292/2004

Raport Badawczy
Research Report

RB/7/2004

Wspomaganie zarządzania kapitałami z uwzględnieniem ryzyka

R. Kulikowski

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2004

Wspomaganie zarządzania kapitałami z uwzględnieniem ryzyka

Roman Kulikowski

Instytut Badań Systemowych PAN, ul. Newelska 6, 01-447 Warszawa

Praca dotyczy wspomagania decyzji przy zarządzaniu kapitałami firm i przedsiębiorstw z uwzględnieniem różnych form ryzyka. Korzyści wynikające z zainwestowania kapitału w rozważane opcje rozwojowe są oceniane przy pomocy dwuczynnikowej funkcji użyteczności. Pierwszy czynnik wyraża oczekiwany zysk, w oparciu o estymowane prawdopodobieństwo sukcesu, zaś drugi – zysk najgorszego przypadku, gwarantujący przeżycie i uniknięcie ryzyka bankructwa. Rozważane są problemy zarządzania inwestycjami w rozwoju długofalowym i przestrzennym oraz zarządzanie rezerwami kapitałowymi (drogą finansowania działań prewencyjnych) mających na celu redukcję zagrożeń i strat, oraz eliminację strat (drogą ubezpieczenia zagrożonego majątku). Dla oceny strat stosuje się dwuczynnikową funkcję nieużyteczności. Metodologia powyższa umożliwia wspomaganie rozwoju (przez wybór optymalnych opcji i innowacji) jak i zabezpieczenie egzystencji przez optymalizację wydatków na działania prewencyjne, np. diagnostykę i profilaktykę w usługach medycznych lub edukację (chroniącą przed bezrobociem).

Wstęp

Głównym wyzwaniem rozwojowym obecnych czasów jest przyspieszenie rozwoju gospodarczego kraju przez oparcie zarządzania kapitałami firm i instytucji na wiedzy. Wyzwanie to jest związane z koniecznością opracowania metodologii wspomagania procesów decyzyjnych, które dotyczą zarządzania kapitałami dysponowanymi przez ludzi oraz przez firmy i przedsiębiorstwa.

Aby decyzje te, dotyczące wyboru optymalnych opcji ze zbioru alternatyw, mogły być oparte na ścisłej metodologii optymalizacyjnej trzeba przede wszystkim umieć sformułować jawną postać funkcji celu, zwanej funkcją użyteczności decydenta. Zagadnienie to nie jest sprawą prostą gdyż zależy od subiektywnych postaw decydentów, którymi interesują się głównie psycholodzy oraz niektórzy przedstawiciele nauk ścisłych. Na przykład J. von Neumann i O. Morgenstern [15] opracowali aksjomatyczną koncepcję oczekiwanej użyteczności (*EU*) przedsięwzięć obarczonych danym prawdopodobieństwem sukcesu p lub ryzykiem niepowodzenia $1-p$. L.J. Savage [16] wprowadził (w oparciu o nową aksjomatykę) koncepcję subiektywnej użyteczności

(SEU) opartej na subiektywnym prawdopodobieństwie sukcesu $s(p)$. Słuszność tej koncepcji potwierdziły badania eksperymentalne psychologów A. Tverskiego i D. Kahneman'a [17], twórców tzw. „prospect theory", zgodnie z którą $s(p)$, zwana ważonym prawdopodobieństwem sukcesu, zależy od uwarunkowań decyzyjnych (zwanych „framing of decisions").

Ponieważ jawna (analityczna) postać $s(p)$ przez wiele lat pozostawała sprawą enigmatyczną, zaś psychologów interesowały głównie problemy opisowe (deskryptywne) tj. jak decyzje są podejmowane, problem opracowania teorii normatywnej, tj. jak w świetle posiadanej wiedzy decyzje winny byś podejmowane, był otwarty. Z powyższego względu w pracy [5] zaproponowano dwuczynnikową funkcję użyteczności, uwzględniającą zarówno oczekiwane korzyści (związane z prawdopodobieństwem sukcesu p) jak i przejściowe sytuacje kryzysowe, w których prawdopodobieństwo sukcesu nie może spaść poniżej dopuszczalnego (gwarantującego przeżycie) poziomu $\overline{p}$. Poziom $\overline{p}$ jest uwarunkowany sytuacją finansową, tj. dochody w okresie kryzysowym oraz płynne rezerwy muszą wystarczać na pokrycie minimalnych potrzeb i zobowiązań przedsiębiorstwa. Użyteczność analizowanej opcji rozwojowej jest tym większa, czym większy jest dystans pomiędzy p i $\overline{p}$. Gdy dystans ten maleje, ryzyko rośnie zaś użyteczność maleje.

Stosując powyższą koncepcję użyteczności, zwanej użytecznością trwałego rozwoju (gdyż umożliwia przeżycie sytuacji kryzysowych) w pracach [1, 6-12] rozwiązywano problemy zarządzania kapitałami z uwzględnieniem różnych form ryzyka (rynkowego, kredytowego, operacyjnego itp.) przez sposoby zmniejszenia ryzyka przez unikanie konfliktów (np. przez sprawiedliwy podział obowiązków i wynagrodzeń pracowników przedsiębiorstwa), a także – kooperację i negocjacje z partnerami zewnętrznymi.

