

**Raport Badawczy**  
**Research Report**

**RB/32/2004**

**Metodologia zarządzania  
rozwojem oparta na wiedzy  
z uwzględnieniem ryzyka**

**R. Kulikowski**

**Instytut Badań Systemowych**  
**Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute**  
**Polish Academy of Sciences**



# **POLSKA AKADEMIA NAUK**

## **Instytut Badań Systemowych**

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:  
Prof. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2004

# METODOLOGIA ZARZĄDZANIA ROZWOJEM OPARTA NA WIEDZY Z UWZGLĘDNIENIEM RYZYKA

*Roman Kulikowski*

## 1. Wstęp

Jednym z ważnych obszarów badawczych w dziedzinie nauk systemowych jest wspieranie decyzji i zarządzanie wiedzą w systemach gospodarczych i społeczno-ekonomicznych.

Aby decyzje te, dotyczące wyboru optymalnych wariantów ze zbiorów alternatyw, mogły być oparte na ścisłej metodologii optymalizacyjnej trzeba przede wszystkim umieć sformułować jawną formę funkcji celu, zwaną funkcją użyteczności decydenta. Zagadnienie to nie jest sprawą prostą gdyż zależy od subiektywnych postaw decydentów, którymi w aspekcie behavioralnym (opisowym) interesują się głównie przedstawiciele nauk społecznych i psychologii. Zagadnieniem powyższym interesują się też niektórzy przedstawiciele nauk ścisłych. Wypada tu zwłaszcza podkreślić znaczenie pracy J. von Neumann'a i O. Morgenstern'a [15], w której wybór decyzji ekonomicznych oparto na aksjomatycznej koncepcji oczekiwanej użyteczności (expected utility) EU, będącej tzw. skalą interwałową (interval scale) użyteczności przedsięwzięć obarczonych danym prawdopodobieństwem sukcesu  $p$  lub ryzykiem niepowodzenia  $1-p$ . Ponieważ koncepcja EU była podważana przez niektórych badaczy L.J. Savage [13] wprowadził, w oparciu o nową aksjomatykę, koncepcję subiektywnej użyteczności (subjective, expected utility) SEU opartej na pojęciu subiektywnego prawdopodobieństwa sukcesu  $s$ . Badania eksperymentalne prowadzone przez psychologów (A. Tverskiego [14] oraz przez jego ucznia, noblistę D. Kahneman'a) potwierdziły słuszność koncepcji SEU chociaż jawna analityczna zależność pomiędzy prawdopodobieństwem obiektywnym ( $p$ ) i subiektywnym ( $s$ ) przez wiele lat pozostawała sprawą enigmatyczną. Innym niedostatkim koncepcji SEU

był brak definicji jednostek i numerycznych wartości dla ryzyka oraz SEU w konkretnych zastosowaniach.

Należy tu zauważyć, iż w praktyce finansowej od wielu lat rozpowszechniła się miara ryzyka rynkowego, zwana wartością ryzyka (value at risk)  $VaR$ , która pozwala ocenić ryzyko związane z inwestycją kapitału  $P$ , przy wariancji oczekiwanej stopy zwrotu ( $\sigma^2$ ) oraz danego kwantyla rozkładu funkcji gęstości prawdopodobieństwa ( $\kappa$ ), ze wzoru  $VaR = P\sigma\kappa$ . Metoda ta nie określa jednak jak jest związany kwantyl  $\kappa$  z subiektywnym stosunkiem do ryzyka ze strony inwestora, czyli z jego funkcją użyteczności. Instytucje finansowe takie jak np. Bazylejski Komitet Nadzoru Finansowego, apelują obecnie do pracowników nauki o opracowanie miary ryzyka operacyjnego, które towarzyszy zwykle ryzyku rynkowemu przy zarządzaniu firmami i instytucjami społeczno-ekonomicznymi.

Zapotrzebowanie na nową metodologię zarządzania, uwzględniającą różne formy ryzyka, występują zwłaszcza w następujących obszarach działalności:

- wdrożenie innowacji i nowych technologii,
- zarządzanie wiedzą i kapitałem intelektualnym,
- edukacja, której celem jest uniknięcie bezrobocia na rynku pracy,
- transport, służba zdrowia i bezpieczeństwo publiczne.

Należy także zauważyć, iż dla wspomagania działalności organizacji publicznych, rządowych i prywatnych w zakresie zarządzania ryzykiem powstają międzynarodowe stowarzyszenia złożone z przedstawicieli świata nauki, biznesu i polityki. Przykładem takiego stowarzyszenia może być „International Risk Governance Council” (IRGC), które powstało z inicjatywy rządu Szwajcarii, Departamentu Stanu USA i firm prywatnych ściśle współpracujących z Unią Europejską i OECD.

Celem tego stowarzyszenia, z którym Pracownia Wspomagania Decyzji w Warunkach Ryzyka IBS PAN nawiązała kontakt, jest wspomaganie rozwoju metodologii zarządzania ryzykiem systemowym (tj. obejmującym różne formy ryzyka) przez wymianą informacji oraz upowszechnienie tej metodologii wśród zainteresowanych krajów i organizacji zainteresowanych trwałym rozwojem i zarządzaniem wiedzą.

Problem wspomagania trwałego rozwoju (sustainable development) należy również do współczesnych wyzwań rozwojowych i jest propagowany wśród krajów Unii Europejskiej oraz ONZ. Problem ten polega zarówno na ocenie oraz wyborze alternatyw rozwojowych, z punktu widzenia polityki długofalowej (strategicznej), jak i ryzyka krótkoterminowych zagrożeń,

które mogą spowodować załamanie rozwoju gospodarczego oraz upadek firm i instytucji.

W celu efektywnej implementacji omawianych wyzwań rozwojowych, przedstawionych w formie deskryptywnej, potrzebne jest opracowanie nowoczesnej metodologii zarządzania normatywnego, opartej na jawnie sformułowanych funkcjach użyteczności oraz optymalizacji decyzji w formie numerycznej, umożliwiającej wykorzystanie systemów komputerowych.

Metodologię taką rozwijamy obecnie, opierając się na koncepcji dwuczynnikowej funkcji użyteczności (wprowadzonej w pracy R. Kulikowskiego [5-9]), którą można traktować jako rozwinięcie klasycznych koncepcji Von Neumann'a, Morgenstern'a, Savage'a i Tverskiego. Zgodnie z tą koncepcją użyteczność (zwana użytecznością trwałego rozwoju *UTR*) jest funkcją dwóch czynników z których pierwszy charakteryzuje oczekiwane przychody w długofalowej perspektywie zaś drugi – oczekiwane przychody w najgorszej (kryzysowej) sytuacji. Przychody te są konieczne dla przeżycia krótkotrwałych kryzysów, kiedy nieuregulowane zobowiązania finansowe decydenta grożą bankructwem. Ponieważ oba czynniki są wyrażone w jednostkach monetarnych decyzje i użyteczność decydenta można wyrazić również w formie numerycznej co umożliwia wykorzystanie komputerów i jednoznaczny wybór najlepszych alternatyw rozwojowych.

Koncepcja powyższa pozwala też na wybór i ocenę wartości informacji, dotyczącej estymacji prawdopodobieństwa sukcesu lub niepowodzenia oraz, w oparciu o przyjęty model funkcji gęstości prawdopodobieństwa, wyznaczenie ryzyka i *UTR*. Zarządzanie wspomagane powyższą metodologią pozwala zatem na zobiektywizowaną i dokładną ocenę planowanych decyzji, podejmowanych przez organy zarządzające, które są często niesprawiedliwie oceniane i krytykowane przez niekompetentnych (tzn. nieodpowiednio wykształconych) przedstawicieli mediów i opinii publicznej.

Zgodnie z powyższą koncepcją sprawiedliwa ocena korzyści oraz ryzyka niepowodzeń, które towarzyszą planowanym działaniom, nie może być dokonywana z pominięciem *UTR*. Dlatego jako podstawowe zadanie, które wyłania się przed naukami systemowymi, uważamy rozpracowanie nowej metodologii wspomaganie decyzji, zgodnie z którą ze zbioru konkretnych wyzwań rozwojowych, wybiera się optymalne, tj. o maksymalnej *UTR*, strategię rozwojowe.

Koncepcja *UTR* wiąże się też z ważnym problemem stabilności struktur i organizacji społeczno-ekonomicznych. Chodzi tu zwłaszcza o wyjaśnienie, jakie siły powodują iż organizacje te powstają oraz co

powoduje ich rozpad (np. bankructwo firm i instytucji społeczno-ekonomicznych). Według koncepcji *UTR* każde wyzwanie rozwojowe, jakie staje przed indywidualnym decydentem, powoduje iż czuje się on motywowany do jego podjęcia gdy oczekiwany zwrot na zainwestowanym kapitale jest duży zaś ryzyko (które stanowi się zniechęcająca) jest małe. Zachowanie takie jest zgodne z poglądami psychologów, którzy mówią iż „behavior” jest wynikiem „drives” oraz „defences” [14].

