawa.
14. Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S. (1971): Duration and the Measurement of Basis Risk. *Journal of Business*, January 1971.
15. Cox J., Ingersoll J., Ross S. (1981): A Re-examination of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, September, pp. 769-799.
16. Culbertson J.M. (1957): The Term Structure of Interest Rates. *Quarterly Journal of Economics*. November, pp. 489-504.
17. Dahl H. (1993): A Flexible Approach to Interest-Rate Risk Management. In: Zenios S.A. (Ed.), *Financial Optimization*. Cambridge University Press, Cambridge.
18. Dattatreya R.E., Fabozzi F.J. (1995): *Active Total Return Management of Fixed-Income Portfolios*. Irwin.

19. De Groot M.H.: *Optimal Statistical Decisions*. Mc Graw-Hill, New York 1970.

20. Dobson S., Sutch R., Vanderford D. (1976): An Evaluation of Alternative Empirical Models for the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Finance*, September 1976.

21. Dobson S.W. (1978): Estimating term structure equations with individual bond data. *Journal of Finance*, March 1978, pp. 75-92.

22. El-Fattah Y.M., Foulard C. (1978): *Learning Systems-Decision, Simulation and Control*. Springer-Verlag, Berlin.

23. Elton E.J., Gruber M.J. (1995): *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. Wiley, New York, 5-th Ed.

24. Fabozzi F.J. (1993): *Fixed Income Mathematics*. Probus Pub. Comp., Chicago.

25. Fabozzi F.J. (1995): *Investment Management*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

26. Fabozzi F.J. (2000): *Bond Markets, Analysis and Strategies*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 4-nd ed..

27. Fama E.F. (1970): Efficient Capital Markets - A Review of Theory and Empirical Evidence. *Journal of Finance*, May 1970.

28. Fama E.F. (1975): Short-Term Interest Rates as Predictors of Inflation. *American Economic Review*, Vol.65, pp. 269-282.

29. Fama E.F. (1976): Forward Rates as Predictors of Future Spot Rates. *Journal of Financial Economics*, No.3, April.

30. Fama E.F. (1984): Term Premiums in Bond Returns. *Journal of Financial Economics*, December.

31. Fischer I. (1930): *The Theory of Interest*. Macmillan, New York.

32. Fisher D.E., Jordan R.J. (1995): *Security Analysis and Portfolio Management*. Prentice-Hall, 6-th ed.

33. Francis J.C. (1991): *Investments - Analysis and Management*. McGraw-Hill, New York, 5-th ed.

34. Frost A.J., Prechter R.R. (1995): *Teoria fal Elliota*. WIG Press, Warszawa

35. Fuller R.J., Farrell J.L. (1987): *Modern Investments and Security Analysis*. McGraw-Hill, New York.

36. Gann W.D. (1976): *How to Make Profits in Commodities*. Lambert-Gann, Washington.

37. Garbade K. (1986): „*Modes of Fluctuations in Bond Yields - an Analysis of Principal Components*". Technical Report, Bankers Trust Company, Money Market Center, New York, June 1986.

38. Garbade K. (1989): „*Polynomial Representations of the Yield Curve and its Modes of Fluctuations*". Bankers Trust Company, Money Market Center, New York, No. 53, July 1989.

39. Gątarek D., Maksymiuk R. (1998): *Wycena i zabezpieczenie pochodnych instrumentów finansowych.* K.E. Liber, Warszawa.

40. Gehm F. (1983): Who is R.N. Elliott and Why is He Making Waves. *Financial Analyst Journal*, January-February 1983.

41. Greń J.: *Gry statystyczne i ich zastosowania.* PWE, Warszawa 1972.

42. Grinold R.C., Kahn R.N. (1995): *Active Portfolio Management.* Irwin, 1995.

43. Gup B.E., Brooks R. (1997): *Zarządzanie ryzykiem stopy procentowej.* ZBP, Warszawa.

44. Haugen R.A. (1993): *Modern Investment Theory.* Prentice-Hall.

45. Hicks J.R. (1946): *Value and Capital.* Oxford University Press, Second Ed., London.

46. Hirschleifer J. (1965): Investment decisions under uncertainty - choice theoretic approach. *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 74, pp. 509-536.

47. Jajuga K., Jajuga T. (1996): *Inwestycje - instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa.* PWN, Warszawa.

48. Jakubowski A. (1994): *Przegląd instrumentów finansowych na rynkach światowych oraz w Polsce.* Raport IBS PAN, A 20.53, Warszawa 1994.

49. Jakubowski A. (1995): *Podstawowe własności obligacji i instrumentów pochodnych. Analiza rynku obligacji w kraju i zagranicą.* W: Metodologia planowania rozwoju strategicznego TP SA - etap II. (Praca zbiorowa), Raport IBS PAN - TP SA, Warszawa, lipiec 1995, Rozdz. 4.1-4.2, s. 107-145.