W pracy niniejszej rozważane są też problemy zarządzania kapitałami w rozwoju długofalowym i przestrzennym (co staje się ważne w warunkach globalizacji). Rozważane są tu też problemy zarządzania rezerwami kapitałowymi przez finansowanie działań prewencyjnych mających na celu redukcję zagrożeń i strat kapitałowych, a także – eliminacji strat drogą ubezpieczeń zagrożonego majątku. Dla oceny nieużyteczności strat wprowadzono funkcję nieużyteczności (disutility) rozwojowej. W rozważaniach tych uwzględniane są różne formy kapitału. Zgodnie z panującymi tendencjami oprócz tradycyjnych pojęć kapitału fiskalnego (monetarnego), naturalnego (ziemia, lasy, wody, zasoby naturalne) i wytworzonego (budowle, maszyny, towary) stosuje się pojęcie kapitału ludzkiego i intelektualnego. W świetle modnej ostatnio termodynamicznej wizji rozwoju świata [13] kapitały są odpowiednikiem energii zaś nasza planeta jest miejscem, w którym koegzystują chaotyczne siły destrukcyjne (miarą których jest entropia) oraz siły kreatywne, które przez wykonaną nad systemem pracę koncentrują kapitały i wprowadzają porządek. Pojęciu kapitału ludzkiego odpowiada energia potencjalna, która może być zamieniona na pracę, wyrażoną zgodnie z teorią fizyczną przez iloczyn mocy oraz czasu wykorzystanej pracy. Moc, w przypadku kapitału intelektualnego, jest odpowiednikiem efektywności, której miarą jest liczba rozwiązywanych problemów w jednostce czasu. Zwiększenie tej efektywności może być osiągnięte przez inwestycję zasobów kapitałowych w edukację człowieka. Zwiększenie kapitału ludzkiego można też osiągnąć przez wydłużenie okresu zdolności do pracy, drogą inwestycji kapitału w ochronę zdrowia, tj. profilaktykę i ubezpieczenia zdrowotne.

Stosując powyższą metodologię możliwe jest wspomaganie zarówno rozwoju (czyli przyrostów kapitału jakie oferują alternatywne opcje) jak i podział uzyskanych przyrostów (czyli tzw. retencję) na działalność rozwojową oraz działalność prewencyjno-ubezpieczeniową, redukującą możliwe straty kapitałowe.

Tworzona w ten sposób metodologia wspomagania zarządzania kapitałami może przyczynić się w istotny sposób do wdrażania wiedzy i wspomagania rozwoju społeczno-ekonomicznego kraju, a także do zwiększenia konkurencyjności i dobrobytu naszego kraju w ramach UE.

2. Użyteczność trwałego rozwoju

Funkcja użyteczności trwałego rozwoju $U(x) = F[Zx, Y]$, wprowadzona w pracy [6], zależy od dwóch czynników:

1. $Zx = PRx$, gdzie $R = E\{\widetilde{R}\}$ jest oczekiwaną stopą zwrotu w danym okresie (1 roku) zainwestowanego kapitału I, tj. $R = (P_m - I) : I$, $I = xP$ jest częścią posiadanych zasobów kapitałowych inwestora P, $\widetilde{R}$ jest zmienną losową z wariancją $Var[\widetilde{R}] = \sigma^2$.

2. $Y = Z - \kappa\sigma P$ reprezentuje zysk najgorszego przypadku, gdzie κ jest parametrem określającym subiektywną wagę jaką inwestor przypisuje ryzyku (wyrażonym przez σ).

Zmienne Zx, Y są wyrażone w jednostkach monetarnych. Aby wartość U nie uległa zmianie przy zmianie jednostek (np. zamianie zł na 100 gr) funkcja F musi być jednorodna (tzw. „constant return to scale"). Typową funkcją tego typu jest funkcja Cobb-Douglas'a, tj.

$$U(x) = F[Zx, ZS] = PRS^{1-\beta}x^{\beta}, \quad \beta \in [0,1], \tag{1}$$

gdzie parametr

$$S = 1 - \kappa \sigma/R, \tag{2}$$

jest zwany indeksem bezpieczeństwa, zaś

$$\beta \cong \frac{\Delta U}{U}$$

subiektywnym parametrem charakteryzującym przedsiębiorczość inwestora.