Jeśli przyrost *UTR* związany z rozważanym wyzwaniem przez indywidualnego decydenta nie jest dodatni (tj. oczekiwane korzyści są niższe od ryzyka) wyzwanie to nie zostaje podjęte w formie indywidualnej. Okazuje się jednak, iż skorzystanie z pomocy tzw. dźwigni finansowej lub operacyjnej (tj. zatrudnienia dodatkowych osób) powoduje spadek ryzyka i wzrost *UTR* wszystkich kooperujących jednostek pod warunkiem iż podział korzyści we wspólnego działania jest sprawiedliwy. Sprawiedliwy podział korzyści opiera się tu na koncepcji Nash’a, zgodnie z którą iloczyn przyrostów *UTR* poszczególnych kooperantów jest maksymalny. Udowodnione twierdzenie o optymalnej strategii kooperacji (które wiąże się z podziałem zadań i korzyści (zysków) pozwala obliczyć tzw. współczynnik korzyści kooperacyjnych (*WKK*), którego dodatnia wartość gwarantuje stabilność kooperacji czyli organizacji dążących do osiągnięcia dużych *UTR*. Twierdzenie to umożliwia także dobór optymalnej (ze względu na posiadane kwalifikacje) liczby i zestawu członków organizacji. Przy tworzeniu efektywnych organizacji w oparciu o powyższą metodologię można także wykorzystać istniejącą metodologię podejmowania decyzji w kompleksach operacji oraz niezawodności, tj. niskiego prawdopodobieństwa awarii struktur techniczno-organizacyjnych.

Tworzona w ten sposób nowoczesna (uogólniona) metodologia wspomagania decyzji przyczyni się niewątpliwie do lepszego zarządzania ryzykiem systemowym oraz wiedzą, w okresie rozbudowy społeczeństwa informacyjnego i dążeniem do zwiększenia konkurencyjności, tj. jakości (niezawodności) produktów naszej gospodarki, w ramach Unii Europejskiej [12].

Metodologia ta może też przyczynić się do rozwoju tzw. sztucznej inteligencji. Ponieważ inteligencję naturalną można zdefiniować jako proces wspomagania zachowania człowieka (które umożliwia mu przewidywać przyszłe stany świata, z uwzględnieniem efektów działań indywidualnych, ocenę ich użyteczności oraz wybór najlepszych działań ze zbioru alternatyw) wykorzystanie metodologii *UTR* umożliwi rozwój inteligencji sztucznej, wspomagającej konstrukcję tzw. inteligentnych robotów.

## 2. Użyteczność trwałego rozwoju jako miara opcji rozwojowych

Należy zauważyć iż rozwój jest powszechnie rozumiany jako proces którego celem jest zapewnienie wzrostu społecznego dobrobytu. Dobrobyt (welfare) wiąże się natomiast nie tylko z posiadanym bogactwem (kapitałem) lecz również z gwarancją (poczuciem) bezpieczeństwa lub ryzykiem jego utraty.

Pojęcie kapitału jest, generalnie biorąc, pojmowane w sposób wielowymiarowy. Na przykład Bank Światowy rozróżnia następujące formy kapitału:

- kapitał naturalny (zasoby ziemi, lasów, wody, minerałów itp.)
- kapitał wytworzony przez człowieka (budowle, maszyny, pojazdy itp.)
- kapitał socjalny, który obejmuje kapitał ludzki (human capital) odnoszący się do pracy fizycznej i intelektualnej oraz kapitał kulturalny
- kapitał instytucjonalny obejmujący firmy, przedsiębiorstwa itd.

Wszystkie formy kapitału posiadają swoją cenę rynkową i mogą być przedmiotem wymiany (tj. kupna lub sprzedaży) lub wynajmu. Dla przykładu handel kapitałem ludzkim od czasu zniesienia niewolnictwa jest zabroniony, natomiast powszechnym zjawiskiem jest wynajem tego kapitału ze stopą wynajmu (rental rate) równą miesięcznej pensji osoby zatrudnionej.

Ważnym pojęciem związanym z zaangażowaniem kapitału  $P$  w określonej działalności (inwestycji) jest tzw. stopa zwrotu

$$\tilde{R} = \frac{\tilde{P}_m - P}{P},$$

gdzie  $\tilde{P}_m$  jest wartością rynkową produktu wytworzonego przez zamierzoną działalność. Ponieważ  $\tilde{P}_m$  jest zmienną losową z wartością oczekiwaną  $P_m = E\{\tilde{P}_m\}$ , wartość  $R = E\{\tilde{R}\}$  zwana jest oczekiwaną stopą zwrotu zainwestowanego kapitału  $I$ .

W przypadku zaangażowania w instytucje naukowo-badawczym pracowników z rocznym kosztem  $I$ , których wyniki w postaci publikacji, programów komputerowych, patentów i wdrożeń innowacji mają dużą oczekiwaną wartość zwrotu  $R$ , instytut może liczyć na pozytywną ocenę ze strony ministerstwa nauki które finansuje jego działalność.

Ponieważ  $\tilde{R}$  jest zmienną losową jest sprawą oczywistą, iż możliwe są także lata w planowanej działalności, zwane latami najgorszego przypadku, iż poszczególni pracownicy, jak i cały instytut, nie osiągną wymaganej efektywności ze względu na odchylenie w dół  $\tilde{R}$  od wartości oczekiwanej  $R$ , którego miarą jest wariancja  $\sigma^2 = E\{[\tilde{R} - R]^2\}$ .

Z powyższych względów jako miarę użyteczności trwałego rozwoju ( $UTR$ ) w planowanej, długofalowej działalności, w pracy [ ] przyjęto funkcje 2 czynników, tj.

$$U = F[Zx, ZS], \quad (1)$$

gdzie  $Z = PR$  - oczekiwany zysk długofalowy (strategiczny),

$x = I/P$  - udział nakładów  $I$ , związanych z planowanym przedsięwzięciem, w kapitale  $P$ , którym dysponuje decydet,

$S = 1 - \kappa\sigma/R$  - indeks bezpieczeństwa,

$ZS = PR - P\kappa\sigma$  - oczekiwany zysk (taktyczny) w najgorszym podokresie planistycznym przy  $x = 1$ ,

$\kappa$  - parametr subiektywny, który jest miarą emocji (strachu) przed konsekwencjami obniżenia zysku.

Wartość  $VaR = P\kappa\sigma$  zwana jest w analizie ryzyka i finansów, wartością ryzyka rynkowego (value at risk). Ponieważ  $PR - VaR$  jest wartością komplementarną do  $VaR$  wartość  $VaS = ZS$  można nazwać wartością bezpieczeństwa rynkowego (value at safety).

Funkcja  $UTR$  oceniająca użyteczność określonej opcji rozwojowej, w którą angażuje się część  $xP$  dysponowanych zasobów, jest funkcją rosnącą obu czynników, które są wyrażone w formie monetarnej. Przy zmianie jednostek monetarnych (np. zamianie złotych na grosze) wartość  $UTR$  nie powinna ulegać zmianie. Z tego względu funkcja  $F$  musi być funkcją homogeniczną stopnia pierwszego, zwaną funkcją o stałym zachowaniu skali (constant return to scale).

W praktycznych zastosowaniach konieczne jest operowanie konkretną i prostą postacią takiej funkcji. Dlatego w pracy [5-9] zaproponowano tzw. funkcję Cobb-Douglas'a tj.

$$U(x) = (Zx)^\beta (ZS)^{1-\beta} = PRS^{1-\beta} x^\beta, \quad \beta \in [0,1], \quad (2)$$



gdzie parametr  $\beta \equiv \frac{\Delta U}{U} : \frac{\Delta x}{x}$  wyraża subiektywną postawę (przedsiębiorczość inwestora), tj. przy danym przyroście nakładów  $\Delta x/x$  ocena przyrostu użyteczności  $\Delta U/U \equiv \beta \frac{\Delta x}{x}$ , jest proporcjonalna do  $\beta$ . Gdy  $\beta$  jest małe inwestor jest niechętny do angażowania kapitału  $I$ , który stanowi część  $x$  od całkowitego posiadanego zasobu  $P$ .

Jeśli ryzyko przedsięwzięcia inwestycyjnego jest duże (czyli  $S$  jest małe) to przy wzroście  $\beta$  do jedności  $S^{1-\beta}$  dąży również do jedności powodując wzrost  $UTR$ . Inaczej mówiąc wzrost  $\beta$  wytlumia postrzeganą przez decydenta wartość ryzyka. Fakt, iż umysł ludzki w niektórych sytuacjach życiowych wytlumia emocje potwierdzają badania neurofizjologów (por. np. [11]). Jeśli np. wędrując przez las człowiek ulega złudzeniu iż napotkał żmiję, sygnały wzrokowe i słuchowe przekazują informację do tzw. wzgórza i ciała migdałowego. Sygnały z ciała migdałowego powodują wydzielanie hormonów (adrenaliny), przyspieszone bicie serca i inne stany mobilizujące człowieka do przeciwstawienia się zagrożeniu. Jednocześnie czołowa kora mózgowa otrzymuje informacje ze wzgórza i w wyniku obróbki tej informacji dochodzi do wniosku iż monitowane zagrożenie jest złudzeniem. W zaistniałej sytuacji kora mózgowa przesyła sygnał do ciała migdałowego by tłumić stan emocjonalny. Stan ten jest też warunkowany przez informację zgromadzoną w hipokampie (tzw. pamięci deklaratywnej) i ciele migdałowym (tzw. pamięć emocjonalna).