50. Jakubowski A. (1996): *Modelowanie struktury czasowej stóp procentowych.* Projekt badawczy KBN Nr PB 536/HO2/96/10 - G 37, IBS PAN, Warszawa, wrzesień.

51. Jakubowski A. (1997): *Ryzyko zmian stóp procentowych - zasady tworzenia zimmunizowanych portfeli inwestycyjnych.* Projekt badawczy KBN Nr PB 536/HO2/96/10 - G 37, Raport IBS PAN, Warszawa, luty.

52. Jones F.J. (1991): Yield Curve Strategies. *Journal of Fixed Income*, Sept. 1991, pp. 41-43.

53. Karpio A. (1995): Świat obligacji. *Gra na giełdzie*, Nr 6, Czerwiec 1995.

54. Kellison S.G. (1991): *The Theory of Interest.* Irwin, Homewood.

55. Kulikowski R., Bury H., Jakubowski A. (1995): *Analiza czynnikowa struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji w Polsce.* Raport IBS PAN, PSWD 5/95, Warszawa.

56. Kulikowski R., Bury H., Jakubowski A. (1996): *Analiza czynnikowa i modelowanie struktury czasowej stóp procentowych oraz inflacji z długim horyzontem.* Raport IBS PAN, PSWD 13/96, Warszawa.

57. LeBon G. (1994): *Psychologia tłumu.* PWN, Warszawa 1994.

58. Litterman R., Scheinkman J. (1991): Common Factors Affecting Bond Returns. *Journal of Fixed Income*, June 1991, pp. 54-61.

59. Lutz F.A. (1940): The Structure of Interest Rates. *Quarterly Journal of Economics*, November 1940, pp. 36-63.

60. Malkiel B.G. (1966): *The Term Structure of Interest Rates.* Princeton University Press, Princenton, N.J.

61. Markowitz H.M. (1959): *Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments.* Wiley, New York.

62. Markowitz H.M. (1987): *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets.* Basil Blackwell, New York.

63. McCulloch J.H. (1971): Measuring the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Business*, Jan. 1971, pp. 19-31.

64. McCulloch J.H. (1975): An Estimate of the Liquidity Premium. *Journal of Political Economy*, Vol. 83, pp. 95-119.

65. Modigliani F., Sutch R. (1966): Innovations in Interest Rate Policy. *American Economic Review*, May 1966, pp. 178-197.

66. Murphy J.J. (1995): *Analiza techniczna.* WIG Press, Warszawa.

67. Osiński J., Sławiński A. (1993): *Operacje futures a rynek papierów wartościowych.* Materiały i Studia NBP, Warszawa 1993.

68. Peters E.E. (1994): *Fractal Market Analysis.* Wiley, New York.

69. Peters E.E. (1997): *Teoria Chaosu a Rynki Kapitałowe.* WIG Press, Warszawa.

70. Plummer T. (1995): Psychologia rynków finansowych. WIG Press, Warszawa.

71. Pring M. (1991): *Technical Analysis Explained.* Mc Graw-Hill, New York.

72. Refens A.P. (1994): *Neural Networks in the Capital Markets.* Wiley, New York.

73. Roy A.D. (1952): Safety first and the holding of assets. *Econometrica*, Vol. 20, July, pp. 431-439.

74. Schwager J.D. (1995): *Fundamental Analysis.* Wiley, New York.

75. Sharpe W., Aleksander G.J., Bailey J.V. (1995): *Investments.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, 5-th ed.

76. Sierpińska M., Jachna T. (1994): *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*. PWN, Warszawa, Wyd. 2.

77. Sławiński A. (1996): *Krzywa dochodowości*. Materiały i Studia NBP, Zeszyt nr 62, Warszawa, październik 1996.

78. Smith S.D., Spudeck R.E. (1993): *Interest Rates - Principles and Applications*. The Dryden Press, Fort Worth.

79. Soroczyński S., Stachowicz J. (1994): *Kontrakty Futures i Opcje*. Kantor Wyd. Zakamycze, Kraków.

80. Szplit A., Osiak A. (1996): *Rady nadzorcze - zasady funkcjonowania*. Wyd. Szumacher, Kielce 1996.

81. Trippii R.R., Turban E. (1996): *Neural Networks in Finance and Investing*. Irwin, New York.

82. Vasicek A., Fong H.H. (1975): The Tax Adjusted Yield Curve. *Journal of Finance*, June 1975, pp. 811-830.

83. Weron A., Weron R. (1998): Inżynieria finansowa. WNT.

84. Wood J.H. (1993): Do yield curves normally slope up? W: S.D. Smith, R.E. Spudeck - *Interest Rates*, The Dryden Press, Fort Worth, pp. 143-153.

85. Zawadzka Z. (1995): *Ryzyko bankowe - ryzyko stopy procentowej i ryzyko walutowe*. Poltext, Warszawa.

86. Zeeman E.C. (1974): On the unstable behaviour of stock exchange. *Journal of Mathematical Economics*, 1.

87. Zenios S.A., Ed. (1993): *Financial Optimization*. Cambridge University Press, Cambridge.