Dla oceny R i S można wykorzystać prosty (dwupunktowy) model rozkładu prawdopodobieństwa sukcesu:

$$\widetilde{R} = R_u \quad \text{z prawdopodobieństwem} \quad p,$$

$$\widetilde{R} = R_d = 0 \quad \text{z prawdopodobieństwem} \quad 1-p.$$

Zgodnie z tym modelem

$$R = pR_u, \qquad S = 1 - \kappa\sqrt{1/p - 1}. \tag{3}$$

Określenie subiektywnych parametrów κ i β wymaga zastosowania procedury zwanej skalowaniem użyteczności. Zgodnie z procedurą skalowania określenie parametru κ wymaga oceny dolnej granicy prawdopodobieństwa sukcesu $\overline{p}$ (koniecznego dla przeżycia najgorszego przypadku) w którym oczekiwany zysk $PR_u\overline{p}$ oraz rezerwy kapitałowe A wystarczają na pokrycie minimalnych potrzeb i zobowiązań inwestora (np. spłaty zaciągniętych pożyczek) tj. $PR_u\overline{p} + A = L_m$. Skąd

$$\bar{p} = \lambda/R_u, \qquad \lambda = \frac{L_m - A}{P}. \tag{4}$$

Wartość $\bar{p}$ umożliwia również określenie dolnej granicy indeksu $S \triangleq S_o$; $S_o = 1 - \kappa\sqrt{1/p - 1}$. Zakładając, iż dla $p = \bar{p}$ obniżona użyteczność

$$U_o(x) = PR_u\bar{p}S_o^{1-\beta}x^\beta,$$

jest równoważna inwestycji z minimalnym zwrotem R_F i $S = 1$, tj. ryzykiem równym zeru (jaką posiadają obligacje skarbowe) czyli

$$U_o(x) = U_F(x) = PR_F x^\beta,$$

mamy

$$S_o = \left(R_F/\lambda\right)^\gamma, \quad \gamma = \frac{1}{1-\beta}, \tag{5}$$

oraz

$$\kappa(\lambda) = (1 - S_0) : \sqrt{1/\bar{p} - 1} = \left[1 - \left(R_F/\lambda\right)^\gamma\right]\sqrt{\frac{\lambda}{R_u - \lambda}}, \tag{6}$$

$$S = 1 - \kappa(\lambda)\sqrt{1/p - 1}. \tag{7}$$

Identyfikacja subiektywnego parametru β jest możliwa w oparciu o dwie zasady:

1. Ekwiwalent pewności: lokata kapitału xP w działalność obarczoną ryzykiem winna mieć równoważną użyteczność do lokaty $x_F P$ w obligacje skarbowe, czyli

$$PRS^{1-\beta} = PR_F X_F^\beta,$$

skąd

$$\frac{x_F}{x} = S^{\frac{1-\beta}{\beta}}\left(R/R_F\right)^{1/\beta}. \tag{8}$$

2. Optymalizacja retencji h: tj. podział przyrostu dochodów ΔP na działalność produkcyjną z ryzykiem i

$$U(h) = \Delta PRS^{1-\beta}h^{\beta}, \qquad h = {}^{\Delta I}\!/_{\Delta P},$$

oraz rezerwę (w obligacje skarbowe) z $U_F(1-h) = \Delta PR_F(1-h)^{\beta}$, w ten sposób by osiągnąć

$$\max_h[U(h) + U_F(1-h)] = \max_h \Delta P[RS^{1-\beta}h^{\beta} + R_F(1-h)^{\beta}].$$

Optymalną strategię h określa równanie

$$\frac{h}{1-h} = S\left({}^{R}\!/_{R_F}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}. \tag{9}$$

Ponieważ

$$\ln {}^{x_F}\!/_{x} : \ln \frac{h}{1-h} = {}^{1}\!/_{\beta} - 1,$$

więc

$$\beta = \left[1 + \frac{\ln {}^{x_F}\!/_{x}}{\ln \frac{h}{1-h}}\right]^{-1}. \tag{10}$$

Jak wynika z (8) o (9) ${}^{x_F}\!/_{x}$ oraz $\frac{h}{1-h}$ rosną wraz z S. Gdy decydent uważa, iż ${}^{x_F}\!/_{x} = \frac{h}{1-h}$, to jego $\beta = {}^{1}\!/_{2}$. Gdy powiększa się zagrożenie strat kapitału decydent uważa, iż retencja rezerw winna być większa. Wtedy ${}^{h}\!/_{1-h}$ oraz β maleją. W przypadku gdy decydent uważa, iż powstają korzyści produkcyjne ${}^{h}\!/_{1-h}$ oraz β rosną. Zatem gdy intuicyjne odczucia decydenta powodują iż ${}^{x_F}\!/_{x} \geq {}^{h}\!/_{1-h}$ to $\beta \leq {}^{1}\!/_{2}$.

Przykłady: Jeśli $\frac{h}{1-h} = 3 < \frac{x_F}{x} = 5$, to $\beta = 0.406$

Jeśli $\frac{h}{1-h} = 9 > \frac{x_F}{x} = 7$, to $\beta = 0.530$.

Wykorzystując relacje (4), (6) i (10) można więc zidentyfikować subiektywne parametry decydenta i wyskalować funkcje użyteczności, której wartości pozwalają ocenić różne opcje rozwojowe. Wartość β charakteryzuje przedsiębiorczość inwestora. Gdy β rośnie inwestor zwiększa retencję kapitału w rozwój firmy zgodnie ze wzorem

$$h = \frac{\left(R/R_f\right)^\gamma}{1/S + \left(R/R_F\right)^\gamma}, \qquad \gamma = \frac{1}{1-\beta}. \tag{11}$$

W przypadku gdy β maleje awersja inwestora do ryzyka rośnie i zwiększa on retencję kapitału rezerwowego zabezpieczającego firmę przed bankructwem.