Powyższe badania potwierdzają koncepcję zgodnie z którą parametr  $\beta$  reprezentuje czynnik tłumiący emocje oraz mobilizujący człowieka do działań ofensywnych i zaangażowania swoich zasobów kapitałowych. Koncepcję tą potwierdzają także badania psychologiczne. Na przykład S.S. Stevens [14] uważa, na podstawie przeprowadzonych eksperymentów, iż  $U(x) = \sqrt{x}$ ;  $x \geq 0$ , tj.  $\beta = 0.5$  należy traktować jako normalną wartość parametru przedsiębiorczości z możliwością stanów ekstremalnych (gdy  $\beta \rightarrow 0$  oraz  $\beta \rightarrow 1$ ). Warto także zauważyć, iż pod wpływem alkoholu i niektórych narkotyków wartość  $\beta$  ulega podwyższeniu powodując wytlumienie obaw przed ryzykiem (np. katastrofy) co w przypadku kierowców samochodowych często kończy się tragicznie.

W celu wyznaczenia numerycznej wartości  $UTR$  konieczne jest również określenie wartości subiektywnego parametru  $\kappa$  oraz

współczynnika zmienności (volatility)  $\sigma/R$ . W tym celu należy przyjąć konkretny model funkcji rozkładu prawdopodobieństwa sukcesu  $p$ .

Najprostszym modelem tego typu jest rozkład dwupunktowy (oparty na tzw. doświadczeniu Bernoulliego i oznaczany Bern ( $p$ )). Zgodnie z tym modelem rozpatrzmy grę z dwoma stanami:

- a. sukcesu, w którym  $\tilde{R}$  osiąga wartość  $R_u$  z prawd.  $p$ ,
- b. porażki, w której  $\tilde{R} = 0$  z prawd.  $1-p$ .

Oczekiwana stopa zwrotu powyższej gry  $R = pR_u$ , zaś wariancja  $V = \sigma^2 p(1-p)R_u$ . Zatem

$$\sigma/R = \sqrt{\frac{1-p}{p}},$$

oraz

$$S = 1 - \kappa \sqrt{\frac{1-p}{p}}. \quad (3)$$

Aby wyznaczyć  $\kappa$  zastosujemy następującą procedurę skalowania:

- a. Zysk w najgorszym przypadku  $P\bar{p}R_u$ , gdy prawd. sukcesu osiąga dolną granicę  $\bar{p}$ , nie powinien być niższy od minimalnych zobowiązań finansowych decydenta  $L_m$  (pomniejszonych o posiadane rezerwy  $A$ ) tj. w granicznym przypadku

$$P\bar{p}R_u = L_m - A.$$

Skąd

$$\bar{p} = \lambda/R_u, \quad (4)$$

gdzie  $\lambda = \frac{L_m - A}{P}$  jest współczynnikiem obciążeń (zobowiązaniami).

- b. Użyteczność w najgorszym przypadku  $\bar{U} = PR_u \bar{p} S_0^{1-\beta} x^\beta$ , nie powinna spaść poniżej użyteczności stanu w którym zainwestowano kapitał  $P$  w obligacje państwowe o minimalnym zwrocie  $R_F$  z zerowym ryzykiem ( $S=1$ ) tj. z użytecznością  $U_F = PR_F x^\beta$ . Z warunku  $\bar{U} = U_F$ ,

uwzględniając (4) oraz  $S_0 = 1 - \kappa \sqrt{\frac{1-\bar{p}}{\bar{p}}}$  znajdujemy

$$S_0 = (R_F / \lambda)^{\frac{1}{1-\beta}}, \quad \kappa = (1 - S_0) \sqrt{\frac{\bar{p}}{1-\bar{p}}}. \quad (5)$$

Można zauważyć, że wzrost obciążeń decydenta zobowiązaniami finansowymi  $\lambda$  powoduje wzrost dolnej granicy prawd. sukcesu  $\bar{p}$  oraz zmniejszenie  $S_0$  co prowadzi do zwiększenia  $\kappa$  oraz zmniejszenia wartości  $UTR$ .

Definiując  $pS^{1-\beta}$  jako prawdopodobieństwo subiektywne sukcesu  $s(p)$  można wyrazić  $UTR$  (2) w formie

$$U(x) = PR_u s(p) x^\beta, \quad (6)$$

gdzie

$$s(p) = p \left[ 1 - \kappa (\lambda / R_F) \sqrt{\frac{1-p}{p}} \right]^{1-\beta}$$

$$\kappa (\lambda / R_F) = \left[ 1 - (R_F / \lambda)^{\frac{1}{1-\beta}} \right] \sqrt{\frac{\lambda / R_F}{a - \lambda / R_F}}, \quad a = R_u / R_F$$

$$p \geq \bar{p} = \frac{\lambda / R_F}{a}.$$

Można zauważyć, że dla określonej opcji rozwojowej, scharakteryzowanej przez  $R_u$  i  $p$  oraz  $\beta=1$ ,  $s(p)=p$ . Jeśli zaś  $\beta < 1$  oraz  $p > 1/2$  to dla:

- a.  $\lambda / R_F < 1$  mamy  $\kappa < 0$ , oraz  $s(p) > p$ ,
- b.  $\lambda / R_F = 1$  mamy  $\kappa = 0$ , oraz  $s(p) = p$ ,
- c.  $\lambda / R_F > 1$  mamy  $\kappa > 0$ , oraz  $s(p) < p$ .

Powyższe własności  $s(p)$  modelu  $UTR$  potwierdzają też badania eksperymentalne, przeprowadzone przez A. Tverskiego z funkcją użyteczności typu  $U = sx^\beta$  [14], który zauważył iż większość badanych osobników przy  $p > 1/2$  zaniżało wartość prawd. subiektywnego, tj.  $s(p) < p$ , zaś przy  $p < 1/2$  zawyżało tę wartość, tj.  $s(p) > p$ .

Własności  $UTR$  wyjaśniają zarówno fakt iż ludzie wybierają opcje rozwojowe przy stosunkowo niskich  $R_u$  i wysokich prawd. sukcesu  $p$  jak i

fakt inwestowania w przedsięwzięcia o niskich  $p$  i dużych  $R_u$ . Dla przykładu w grach losowych typu loterii, w których przy cenie losu  $c$  i niskim prawd.  $p$  wygranej  $G$  wartość oczekiwana gry  $pG - c$  jest ujemna, użyteczność jest dodatnia ze względu na duży zwrot  $R_u = G/c - 1$  i zwiększone subiektywne prawd. sukcesu  $s(p)$ .

Oprócz modelu z rozkładem dwupunktowym w wielu zastosowaniach dla wyznaczenia  $UTR$  można wykorzystać model rozkładu dwumianowego zgodnie z którym decydent rozważa osiągnięcie  $k$  sukcesów w ciągu  $n$  prób.

Każda próba (np. obsłużenie jednego klienta lub wyprodukowanie jednostki) wymaga danego przedziału czasu. Gdy zdolności produkcyjne lub usługowe są równe  $\pi$  sztuk dziennie to liczba prób w  $N$  dniach w roku wyniesie  $n = \pi N$ . Jeśli np. rozważany jest projekt produkcyjny z  $\pi = 3$  jednostki/dzień i 1 roczny horyzont planistyczny (z  $12 \times 26 = 312$  dniami roboczymi)  $n = 3 \cdot 312 = 936$ .

Założmy, że estymowane (z danych historycznych) prawd. sukcesu  $p = k/n$ . Planowana stopa zwrotu  $R_u = P_m / P - 1$ , gdzie  $P_m$  = cena rynkowa jednostki produktu,  $P$  - nakłady produkcyjne. Gdy  $k$  wyprodukowanych jednostek zostanie sprzedana (tj.  $k$  elementarnych sukcesów zostanie osiągnięte) oczekiwana stopa zwrotu wyniesie  $R_u p$ . Założmy, iż rozkład prawd. sukcesu przyjmuje postać rozkładu dwumianowego, tj.

$$P_r\{x = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Ponieważ  $E\{x\} = np$ ,  $V\{x\} = np(1-p)$  otrzymujemy

$$\sigma / R = \frac{\sqrt{np(1-p)}}{np} = \sqrt{\frac{1-p}{np}}$$

oraz

$$S = 1 - \kappa(\lambda) \sqrt{\frac{1-p}{np}}. \quad (8)$$

Wartość  $\kappa(\lambda)$  można wyznaczyć stosując procedurę skalowania  $UTR$  z 1 miesięcznym okresem najgorszego przypadku scharakteryzowanym przez  $\bar{n} = n/12$  prób. Wtedy

$$\kappa(\lambda) = (1 - S_0) \sqrt{\frac{\bar{n} \bar{p}}{1 - \bar{p}}}, \quad (9)$$

oraz

$$S = 1 - (1 - S_0) \sqrt{\frac{\bar{n} \bar{p}}{1 - \bar{p}} \cdot \frac{1 - p}{np}}. \quad (10)$$

Stosując estymatory największej wiarygodności dla  $p$  i  $\bar{p}$  z rozkładem (7), tj.  $p = k/n$ ,  $\bar{p} = \bar{k}/\bar{n}$ , gdzie  $\bar{k}$  jest minimalną liczbą sukcesów w miesiącu, konieczną dla przeżycia najgorszej sytuacji finansowej, mamy

$$S = 1 - \left[ 1 - (R_f / \lambda)^\gamma \right] \sqrt{\frac{1/k - 1/n}{1/\bar{k} - 1/\bar{n}}}, \quad \gamma = \frac{1}{1 - \beta} \quad (11)$$

$$VaR = P \left[ 1 - (R_f / \lambda)^\gamma \right] \sqrt{\frac{1/k - 1/n}{1/\bar{k} - 1/\bar{n}}}. \quad (12)$$

Można zauważyć, że rosnący stosunek  $\bar{n}/n$  zwiększa wartość ryzyka  $VaR$  oraz zmniejsza  $S$ , a tym samym  $UTR$ .