Przedstawiając funkcję użyteczności (1) w postaci $U(x) = s(p)PR_u x^\beta$, wartość $s(p) = pS^{1-\beta}$ można nazwać prawdopodobieństwem subiektywnym lub prawdopodobieństwem ważonym. Należy też zauważyć iż:

dla dużych p i λ wartość $S < 1$ zaś $s(p) < p$,

dla małych p i λ wartość $S > 1$ zaś $s(p) > p$,

co jest zgodne z teorią prospektu A. Tverskiego i D. Kahneman'a [17].

Znajomość $s(p)$ umożliwia decydentom wspomaganie decyzji dotyczących zarządzania posiadanymi kapitałami. Umożliwia także doradcom finansowym (maklerom giełdowym) wspomaganie decyzji swoich klientów, zgodnie z ich odczuciami, pod warunkiem, iż są w stanie zidentyfikować ważone subiektywnie prawdopodobieństwa $s(p)$ klientów.

Ważnym problemem jest tu także określenie prawdopodobieństwa sukcesu p w oparciu o zaobserwowane sytuacje w przeszłości tj. dane statystyczne. Dane te są związane ze stosowanym przez decydenta modelem, będącym uproszczoną wizją rzeczywistości czyli aproksymującym rzeczywistość. Miarą strat informacji wynikających z ekstrakcji informacji o rzeczywistości, opisanej przez funkcję gęstości prawdopodobieństwa $f(x)$, poprzez model opisany f.g.p. $g(x)$ jest tzw. odległość Kullback Leibler'a

$$I(f,g) = \int f(x) \log\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] dx,$$

oparta na mierze informacji, wprowadzonej przez Shannon'a i wywodzącej się z koncepcji entropii Boltzman'a.

Wykorzystując koncepcję $I(f,g)$ oraz maksymalizację funkcji wiarygodności R. Fisher'a, japoński uczony Akaike w r. 1973 opracował metodę oceny skuteczności modeli przy pomocy tzw. Kryterium informacyjnego AIC. W oparciu o powyższe koncepcje opracowano metodologię selekcji modeli i wnioskowania (opisaną w [2]).

Wynika stąd, iż wiedza nabyta (drogą edukacji) przez decydenta, będąca miernikiem jego kapitału intelektualnego, pozwala mu przy analizie opcji rozwojowych wybrać model najbardziej skuteczny (tj. z minimalnym indeksem AIC) gwarantujący dużą wartość prawdopodobieństwa sukcesu p (w porównaniu z $\overline{p}$), a tym samym – opcję o największej użyteczności.

Jednym z podstawowych problemów zarządzania jest podział posiadanych zasobów P na N różnych (niezależnych) opcji rozwojowych scharakteryzowanych przez

$$U_i(x_i) = PR_i S_i^{1-\beta} x_i^{\beta}, \quad S_i = 1 - \kappa\sqrt{1/p_i - 1}, \quad x_i = I_i/P.$$

Optymalna strategia $x_i = \hat{x}_i$, $i = 1,2,\dots,N$, może być wyznaczona przez rozwiązanie problemu [9]:

$$U(\hat{x}) = \max_{x_i \in \Omega} \sum_{i=1}^{N} U_i(x_i), \qquad \Omega = \left\{ x_i \middle| \sum_{i=1}^{N} x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad \forall i \right\}$$

gdzie

$$\hat{x}_i = \frac{R_i^{\gamma} S_i}{\sum_{j=1}^{N} R_j^{\gamma} S_j}, \quad \gamma = \frac{1}{1-\beta}, \quad \forall i. \tag{12}$$

Przedstawiona powyżej koncepcja użyteczności dotyczy głównie tzw. ryzyka rynkowego (związanego z losowym charakterem $\widetilde{P}_m$ o wartości oczekiwanej $P_m = E\{\widetilde{P}_m\}$). W pracy [11] przedstawiono rozszerzenie tej koncepcji na tzw. ryzyko operacyjne, które charakteryzują losowo zmienne koszty działalności firm i przedsiębiorstw. Ryzyko operacyjne zależy również od powstających konfliktów wewnątrz przedsiębiorstwa (np.

strajków wynikających z niesprawiedliwego podziału obowiązków i wynagrodzeń wśród członków załogi).

Z powyższych względów w pracy [9] wyznaczono optymalne strategie podziału obowiązków i wynagrodzeń. Stosując omawianą metodologię w pracach [11, 12] wyznaczono również optymalne strategie kooperacji z partnerami zewnętrznymi. Chodzi bowiem zwykle o negocjowany podział zysków pomiędzy kooperującymi jednostkami (np. instytutem badawczym i przedsiębiorstwem przy opracowaniu i wdrażaniu projektów innowacyjnych).

Przedstawiona powyżej metodologia dotyczy użyteczności zarządzania posiadanymi kapitałami w pojedyńczym okresie planistycznym. W następnym paragrafie analizowana będzie użyteczność rozwoju długofalowego.

3. Użyteczność rozwoju długofalowego, w czasie i przestrzeni

Zgodnie z termodynamiczną wizją świata efektywne zarządzania (tj. sterowanie posiadanymi kapitałami) ma na celu ograniczenie tendencji destrukcyjnych (chaosu) przez działalność kreatywną (wprowadzanie porządku), która jest związana z koncentracją, czyli powiększaniem dysponowanych zasobów kapitałowych.

Miarą przyrostów kapitału w czasie jest oczekiwana stopa zwrotu $R(t) = p(t)R_u$, gdzie $p(t)$ jest prawdopodobieństwem sukcesu (przeżycie okresu $[0,t]$) przez producenta produktu oferowanego na rynku. Wartość $R(t) = P_m(t)/I(t) - 1$, zależy od stosunku ceny rynkowej $P_m(t)$ (popytu) do nakładów operacyjnych $I(t)$, czyli kosztów na jednostkę produktu.

Z badań dynamiki rozwoju przestrzennego (por. np. R. Domański [4] wynika iż możliwe opcje rozwojowe charakteryzują się zwykle dwoma okresami (fazami) rozwoju.

Pierwsza faza, zwana wzrostem wykładniczym w czasie $[0,t_o]$, jest wspomagana przez tzw. korzyści skali (synergii), czyli obniżanie jednostkowych kosztów produkcji, wynikające ze wzrostu rozmiarów produkcji oraz ze wzrostu popytu na nowe produkty. Korzyści te, nazywane też korzyściami urbanizacyjnymi, występują zwłaszcza w dużych aglomeracjach z rozbudowanymi usługami i infrastrukturą transportowo-łącznościową oraz rynkami charakteryzującymi się dużym popytem na nowe produkty.

Wzrost wykładniczy nie może zwykle ciągnąć się w nieskończoność, gdyż pojawiają się ujemne korzyści skali, wynikające z nadmiernej koncentracji (zatłoczenia, zanieczyszczenia środowiska itp.), zwane też barierami wzrostu.

Bariery te powodują zmniejszenie tempa wzrostu zaś wykładnicza faza rozwoju przechodzi w fazę opisaną krzywą logistyczną S – kształtną.

Aby opisać powyższą dynamikę rozwojową załóżmy, iż w fazie wzrostu wykładniczego przyrost kapitału opisany jest funkcją $y(t)$, $t \in [0, t_o]$, ze stopą zwrotu $R(t) = \dot{y}(t) / y(t) = R_o = p_o R_u = const$. Mamy wiec

$$y(t) = y(0)e^{R_o t}, \quad t = 1,2,\ldots,t_o \tag{13}$$

W drugiej fazie $(t \geq t_o)$, w której zanikają korzyści skali, oczekiwaną stopę zwrotu można opisać przez równanie:

$$R(t) = \dot{y}(t) / y(t) = R_u[p_o - 1(t - t_o)y(t)], \tag{14}$$

gdzie

$$1(t - t_o) = \begin{matrix} 0 & \text{dla} & t \leq t_o \\ 1 & \text{dla} & t > t_o. \end{matrix}$$

Rozwiązaniem równania (14) dla $t \geq t_o$ jest funkcja logistyczna

$$y(t) = \frac{p_o}{1 - ce^{-R_o t}}, \qquad c = \frac{p_o - y(t_o)}{y(t_o)}, \tag{15}$$

zaś

$$R(t) = R_u[p_o - y(t)] = R_o \frac{c}{c + e^{R_o t}}, \qquad t \geq t_o. \tag{16}$$

Jednym z ważnych problemów przy ocenie dynamiki rozwojowej przy malejącym $R(t)$ jest określenie okresu opłacalnej produkcji (T_1), tj. czasu w którym prawdopodobieństwo sukcesu $p(T_1)$ nie spada poniżej dolnej granicy $\bar{p}$. Z warunku $R(T_1) = R_u\bar{p}$ mamy

$$T_1 = \frac{1}{p_o R_u} \ln c\left[{p_o}/{\bar{p}} - 1\right]. \tag{17}$$

W oparciu o powyższy model prawdopodobieństwo sukcesu:

$$p(t) = \begin{cases} p_o & \text{dla} \quad t \in [0, t_o], \\ p_o \dfrac{c}{c + e^{R_o t}}, & \text{dla} \quad t \in [t_o, T_1]. \end{cases} \tag{18}$$

Wykorzystując (18) można też określić użyteczność działalności $U_t(x_t)$ w kolejnych okresach planistycznych. Jeśli w okresie wzrostu wykładniczego, gdy $p(t) = p_o$, zaś nakłady operacyjne $I = hP$, oraz stopa retencji $h_t = {I_t}/{P_t} = x$ są stałe w czasie, mamy

$$S^{1-\beta} = \left[1 - \kappa\sqrt{{1}/{p_o} - 1}\right] = const, \tag{19}$$

oraz

$$U_t(x) = PR_u p_o S^{1-\beta} x^{\beta} = const, \quad \text{dla} \quad t = 1,2,\ldots,t_o.$$