**Przykład numeryczny.** Sprzedawca samochodów ocenia użyteczność swojej działalności z rocznym horyzontem  $n = 312$  dni przy oczekiwanej rocznej sprzedaży (estymowanej z danych historycznych)  $k = 208$  sztuk w cenie  $P_m = \$ 15.000$  oraz cenie fabrycznej  $P = \$ 12.000$ . Zatem prawd. sukcesu  $p = 208/312 = 2/3$  oraz  $R_u = 15.000/12.000 - 1 = 0.2$ .

W najgorszym miesiącu, aby spełnić zobowiązania, sprzedawca ocenia, iż musi sprzedać co najmniej 13 samochodów. Zatem  $\bar{p} = \frac{13}{26} = 0.5$ .

Przyjmując  $R_f = 0.05$ , oraz  $\beta = 0.5$ , znajdujemy

$$S_0(R_f / \bar{p} R_u)^{\frac{1}{1 - \beta}} = (0.05 / 0.5 \cdot 0.2)^2 = 0.25,$$

$$S = 1 - (1 - S_0) \sqrt{\frac{\bar{n} \bar{p}}{n} \cdot \frac{1 - p}{p}} = 1 - 0.75 \sqrt{\frac{1}{12} \left( \frac{3}{2} - 1 \right)} = 0.847,$$

$$U = 312 P R_u p \sqrt{S} \sqrt{x} = 312 \cdot 12.500 \cdot 0.2 \cdot 0.6667 \sqrt{0.847} \cdot \sqrt{x} = \$478782 \sqrt{x}.$$

W przypadku gdy  $n \rightarrow \infty$ , zgodnie z twierdzeniem Moivre-Laplace'a rozkład dwumianowy dąży asymptotycznie do rozkładu normalnego z wartością oczekiwaną  $np = R$ , oraz  $np(1 - p) = \sigma^2$ . W celu estymacji

wartości oczekiwanej i wariancji, w oparciu o dane historyczne  $\tilde{R}_{-t}$ ,  $t = 1, 2, \dots, n$ , stosuje się zwykle estymatory

$$R_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{R}_{-t}; \quad \sigma_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n [\tilde{R}_{-t} - R_n]^2. \quad (13)$$

Należy zauważyć, iż informacja historyczna, zawarta w próbie  $n$ , wpływa na wartość  $\tilde{R}_{-t}$ , wpływa na wartość  $UTR$ . Wykorzystując dla przykładu, nierówność Czebyszewa można określić rozmiar  $(2\varepsilon)$  przedziału ufności dla wartości oczekiwanej  $R$  w oparciu o estymator punktowy  $R_n$ :

$$P_r\{R_n - \varepsilon < R < R_n + \varepsilon\} \geq 1 - \frac{\sigma^2}{n\varepsilon^2} \triangleq \alpha. \quad (14)$$

Ponieważ, zgodnie z (4), dolna granica  $R$  jest równa  $\bar{p}R_u = \lambda$ , ( $\bar{p} \leq p$ ) więc przyjmując  $R_n - \varepsilon = \lambda$  można wyrazić (14) w równoważnej postaci

$$P_r\{\lambda < R < 2R_n - \lambda\} \geq 1 - \frac{1}{n} \left( \frac{\sigma}{R_n - \lambda} \right)^2 \triangleq \alpha(\lambda). \quad (15)$$

Jak wynika z (15) gdy liczba  $n$  danych w próbie historycznej zmniejsza się poziom ufności (odnoszący się do przeżycia najgorszego przypadku)  $\alpha(\lambda)$  obniża się. Aby utrzymać poziom ufności na niezmiennym poziomie wartość  $\lambda = (L_m - A):P$  musi ulec obniżeniu (co można np. uzyskać zwiększając rezerwy  $A$ ).

### 3. Użyteczność technologii tradycyjnych i innowacyjnych

Wyzwaniem rozwojowym współczesności jest tzw. nowa ekonomia, oparta na technologii informatycznej i telekomunikacji (communication and information technology lub w skrócie CIT), która powoduje wzrost popytu na wykształcenie (kapitał intelektualny), innowacje i zarządzanie oparte na wiedzy [12]. Wiedza, która wspomaga zmiany technologiczne, staje się czynnikiem napędzającym rozwój ekonomiczny kraju. Wiedza ta wymaga oceny zarówno korzyści jak i ryzyka, czyli użyteczności związanych z technologiami tradycyjnymi oraz innowacyjnymi. Brak takiej wiedzy uniemożliwia menadżerom i politykom podejmowanie decyzji, które mają istotny wpływ na rozwój i konkurencyjność gospodarki. Z powyższych

względów rozwój i wdrażanie metodologii *UTR* można traktować jako narzędzie wspomagające zarządzanie wiedzą.

Metodologia ta winna umożliwiać ocenę oczekiwanych zwrotów kapitałowych i ryzyka nie tylko w oparciu o informacje historyczne lecz również o przewidywania rozwojowe, takie jak trendy cen rynkowych związane z malejącym popytem na produkty tradycyjne oraz wzrastającym popytem na produkty innowacyjne.

Dla oceny powyższych trendów można wykorzystać tzw. funkcje produkcji typu:

$$X(t) = ce^{\mu t} \prod_{i=1}^n [X_i(t)]^{\gamma_i}, \quad \sum_{i=1}^n \gamma_i = 1, \quad (16)$$

gdzie  $c_i, \gamma_i$  - dane liczby dodatnie

$X_i(t)$  - czynniki produkcji (praca fizyczna i umysłowa, kapitał naturalny i wytworzony itp.),

$\mu$  - współczynnik charakteryzujący postęp techniczny i naukowy.

Wprowadzając ceny czynników  $\omega_i(t)$ ,  $\forall i$  oraz cenę produktu wytwarzanego  $\omega(t)$  można wyrazić (16) w formie monetarnej:

$$Y(t) = \bar{c}(t)e^{\mu t} \prod_{i=1}^n [Y_i(t)]^{\gamma_i}, \quad \bar{c}(t) = c\omega(t) \prod_{i=1}^n [\omega_i(t)]^{-\gamma_i}, \quad (17)$$

gdzie  $Y(t) = \omega(t)X(t)$ ,  $Y_i(t) = \omega_i(t)X_i(t)$ ,  $\forall i$ .

Funkcję produkcji (17) można także wyrazić w formie przyrostowej

$$\dot{Y}(t)/Y(t) = \mu + \dot{\omega}(t)/\omega(t) + \sum_{i=1}^n [\dot{Y}_i(t)/Y_i(t) - \dot{\omega}(t)/\omega(t)]\gamma_i. \quad (18)$$

Wprowadzając notację:

$$R_t = Y(t+1)/Y(t) - 1 \cong \dot{Y}(t)/Y(t), \quad \delta\omega_t = \omega(t+1)/\omega(t) - 1 \cong \dot{\omega}(t)/\omega(t)$$

$$\delta Y_{it} = Y_i(t+1)/Y_i(t) - 1 \cong \dot{Y}_i(t)/Y_i(t), \quad \delta\omega_{it} = \omega_i(t+1)/\omega_i(t) - 1 \cong \dot{\omega}_i(t)/\omega_i(t)$$

można wyrazić planowaną stopę zwrotu  $R_t$  w formie

$$R_t = \mu + \delta\omega_t + \sum_{i=1}^n [\delta Y_{it} - \delta\omega_{it}]\gamma_i. \quad (19)$$

W celu określenia parametrów  $\mu, \gamma_i, \forall i$  powyższego modelu można posłużyć się znaną metodą ekonometryczną najmniejszych kwadratów (*LS*) zgodnie z którą minimalizujemy funkcjonal

$$V(\mu, \gamma) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left[ \tilde{R}_i - \delta\omega_i - \mu - \sum_{i=1}^n (\delta Y_{it} - \delta\omega_{it}) \gamma_i \right]^2, \quad (20)$$

gdzie  $\tilde{R}_i - \delta\omega_i, \delta Y_{it} - \delta\omega_{it}, \forall i$ , są wyznaczone z danych statystycznych ( $t=1, \dots, m$ ),  $\gamma \equiv (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n)$ .

Z układu  $n+1$  równań liniowych  $\partial V / \partial \gamma_i = 0, \partial V / \partial \mu = 0$ , znajdujemy estymatory  $\hat{\mu}, \hat{\gamma}_i, \forall i$  szacowanych parametrów funkcji produkcji. Błąd kwadratowy  $V(\hat{\mu}, \hat{\gamma}_i)$ , traktowany w sensie *ex ante*, można traktować jako wariancję zmiennej losowej  $\tilde{R}_i$ .

Zakładając że wartości błędów  $e_i = \tilde{R}_i - E\{\tilde{R}_i\}, t=1, \dots, m$  mają równe, normalne rozkłady prawdopodobieństwa, tj.

$$g(e_i | \mu, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2(e_i/\sigma)^2}, \quad \forall i,$$

można skonstruować funkcję wiarygodności dla realizowanej próbki danych

$$L(\mu, \gamma | \text{dane}) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^m e^{-1/2 \sum_1^m (e_i/\sigma)^2}. \quad (21)$$

Można wykazać [3], że estymatory maksymalnej wiarygodności (*ML*) parametrów  $\hat{\mu}, \hat{\gamma}_i$ , są identyczne z estymatorami najmniejszych kwadratów (*LS*) natomiast estymatory  $V = \sigma^2$  różnią się nieznacznie. Estymator *ML* jest bowiem równy  $\hat{\sigma}^2 = e^2 / m$ , gdzie  $e^2 = \sum_1^m e_i^2$ , podczas gdy estymator *LS* jest równy  $\hat{\sigma}^2 = e^2 / [m - (1+n)]$ .

Należy podkreślić, iż konstrukcja złożonych (tzn. z dużą liczbą  $n+1$  parametrów) modeli ekonometrycznych nie zawsze przyczynia się do wspomaganie wnioskowania. Odległość pomiędzy modelem aproksymującym  $[g(x|\theta)]$  rzeczywistość, gdzie  $\theta$  jest wektorem parametrów estymowanych, a idealnym (prawdziwym) modelem ( $f$ ) rzeczywistości może być wyrażona przez indeks Kullback-Leibler'a



$$I(f, g) = \int f(x) \ln \left( \frac{f(x)}{g(x|\theta)} \right) dx,$$

który można interpretować (heurystycznie) jako wielkość informacji utraconej gdy funkcja  $g$  jest stosowana zamiast  $f$ . Kluczowy rezultat, wspomagający wybór wymiarowości modeli ekonometrycznych został uzyskany przez Akaike [3], który wykazał, że maksymalizowana funkcja  $\ln L(\hat{\theta} | \text{dane})$  jest obciążona (jako estymator) oraz

$$\ln [L(\hat{\theta} | \text{dane})] - K = \text{const} - E_{\hat{\theta}} [I(f, \hat{g})],$$

gdzie  $\hat{g} = g(\cdot | \hat{\theta})$  zaś  $\hat{\theta}$  jest  $ML$  estymatorem wartości prawdziwej  $\theta$ ,  $K$  - obciążenie równe liczbie estymowanych parametrów.

Akaike wprowadził także pojęcie kryterium informacyjnego

$$AIC = -2 \ln [L(\hat{\theta} | x)] + 2K,$$

które dla błędów  $e_i$  z rozkładem normalnym i stałą wariancją jest równe

$$AIC = m \ln(\hat{\sigma}^2) + 2K. \quad (22)$$

W wyrażeniu powyższym  $m \ln(\hat{\sigma}^2)$  można interpretować jako miarę niedoskonałości dopasowania modelu do rzeczywistości zaś  $2K$  jako karę za rozbudowę modelu, która powiększa szum obserwacyjny. Stosując wskaźnik  $AIC$  można rozwiązać konflikt, który istnieje pomiędzy niedopasowaniem i przypasowaniem modelu do rzeczywistości. Podejście takie zwane jest zasadą oszczędności (principle of parsimony). Stosując powyższą zasadę można w modelach ekonometrycznych pomijać te czynniki (zmiennie objaśniające) które nie przyczyniają się do obniżenia  $AIC$ , a tym samym do obniżenia dokładności (wariancji  $V$ ) i wzrostu użyteczności

$$U = PRS^{1-\beta} x^\beta, \quad S = 1 - \kappa \frac{\sqrt{V}}{R}. \quad (23)$$

Stosując powyższą metodologię możliwe jest też przewidywanie przyszłych zwrotów  $R_t$  w rocznych okresach planistycznych. Wśród firm działających na rynku stosuje się podział na firmy rozwijające się (growth firms) w których  $R_t = R_0 e^{\mu_0 t}$  oraz firmy upadające (declining firms) w których parametr  $\mu_0$  ma wartość ujemną. Rozpatrując działalność firm w czasie, które eksploatują tylko jedną technologię, można zaobserwować okres rozwoju, stabilizacji i upadku, związanego z wyparciem tradycyjnej

technologii przez technologie nowe (innowacyjne). Przykładem może tu być firma POLAROID, która zbankrutowała gdy na rynku rozprzestrzeniły się fotograficzne aparaty cyfrowe.

Przy wycenie *UTR* firm tradycyjnych i nowoczesnych konieczne jest wyznaczenie oczekiwanych zwrotów w danym (wieloletnim) okresie planistycznym *T*. Można się tu posłużyć wartością zdyskontowaną (present value) zwrotu nakładów *IR*, gdzie

$$R = R_0 \sum_{i=1}^T \left( \frac{e^{\mu_0}}{1+k} \right)^i + \left( \frac{1+R_0 e^{\mu_0}}{1+k} \right)^T, \quad (24)$$

$e^{\mu_0} = R_t / R_{t-1}$  - roczna stopa wzrostu (lub spadku) oczekiwanych zwrotów,  
 $k$  - współczynnik dyskonta.

Jeśli użyteczności, odpowiadające produkcji w obszarze tradycyjnym są niższe (w rozważanym okresie planistycznym) od użyteczności produkcji innowacyjnej firma winna ograniczać działalność tradycyjną na rzecz działalności innowacyjnej. Powstaje tu również problem optymalizacji podziału nakładów *P* na *N* różnych form działalności, scharakteryzowanych przez użyteczności:

$$U_i(x_i) = PR_i S_i^{1-\beta} x_i^\beta, \quad S_i = 1 - \kappa \sqrt{1/P_i - 1}, \quad x_i = I_i / P, \quad i = 1, \dots, N.$$

Jeśli poszczególne formy działalności nie są wzajemnie skorelowane optymalna strategia  $x_i \stackrel{\Delta}{=} \bar{x}_i$ ,  $\forall i$  winna spełniać warunek

$$U(x) = \max_{x_i \in \Omega} \sum_{i=1}^N U_i(x_i), \quad \Omega = \left\{ x_i \mid \sum_{i=1}^N x_i = 1, x_i \geq 0, \forall i \right\}. \quad (25)$$

Oznaczając  $PR_i S_i^{1-\beta}$  przez  $a_i$  oraz  $x_i^\beta$  przez  $y_i$  możemy do funkcjonau

$$U(y) = \sum_{i=1}^N a_i y_i$$

zastosować nierówność Hölder'a:

$$U(y) \leq \|a\| \cdot \|y\| \quad (26)$$

gdzie  $\|a\| = \left\{ \sum_{i=1}^N |a_i|^r \right\}^{1/r}$ ,  $\|y\| = \left\{ \sum_{i=1}^N |y_i|^{1/\beta} \right\}^\beta = \left\{ \sum_{i=1}^N x_i \right\}^\beta = 1$ ,  $r = \frac{1}{1-\beta}$ .

Znak równości w (26) otrzymujemy, gdy  $a_i^r = \text{const } y_i^{1/\beta} = \text{const } x_i$ , czyli gdy

$$x_i = \bar{x}_i = \frac{a_i^r}{\sum_{j=1}^n a_j^r}, \quad \forall i. \quad (27)$$

Zgodnie ze strategią (27) podział nakładów  $\bar{I}_i = \bar{x}_i P$ ,  $\forall i$  zależy od metryki przestrzeni  $I_\beta$  czyli od parametru  $\beta$ . W przypadku gdy  $\beta = 0$ ,  $r = 1$  i  $\bar{x}_i = R_i S_i / \sum_{j=1}^N R_j S_j$ ,  $\forall i$ . Gdy,  $\beta \rightarrow 1$ ,  $r \rightarrow \infty$  i całkowite nakłady są przydzielone działalności z maksymalnym oczekiwanym zwrotem  $R_i = \max_{1 \leq j \leq N} \{R_j\}$ . Wynika stąd, iż przedsiębiorczy decydenci, którzy charakteryzują się dużym  $\beta$ , podejmują działanie o największym oczekiwanym zwrocie  $R_i$  ignorując wartość związanego z tym działaniem współczynnika bezpieczeństwa  $S_i$ .