Wartość użyteczności dla całego okresu $[0, t_o]$ można ocenić dyskontując strumień dochodów (oceniany przez $U_t(x)$) ze stopą dyskontową k. Wartość k można określić przyrównując wartość obecną PV_1 (present value) zysków za jeden okres tj.

$$PV_1 = \frac{PR_u p_o}{1+k}$$

do wartości

$$U_1(1) = PR_u p_o S^{1-\beta}.$$

Skąd $S^{1-\beta} = \dfrac{1}{1+k}$. Zatem stopa dyskontowa

$$k = \frac{1}{S^{1-\beta}} - 1. \tag{20}$$

Ponieważ PV_{t_o} dla strumienia zysków w okresie $[1, t_o]$ wynosi

$$PV_{t_o} = \sum_{t=1}^{t_o} \frac{PR_u p_o}{(1+k)^t}$$

więc wartość zdyskontowanej w okresie $[1, t_o]$ użyteczności

$$U_{t_o}(x) = \sum_{t=1}^{t_o} \frac{U_1(x)}{(1+k)^{t-1}} = U_1(x) \sum_{t=1}^{t_o} [S^{1-\beta}]^{t-1} \,. \tag{21}$$

Utrzymanie wykładniczego tempa rozwoju w działalności firm i przedsiębiorstw wymaga, przy spadającej stopie zwrotów dla tradycyjnych wyrobów, zastępowanie ich przez wyroby innowacyjne (np. nowe modele o podwyższonej jakości, które zwiększają malejący popyt na modele tradycyjne). Dla firm, które stosują taką strategię (tj. zarówno R jak i stopa retencji h są stałe w czasie) strumień dywidend, które są wypłacane posiadaczom akcji $D_t = (1-h)E_t$, gdzie $E_t = (1+hR)^t E_o$ jest strumieniem dochodów. Zatem (zgodnie z tzw. modelem Gordona [3]) wartość obecna

$$V_o = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t} = \frac{D_1}{k-hR} = \frac{(1-h)E_o}{k-hR} \tag{22}$$

Wartości tej odpowiada użyteczność

$$U_\infty(x) = E_o = \frac{(1-h)}{k-hR} x^\beta, \quad \text{gdzie} \quad k = \frac{1}{S^{1-\beta}} - 1. \tag{23}$$

Warto zauważyć, że przy $R = k$, użyteczność (23): $U_\infty(x) = \frac{E_o}{k} x^\beta$, nie zależy od polityki firmy w zakresie zmian stopy retencji h. Gdy $R > k$ firma należy do tzw. firm wysokiej technologii (high technology) i stopa retencji h jest duża. Zaś w przypadku, gdy firma upada, tj. $R < k$ dla utrzymania wysokiej pozycji na giełdzie firma zmniejsza h co powoduje wzrost dywidend D_t.

Przy wyborze opcji rozwojowych przedsiębiorcy rozpatrują również przestrzenną lokalizację swojej działalności. Wybrany region powinien bowiem gwarantować duże korzyści skali czyli długi okres wzrostu wykładniczego co powiększa użyteczność inwestycji produkcyjnych w tym regionie.

Dla władz regionalnych, które odpowiadają za dalszy pomyślny rozwój swego regionu, oznacza to konieczność zwiększania zainteresowania wśród potencjalnych inwestorów przez taką strategię i politykę, która gwarantuje korzyści skali, tzn. rozwój sieci dróg i komunikacji, systemów usług, edukacji, zdrowia i infrastruktury.

Wiąże się to ze wspomaganiem rozwoju kapitału ludzkiego regionu. Kapitał ten, zgodnie z termodynamiczną wizją rozwoju, można traktować jako odpowiednik energii potencjalnej, która może być zdolna do wykonania pracy. W kategoriach ekonomicznych oznacza to przekształcenie kapitału ludzkiego w produkty jego pracy, które stanowią kapitał wytworzony. Ponieważ praca w ujęciu fizycznym jest iloczynem mocy i czasu jej trwania odpowiednikiem mocy w ujęciu ekonomicznym jest produktywność człowieka określona przez jego kwalifikacje (edukację).

Powiększenie kapitału ludzkiego wiąże się więc z inwestycjami w edukację oraz osiągnięcie niezawodności, tj. długowiecznej sprawności fizycznej i umysłowej, co związane jest z wydatkami na usługi medyczne.

Wypada tu zauważyć, iż problemem oceny niezawodnego funkcjonowania w okresie $[0,t]$ systemów technicznych zajmuje się teoria niezawodności. Oznaczając prawdopodobieństwo przeżycia rozpatrywanego systemu okresu $[0,t]$ oraz $P(t)$ w pracy I. Ryabinina [14] wprowadzono pojęcie intensywności porażki:

$$\lambda(t) = \frac{d}{dt}[1 - P(t)] : P(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)}$$

oraz funkcję zużytych rezerw

$$\Lambda(t) = \int_o^t \lambda(t)dt$$

Funkcja ta wyraża utratę zdolności operacyjnych przez zużyte elementy systemu podobne do wycieku płynu z rezerwuaru, którego objętość wyraża wielkość posiadanych rezerw $\Lambda(T_f)$. Średnią wielkość czasu niezawodnej operacji wyraża $\overline{T}_f = \int_o^\infty P(t)dt$.