W przypadku podziału środków budżetowych  $P$  na różne obszary badawcze, które charakteryzują się danymi parametrami  $R_i$ ,  $S_i$ , optymalna strategia (27), przy  $\beta < 1$ :

$$I_i = \frac{R_i S_i^{1-\beta}}{\sum_{j=1}^N R_j S_j^{1-\beta}} P, \quad i = 1, \dots, N, \quad (28)$$

zależy zarówno od oczekiwanych stóp zwrotu  $R_i$  jak i ryzyka związanego z podjętymi badaniami. Nieuwzględnianie ryzyka badawczego może spowodować iż podejmowane będą badania mało ambitne (o małym  $R_i$  i dużym  $S_i$ ).

W przypadku finansowania konkretnych projektów (grantów) scharakteryzowanych danymi kosztami  $\bar{P}_j = \bar{x}_j P$ ,  $j = 1, \dots, M$  oraz użytecznościami

$$U_j(\bar{x}_j) = P R_j S_j^{1-\beta} (\bar{x}_j)^\beta, \quad \forall i \quad (29)$$

powstaje problem wyboru najlepszego portfela projektów badawczych.

Problem ten może być rozwiązany przez wprowadzenie zmiennych binarnych:  $y_j = 1$  gdy projekt jest akceptowany oraz  $y_j = 0$  gdy jest odrzucony. Zatem problem optymalizacji portfela sprowadza się do zagadnienia programowania binarnego tj.

$$\max_{y_j \in \Omega} \sum_{j=1}^M U_j(\bar{x}_j) y_j, \quad \Omega = \left\{ y_j \left| \sum_{j=1}^N y_j \bar{x}_j = 1, \quad y_j \in [0,1], \quad \forall j \right. \right\}, \quad (30)$$

które może być rozwiązane znanymi technikami programowania. Optymalny portfel zawiera te projekty, które charakteryzują się dużymi  $U_j(\bar{x}_j)$  i niskimi kosztami  $\bar{x}_j P$ . Metodologia powyższa pozwala na wspomaganie zarządzania wiedzą w instytucjach naukowo-badawczych oraz wspomaganie wdrożeń projektów innowacyjnych. Zarządzanie to, oprócz ryzyka badawczego i rynkowego wymaga również uwzględnienia tzw. ryzyka operacyjnego które będzie omówione w następnym podrozdziale.

#### 4. Wspomaganie zarządzania z uwzględnieniem ryzyka operacji

Podjęcie decyzji związanej z zaangażowaniem kapitału  $I$  w określonym projekcie, mającym na celu osiągnięcie sukcesu rynkowego, wiąże się z koniecznością poniesienia kosztów operacyjnych na które składają się koszty stałe, niezależne od wynegocjowanego czasu realizacji projektu  $T^*$  (wyrażonego zwykle w miesiącach) oraz koszty zmienne  $C_v T^*$ , gdzie  $C_v$  obejmuje koszt zaangażowanego kapitału ludzkiego (uposażenia) oraz koszty towarzyszące (np. zużyte materiały, energia elektryczna, usługi itp.).

Oczekivaną stopę zwrotu (na nakładach operacyjnych  $I$ ) można wyrazić jako

$$R_0(\tau) = 1 - C_c / I - C_v \tau / I,$$

gdzie  $\tau < T^*$  jest oczekiwanym czasem wykonania projektu.

Czas ten zależy od doświadczeń nabytych przez wykonawcę przy realizacji podobnych projektów w przeszłości. Dla oceny  $\tau$  można posłużyć się modelem tzw. krzywej uczenia (learning curve)  $\tau = \tau_0 n^{-b}$ , gdzie  $\tau$  - czas wykonania pierwszego projektu,  $n$  - liczba wykonanych projektów,  $b$  - współczynnik estymowany na podstawie danych historycznych metodą

regresji statystycznej. Konkretni wykonawcy określonego projektu różnią się zwykle wartościami  $\tau$  co związane jest zarówno z ich doświadczeniem jak i kwalifikacjami. Przy danym (oczekiwanym) czasie  $\tau$  istnieje ponadto ryzyko, iż czas wykonania projektu w najgorszej sytuacji ( $\bar{T}$ ) będzie znacznie dłuższy od  $\tau$ .

Oczekiwana oszczędność na nakładach  $IR_0(\tau)$  pozwala wyrazić *UTR* działalności operacyjnej w formie

$$U_0(x) = IR_0(\tau) S_0^{1-\beta} x^\beta; \quad x = I/P. \quad (31)$$

W celu wyznaczenia wartości  $S_0$  przyjmiemy wykładniczy model funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa, dla zmiennej losowej  $\tilde{T}$  (tj. rzeczywistego czasu wykonania projektu)

$$f(\tilde{T}) = \begin{cases} \frac{1}{\tau} e^{-\tilde{T}/\tau} & \tilde{T} > 0, \\ 0 & \tilde{T} \leq 0. \end{cases} \quad (32)$$

Rozkład ten charakteryzuje się wartością oczekiwaną zmiennej  $\tilde{T}$   $E\{\tilde{T}\} = \tau$  oraz wariancją  $\sigma^2 = \tau^2$ . Współczynnik zmienności jest więc równy  $\sigma/\tau = 1$ , zaś

$$S_0 = 1 - \kappa. \quad (33)$$

Dystrybuanta rozkładu (32) określa prawdopodobieństwo wykonania projektu w danym czasie  $\bar{T}$ .

$$p(\bar{T}) = 1 - e^{-\bar{T}/\tau}. \quad (34)$$

W oparciu o zależności (33), (34) można przeprowadzić proces skalowania, tj. wyznaczenia wartości ryzyka operacyjnego scharakteryzowanego przez (33). Podobnie jak w przypadku ryzyka rynkowego przyjmiemy, iż w najgorszym przypadku, gdy czas wykonania projektu przedłuża się do  $\tilde{T} = \bar{T}$ , oczekiwane oszczędności na nakładach kapitału  $\bar{Z} = I - C_v \bar{T} p(\bar{T})$  muszą pokryć koszty stałe  $C_c$ . Wprowadzając oznaczenia  $\bar{T}/\tau = z$ ,  $(I - C_c) : C_v = T_u$ , warunek  $\bar{Z} = C_c$  możemy wyrazić w postaci

$$T_u / \tau = z(1 - e^{-z}). \quad (35)$$

Wartości  $\tau/T_u$  odpowiadające danym  $z$  przedstawiono w poniższej tabelce.

$z$	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
$\tau/T_u$	1.582	1.363	1.193	1.057	0.948	0.858	0.783	0.720	0.666	0.619	0.578

Jak wynika z tej tabelki wzrost  $C_c$  powoduje zwiększenie  $\tau/T_u$  oraz zmniejszenie wymaganego zapasu czasu  $\bar{T}/\tau = (z-1)\tau$  (ponad oczekiwany czas zakończenia projektu  $\tau$ ), a tym samym zwiększa ryzyko przetrwania najgorszego przypadku.

Dla oceny użyteczności najgorszego przypadku tj.

$$\bar{U}_0 = [I - C_v \bar{T} p(\bar{T})] S_0^{1-\beta} x^\beta = C_c S_0^{1-\beta} x^\beta, \quad (35)$$

przyjmijmy (podobnie jak to miało miejsce w przypadku skalowania ryzyka rynkowego), iż użyteczność najgorszego przypadku (5) nie może spaść poniżej użyteczności bezryzykowego „status quo”. W stanie tym kapitał ludzki jest nieaktywny (tzn. niezatrudniony) i jego użyteczność (podobnie jak w przypadku kapitału finansowego zainwestowanego w obligacje państwowe o stopie zwrotu  $R_F$ ) jest równa

$$\bar{U}_F = C_v R_F \bar{T} x^\beta. \quad (36)$$

Z warunku  $\bar{U}_F = \bar{U}_0$  znajdujemy

$$S_0^{1-\beta} = \frac{C_v R_F \bar{T}}{C_c}. \quad (37)$$

Jak wynika z (37) gdy wartość  $\bar{T} = \tau z$  nie przekracza wynegocjonowanego czasu wykonania projektu  $T^*$  oraz gdy stosunek kosztów stałych  $C_c$  do zmiennych  $C_v \bar{T}$  jest mały (czyli ryzyko operacyjne jest małe)  $S_0^{1-\beta}$  oraz użyteczność (31) są duże. W takiej sytuacji przyrost użyteczności  $\Delta U = U_0 - U_F > 0$ , gdzie  $U_F$  jest użytecznością status quo (osoby niezatrudnionej) tj.

$$U_F(x) = C_v R_F \tau x^\beta.$$

Przyrost ten można wyrazić w postaci

$$\Delta U = M(1 - E), \quad (38)$$

gdzie  $M = IS_0^{1-\beta} x^\beta$ ,  $E = \frac{C_c}{I} \left( 1 + \frac{\tau}{\bar{T}} + \frac{C_v}{C_c} \tau \right)$ .