Oznaczając przez t_1, potwierdzony przez obserwację, czas niezawodnej działalności, wartość oczekiwanego czasu do porażki (awarii) wynosi

$$\overline{T}_f(t_1) = \int_{t_1}^{\infty} P(t)dt : P(t_1).$$

Ocenę oczekiwanego czasu zużycia rezerw $\Lambda(t = \Theta)$ można tu wyznaczyć z warunku $P(\Theta) = \exp[-\Lambda(\Theta)] = \exp(-1)$.

Stosując powyższą metodologię w pracy [14] wyznaczono, w oparciu o dane demograficzne, $P(t)$, $\lambda(t)$, $\Lambda(t)$, $\overline{T}_f(t_1)$ oraz ocenę długości życia Θ dla mężczyzn i kobiet w ZSRR.

4. Promocja i rozprzestrzenianie innowacji

Dla osiągnięcia dużych prawdopodobieństw sukcesów w sprzedaży produktów na chaotycznym rynku producent i sprzedawca muszą posiadać (zdobywać) informacje o zachowaniu (popycie na oferowane produkty) wśród potencjalnych klientów.

Brak takiej informacji, czyli tzw. niepewność informacyjna, oznaczana *UC* (uncertainty), jest źródłem ryzyka rynkowego. Miarą niepewności (co do zachowania n klientów) jest, zgodnie z koncepcją C. Shannon'a, entropia (mierzona w bitach) tj.

$$UC = \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 \frac{1}{p_i}. \tag{24}$$

Jeśli i-ty klient akceptuje (nie akceptuje) kupno produktu to $p_i = 1$ $(p_i = 0)$ i niepewność informacyjna $p_i \log_2 \frac{1}{p_i} = 0$. Maksymalną wartość *UC* osiąga w stanie największego chaosu, gdy $p_i = \frac{1}{2}$, $\forall i$ i $UC = \frac{n}{2}$ bitów.

W celu zmniejszenia *UC* w dużych organizacjach stosuje się hierarchiczną strukturę zarządzania kapitałami w której każdemu kierownikowi podlega mniejsza liczba kooperujących jednostek.

Dla oceny użyteczności sprzedaży, wyrażonej oczekiwaną liczbą k sprzedanych produktów (np. samochodów), wśród n potencjalnych klientów, można wykorzystać dwumianowy rozkład prawdopodobieństwa sukcesów

$$P_r(x=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}, \qquad k=0,1,2,\ldots,n.$$

Dla rozkładu tego estymatorem p (największej wiarygodności) jest $p={}^{k}\!/_{n}$, ocenianym na bazie danych statystycznych (historycznych).

Ponieważ $E\{x\}=np$, $Var\,x=np(1-p)$, ${}^{\sigma}\!/_{R}=\sqrt{\frac{1-p}{np}}=\sqrt{{}^{1}\!/_{k}-{}^{1}\!/_{n}}$, więc $S=1-\kappa\sqrt{{}^{1}\!/_{k}-{}^{1}\!/_{n}}$. Zatem użyteczność sprzedaży, z oczekiwaną stopą zwrotu $R=pR_u$, $p={}^{k}\!/_{n}$, $R_u=nR_{u1}$, gdzie R_{u1}- stopa zwrotu dla pojedynczego produktu (np. dla sprzedawcy samochodów, który płaci producentowi P_d zł za sztukę oraz sprzedaje za P_S, $R_{u1}={}^{P_d}\!/_{P_S}-1$) wyniesie

$$U(x)=PR_{u1}k\left[1-\kappa\sqrt{{}^{1}\!/_{k}-{}^{1}\!/_{n}}\right]^{1-\beta}x^{\beta}, \qquad x={}^{I_o}\!/_{P}, \tag{25}$$

Sprzedając nowy (innowacyjny) produkt sprzedawca musi się liczyć z ryzykiem iż klient nie posiadając odpowiedniej informacji i zachęty do kupna spowodują obniżenie liczby k sprzedanych jednostek. Dla wsparcia sprzedaży (kooperacji z klientami) sprzedawca prowadzi akcję promocyjną, opartą na reklamach i rabatach, których koszty równe $c=\gamma P_S$, obniżają zwrot R_{u1}, tj. $R_{u1}(\gamma)=R_{u1}-\gamma$, oraz zwiększają k, tj. $k(\gamma)$. Przyjmując, iż $k(\gamma)=k(1+a\gamma)$, gdzie parametr a można wyestymować w oparciu o badania ekonometryczne rynku, można też, w oparciu o (25) określić stosunek:

$$f(\gamma)=\frac{U(\gamma)}{U(0)}=(1-{}^{\gamma}\!/_{R_{u1}})(1+a\gamma)\left[\frac{1-\kappa\varphi(\gamma)}{1-\kappa\varphi(0)}\right]^{1-\beta}, \tag{26}$$

gdzie $\varphi(\gamma)=\sqrt{\frac{1}{k(1+a\gamma)}-1}$.