W wyrażeniu (38) duża wartość  $M$  jest czynnikiem motywującym do podjęcia projektu, zaś  $E$  czynnikiem ryzyka operacyjnego, które hamuje podjęcie projektu. W przypadku gdy negocjowane wartości wynagrodzenia  $I$  i czasu realizacji  $T^*$  są małe (w stosunku do kosztów  $C_c$ ,  $C_v \tau$  oraz czasu  $\bar{T}$ ) wartość  $\Delta U$  jest ujemna i projekt nie może być realizowany w formie indywidualnej. Możliwe jest jednak w takiej sytuacji skorzystanie z pomocy osób dodatkowo zatrudnionych w wykonaniu projektu czyli tzw. dźwigni operacyjnej.

Aby tworzony w ten sposób zespół (lub organizacja) kooperujących jednostek tworzył stabilny system organizacyjny konieczne jest stosowanie sprawiedliwych zasad zarządzania, tj. podziału obowiązków i wynagrodzeń wśród członków zespołu.

Wymaganie powyższe można zrealizować wykorzystując zasadę Nash'a, dotyczącą maksymalizacji iloczynu przyrostów użyteczności tj.

$$\Delta(\bar{y}) = \max_{y_i \in \Omega} \prod_{i=1}^n \Delta U_i(y_i), \quad \Omega = \left\{ y_i \left| \sum_{i=1}^n y_i = 1, y_i > 0, \forall i \right. \right\}, \quad (39)$$

gdzie  $y_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) jest strategią podziałów nakładu  $I$  na części  $I y_i$ , przypisane poszczególnym wykonawcom, którzy ponoszą różne koszty  $C_c$  oraz  $C_{vi} \tau_i$  przy warunku  $\bar{T}_i = \tau_i z_i \leq T^*$ , przy czym

$$\Delta U_i(y_i) = IS_{0i}^{1-\beta} x^\beta (y_i - E_i); \quad E_i = \frac{C_{ci}}{I} \left( 1 + \frac{\tau_i}{T^*} + \frac{C_{vi} \tau_i}{C_{ci}} \right). \quad (40)$$

Wyznaczenie optymalnej strategii  $y_i = \bar{y}_i$ ,  $\forall i$  opiera się na następującym twierdzeniu o sprawiedliwym podziale.

**TWIERDZENIE.** Istnieje jednoznaczna sprawiedliwa (w sensie Nash'a) strategia  $y_i = \bar{y}_i$ ,  $i = 1, \dots, n$  podziału nakładów  $y_i I$  pomiędzy  $n$  kooperującymi jednostkami, scharakteryzowanymi przez dodatnie przyrosty  $\Delta U_i(y_i) = M_i (y_i - E_i) > 0$ , taka że  $\Delta U_i(\bar{y}_i) = M_i \delta$ , gdzie  $M_i = IS_{0i}^{1-\beta} x^\beta$ ,

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n} \left[ 1 + (n-1) E_i - \sum_{k \neq i} E_k \right], \quad \forall i \quad (41)$$

$$\delta = \frac{1}{n} \left[ 1 - \sum_{k=i}^n E_k \right]. \quad (42)$$

Dowód.

Ponieważ  $\Delta(y)$  jest funkcją ściśle wklęsłą w  $\Omega$  warunkiem koniecznym i wystarczającym aby strategia  $y_i, i=1, \dots, n$  była optymalną jest spełnienie równań:

$$\begin{aligned} \Delta'_{y_k} &= \left[ \prod_{i=1}^{n-1} (y_i - E_i) \left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} y_i - E_n \right) \right]'_{y_k} = \\ &= \left[ \prod_{i=1}^{n-1} (y_i - E_i) \right]'_{y_k} \left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} y_i - E_n \right) - \prod_{i=1}^{n-1} (y_i - E_i), \quad k=1, 2, \dots, n-1. \end{aligned}$$

$$\text{Ponieważ } \left[ \prod_{i=1}^{n-1} (y_i - E_i) \right]'_{y_k} = \prod_{i \neq k}^{n-1} (y_i - E_i), \quad k=1, 2, \dots, n-1,$$

więc

$$\Delta'_{y_k} = \prod_{i=1}^{n-1} (y_i - E_i) \left[ \frac{1 - \sum_{i=1}^{n-1} y_i - E_n}{y_k - E_k} - 1 \right] = 0, \quad k=1, 2, \dots, n-1.$$

Ponieważ  $\prod_{i=1}^{n-1} (y_i - E_i) > 0$  (z założenia) warunki konieczne sprowadzają się do równań

$$1 - \sum_{i=1}^{n-1} y_i - E_n = y_k - E_k, \quad k=1, 2, \dots, n-1$$

Uwzględniając fakt, że  $1 - \sum_{i=1}^{n-1} y_i = y_n$  otrzymujemy

$$y_k - E_k = y_n - E_n \stackrel{\Delta}{=} \delta, \quad k=1, 2, \dots, n.$$

Zatem

$$\bar{y}_i = E_i + \delta, \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (43)$$



Ponieważ  $\sum_{i=1}^n \bar{y}_i = \sum_{k=1}^n E_k + n\delta = 1$  więc

$$\delta = \frac{1}{n} \left[ 1 - \sum_{k=1}^n E_k \right],$$

zaś z (43) otrzymujemy

$$\bar{y}_i = E_i + \frac{1}{n} \left[ 1 - \sum_{k=1}^n E_k \right] = \frac{1}{n} \left[ 1 - (n-1)E_i - \sum_{k=1}^n E_k \right], \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Przyrosty użyteczności dla optymalnej strategii  $y_i = \bar{y}_i$  wynoszą:

$$\Delta U_i(\bar{y}_i) = M_i(\bar{y}_i) - E_i = M_i \delta, \quad \text{c.n.d.}$$

Parametr  $\delta$  nazywany wskaźnikiem korzyści kooperacyjnych (*WKK*) wyraża wspólne korzyści wynikające z kooperacji wykonawców projektu. Jeśli jest on dodatni wszyscy odnoszą (przy warunku że  $y_i = \bar{y}_i$ ,  $\forall i$ ) korzyści gdyż  $\Delta U_i(\bar{y}_i) > 0$ ,  $\forall i$ . Jeśli, dla przykładu, założymy iż parametry  $C_{vi} = C_v$ ,  $\forall i$  natomiast czasy realizacji w wyniku podziału obowiązków (zadań)  $\tau_i = \tau/n$ , oraz koszty stałe  $C_{ci} = C_c/n$ , to

$$E_k = \frac{C_c}{nI} \left( 1 + \frac{\tau}{nT^*} + C_v \tau / C_c \right), \quad \forall k,$$

$$\sum_{k=1}^n E_k = a + b/n, \quad a = \frac{C_c}{I} (1 + C_v \tau / C_c), \quad b = \frac{C_c}{I} \frac{\tau}{T^*}.$$

Zatem  $\delta(n) = \frac{1}{n} (1 - a - b/n)$  jest funkcją wklęsłą, która osiąga wartość maksymalną dla  $\delta'(n) = -\frac{1-a}{n^2} + \frac{2b}{n^3} = 0$ . Wynika stąd, iż optymalna liczba wykonawców projektu (gdy podział zadań i wynagrodzeń  $\bar{y}_i I$ ,  $\forall i$  jest sprawiedliwy) winna być równa  $\bar{n} = \frac{2b}{1-a}$ . Gdy  $n < \bar{n}$ , ryzyko operacyjne wzrasta a  $\delta(n)$  maleje zaś przy  $n > \bar{n}$ , podział zysków na dużą liczbę  $n$  uczestników zwiększa  $\sum_1^n E_k$  i obniża  $\delta(n)$ .

Metodologia powyższa pozwala też tworzyć efektywne zespoły gdy potencjalni uczestnicy zespołu wykonawców różnią się kwalifikacjami ( $\tau_i$ ) i kosztami ( $C_{vi}$  i  $C_{ci}$ ) oraz gdy zadania są wykonywane zarówno równolegle i szeregowo w czasie  $T^*$ . Można w tym przypadku wykorzystać znane prace [2, 4] z alokacji zasobów i szeregowania zadań w kompleksach operacji.

Metodologia oparta na *UTR* pozwala również na wsparcie problemów zarządzania projektami i organizacjami gwarantując przy  $\Delta U_i > 0, \forall i$  stabilną egzystencję tych organizacji.

## 5. Wspomaganie rozwoju dźwignią finansową z uwzględnieniem ryzyka kredytowego

Jak wykazano w § 4 zastosowanie dźwigni operacyjnej umożliwia (drogą organizacji efektywnego zespołu wykonawców) zmniejszenie ryzyka operacyjnego i podjęcie wyzwań rozwojowych. Warto przy tym zauważyć, iż realizacja niektórych wyzwań i projektów innowacyjnych nie może być podjęta gdy przedsiębiorcy nie dysponują dostatecznie dużymi nakładami kapitałowymi ( $I$ ) dla pokrycia kosztów stałych i zmiennych. W sytuacji takiej mogą oni jednak skorzystać z tzw. dźwigni finansowej, drogą zaciągnięcia kredytu (długu)  $D$ , który uzupełnia kapitały własne  $P$ , tak że  $I = P + D$  umożliwi realizację projektu. Powstaje przy tym problem spłaty odsetek  $rD$  (gdzie  $r$  zwane jest kosztem kapitału  $D$ ), które obciążają zobowiązania finansowe przedsiębiorcy wyrażone przez  $\lambda = \frac{L_m + rD}{P}$  i tworzą tzw. ryzyko kredytowe. Gdy stopa zadłużenia  $d = D/P$  jest zbyt duża powoduje ona powiększenie ryzyka (rynkowego i operacyjnego) oraz bankructwo przedsiębiorstwa (tzn. zespołu wykonawców). Powstaje zatem problem wyznaczenia optymalnego (ze względu na wartość *UTR*) poziomu zadłużenia ( $d = d^*$ ).

Aby rozwiązać ten problem oznaczmy zysk brutto przedsiębiorstwa przez  $Z$ , zaś zysk netto (związany ze spłatą długu  $rD$  oraz stopą podatkową  $T_p$ )  $Z_n = Z - (1 - T_p)rD$ .

Oczekiwany zwrot na kapitałach własnych firmy wyniesie

$$R_k = Z_n / P$$

zaś zwrot na inwestycji

$$R = \frac{Z}{P + D}.$$

Związek pomiędzy  $R_k$  i  $R$  wyraża wzór

$$R_k(d) = \frac{Z}{P} - (1 - T_p)rd = R\{1 + [1 - (1 - T_p)r/R]d\} = R(\tau + ad), \quad (44)$$

gdzie  $a = 1 - (1 - T_p)r/R$ .

Można zauważyć, iż przy  $R/r > 1 - T_p$ , zwrot na kapitałach własnych  $R_k(d)$  rośnie liniowo wraz ze wzrostem zadłużenia  $d$ . W przypadku, gdy inwestycja charakteryzuje się niskim oczekiwanym zwrotem  $R$ , tj.  $R < r(1 - T_p)$ , dźwignia finansowa obniża wartość zwrotu  $R_k(d)$ .

Aby ocenić wpływ zadłużenia  $d$  na współczynnik bezpieczeństwa  $S$  należy wyznaczyć granicę dopuszczalnego poziomu prawdopodobieństwa sukcesu  $\bar{p}(d)$ , które wg (4):

$$\bar{p}(d) = \frac{\lambda + rd}{R_k(d)} = \bar{p} \frac{1 + rd/\lambda}{1 + ad}, \quad \bar{p} = \lambda/R. \quad (45)$$

gdy wartość  $r/a\lambda > 1$ ,  $\bar{p}(d)$  wzrasta wraz ze wzrostem  $d$ . Powoduje to obniżenie wartości współczynnika bezpieczeństwa:

$$S(d) = 1 - [1 - S_0(d)] \sqrt{\frac{1/p - 1}{1/\bar{p}(d) - 1}}, \quad (46)$$

gdzie

$$S_0(d) = \left[ \frac{R_F}{\bar{p}(d)} \right]^{1-\beta}. \quad (47)$$

Należy zauważyć, iż  $UTR$ , jako funkcja parametru  $d$ , tj.

$$U(d) = PR(1 + ad)[S(d)]^{1-\beta} x^\beta, \quad (48)$$

zależy od iloczynu liniowo rosnącego czynnika  $(1 + ad)$  oraz monotonicznie malejącego czynnika  $[S(d)]^{1-\beta}$ . Funkcja ta osiąga wartość maksymalną dla wartości  $d = \bar{d}$ , którą można wyznaczyć, w formie numerycznej z równania  $U'(d) = 0$ .

Wyznaczona w ten sposób wartość optymalnego zadłużenia  $\bar{D} = \bar{d}P$  zapewnia uzyskanie optymalnej użyteczności trwałego rozwoju firmie, która podejmuje wyzwanie rozwojowe lecz nie dysponuje odpowiednim poziomem własnych kapitałów  $P$ .

## 6. Perspektywy rozwojowe metodologii i zastosowań UTR

Przedstawione powyżej oraz w publikacjach [1,5-10] podstawy metodologii użyteczności trwałego rozwoju stwarzają nowe perspektywy w rozwoju nauk systemowych, w których występuje ryzyko systemowe tzn. ryzyko rynkowe, operacyjne, kredytowe i ryzyko zagrożeń (spowodowane przez przyczyny naturalne, awarie systemów, akty terrorystyczne, kradzieże majątku itp.).

Perspektywy te umożliwiają wewnętrzną integrację takich obszarów badawczych jak badania operacyjne (w tym optymalizacji rozdziału zadań, zasobów i wynagrodzeń), niezawodności (uwzględniającej ryzyko awarii technicznych), statystyki (uwzględniającej wartość informacji), wnioskowanie (w oparciu o logikę dwuwartościową i rachunek prawdopodobieństwa lub tzw. logikę rozmytą i niepewną) oraz wspomaganie decyzji z możliwością tworzenia sztucznej inteligencji.

Metodologia UTR pozwala również na wsparcie rozwoju nauk społecznych, w tym nauk o organizacji i zarządzaniu, socjologii i psychologii, gdzie przeważają metody opisowe (deskryptywne) na korzyść metod normatywnych opartych na technice numerycznej z wykorzystaniem systemów komputerowych.

Jeśli chodzi o zastosowania praktyczne metodologii UTR to (jak to powiedziano na wstępie) olbrzymie wyzwania rozwojowe są związane z rosnącym zapotrzebowaniem na zarządzanie wiedzą (z uwzględnieniem ryzyka systemowego) czyli wspomaganie decyzji menadżerów i polityków przez odpowiednio opracowane programy i systemy komputerowe. W obszarze tym na szczególną uwagę zasługują:

- a. Ocena i wybór opcji rozwojowych, które związane są z nowymi technologiami i innowacjami.
- b. Alokacja zasobów budżetowych na badania naukowe i rozwój, uwzględniająca zarówno korzyści społeczno-gospodarcze jak i ryzyko badawcze i rynkowe.
- c. Alokacja budżetu na rozwój edukacji, uwzględniająca popyt na różne specjalizacje i formy kształcenia, tj. podstawowe, wyższe,

ustawiczne i tzw. e-nauczanie (wirtualne), z uwzględnieniem ryzyka zatrudnienia (bezrobocie) oraz ryzyko operacyjne (odsiewu w toku studiów).

- d. Sprawiedliwa alokacja środków budżetowych (uzyskiwanych z podatków) na usługi społeczne (służba zdrowia, ubezpieczenia socjalne, bezpieczeństwo publiczne itp.) uwzględniająca ryzyko zagrożenia (ze strony chorób, przestępców, terrorystów itp.).

Niedostateczna wiedza i wykształcenie menadżerów i polityków w powyższym zakresie jak i brak systemów wspomagających decyzje skutkują zarówno aferami gospodarczymi jak i konfliktami społeczno-ekonomicznymi.

### Wykaz literatury

1. Banek T, Kulikowski R. *Management of intellectual capital*. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech. Vol. 51, No 3 (2003).
2. Bubnicki Z. Teoria i algorytmy sterowania. PWN, Warszawa (2002).
3. Burnham K.P., Anderson D.R. Model selection and multimodel inferences. Springer Verlag (1998).
4. Józefczyk J. Szeregowanie zadań w kompleksie operacji z uwzględnieniem ruchu realizatorów. Prace Naukowe Instytutu Sterowania i Techniki Systemów Politechniki Wrocławskiej, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław (1996).
5. Kulikowski R. Portfolio Optimization: Two factors-utility approach. Control and Cybernetics, No 3 Warszawa (1998).
6. Kulikowski R. URS methodology – a tool for stimulation of economic growth by innovations. Bulletin of Polish Academy of Sciences, Sci. Tech. 50, No 1, Warszawa (2002).
7. Kulikowski R. On general theory of risk management and decision support systems. Bulletin of Polish Academy of Sciences, Sci. Tech. Vol. 51, No 3 (2003).
8. Kulikowski R. Acceleration of economic growth by technological change and knowledge management, (ibid.).
9. Kulikowski R. Wspomaganie zarządzania przez maksymalizację użyteczności w granicach dopuszczalnego ryzyka. XIV Krajowa Konferencja Automatyki, 24-27.VI. (2002)

10. Kulikowski R., Kruś L. Support of education decisions in Group Decisions and Voting. Ed. J. Kacprzyk, D. Wagner. Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa (2004).
11. Le Doux J.E. Emotion, memory and the brain. *Scientific American*, June (1994).
12. Pilat D. Making the new economy work. *Journal of Transforming Economies and Societies*. Cracow University of Economics & Academy of Entrepreneurship and Management (2002).
13. Savage L.J. *The foundations of statistics*. Wiley, New York, (1954).
14. Tversky A. Utility theory and additivity analysis of risky choices. *Journal of Experimental Psychology*, 75 (1967).
15. Von Neumann J., Morgenstern O. *Theory of games and economic behaviour*. Princeton Univ. Press (1953).