Ponieważ funkcja $f(\gamma)$ jest funkcją wklęsłą, z $f(0)=1$ oraz $f(R_{u1})=0$, istnieje optymalna wartość $\gamma=\hat{\gamma}$, która zapewnia maksymalizację działań promocyjno-reklamowych, i której wartość numeryczną można określić rozwiązując równanie

$f'(\gamma) = 0$. Znając $\hat{\gamma}$ można też określić optymalną wartość wydatków $\hat{c} = \hat{\gamma} P_g$ na cele promocyjno-reklamowe.

Badania marketingowe, prowadzone na N różnych rynkach, pozwalają określić wartości a_i oraz $k_i(\gamma) = k_i(1 + a_i\gamma)$ a następnie $\hat{\gamma}_i$ i $\hat{c}_i$ oraz $U_i(x_i)$, $i = 1,2,...,N$.

Znajomość $U_i(x_i)$ umożliwia także określenie optymalnej strategii podziału nakładów $\hat{I}_i = P\hat{x}_i$ (wg wzoru (12)) na rozprzestrzenienie działalności w N rozważanych regionach, czyli do optymalizacji dyfuzji przestrzennej innowacyjnych produktów i technologii.

Optymalizacja nakładów na działalność reklamową przedsiębiorstw produkcyjnych i sprzedawców w określonych regionach winna interesować także firmy medialne, które są pośrednikami (brokerami) w przekazie informacji pomiędzy producentami i sprzedawcami a klientami. Stopień niepewności wyrażany przez *UC* przedsiębiorców w określonym regionie zależy bowiem od skuteczności rozpowszechniania informacji oraz cen ogłoszeń reklamowych.

5. Nieużyteczność oczekiwanych strat i zagrożeń

Analizowane powyżej problemy zarządzania posiadanym kapitałem P dotyczyły działalności w sferze produkcyjno-rozwojowej, których miarą jest użyteczność (1). Uzyskiwana w ramach tej działalności część dochodu $\Delta P(1-h)$ jest przeznaczana na powiększanie kapitału rezerwowego, który oznaczamy przez K_r. Zarządzanie kapitałem K_r jest związane z pokryciem strat i działań prewencyjno-ubezpieczeniowych, które są wywołane przez naturalne siły destrukcyjne (np. pożary, powodzie, huragany), awarie i katastrofy systemów, choroby, kradzieże majątku itp.

Dla oszacowania oczekiwanych strat kapitałowych można wprowadzić dwuczynnikową funkcję nieużyteczności $D(x_l)$ (disutility of losses):

$$D(x_l) = F[K_r R_l x_l; K_r R_l + \kappa_l \sigma] = K_r R_l S_l^{1-\beta} x_l^{\beta}, \quad x_l = {}^{K_e}\!/_{K_r} \tag{27}$$

gdzie K_e - wartość kapitału zagrożonego (endangered capital), którą przy $x_l \leq 1$ są w stanie pokryć posiadane rezerwy K_r.

Aby umożliwić minimalizację nieużyteczności łącznej (dla N zagrożeń) opisanej przez $D_i(x_{li})$, gdzie $\sum_{i=1}^{N} x_{li} = 1$, zakładamy, iż funkcje $D_i(x_{li})$ są wypukłe, czyli $\beta > 1$.

Oczekiwaną stopę strat R_l określamy zgodnie z modelem rozkładu dwupunktowego:

$$R_l^u = 1 - \overline{K}_e / K_e > 0, \text{ z prawdopodobieństwem strat } p_l,$$

$$R_l^d = 0, \text{ z prawdopodobieństwem } 1 - p_l,$$

gdzie $\overline{K}_e$ jest wartością K_e po wypadku (jeśli np. po wypadku wartość rozbitego samochodu ($\overline{K}_e$) jest bliska wartości przed wypadkiem (K_e) to stopa strat R_l^u jest bliska zeru).

Wartość oczekiwanej stopy strat zależy od prawdopodobieństwa p_l, tj.

$$R_l = p_l R_l^u, \tag{28}$$

zaś indeks bezpieczeństwa:

$$S_l = 1 + \kappa_l \sqrt{1/p_l - 1}, \quad \kappa_l = (\overline{S}_l - 1) : \sqrt{1/\overline{p}_l - 1}, \tag{29}$$

gdzie $\overline{p}_l$ jest górna granicą prawdopodobieństwa strat tj. $p_l \leq \overline{p}_l$.

Wynika stąd, iż S_l rośnie wraz ze spadkiem p_l zaś wartość

$$D(x_l) = K_r \frac{R_l}{S_l^{\beta-1}} x_l^{\beta} \tag{30}$$

maleje gdy S_l oraz $\overline{K}_e$ rosną.

Przechodząc do problemu skalowania $D(x_l)$ zakładamy, iż:

a. Stratę w najgorszym przypadku $K_e R_l^u \overline{p}_l$ musi pokryć kapitał rezerwowy $K_r = P - K_o$, gdzie K_o - kapitał operacyjny przeznaczony na działalność produkcyjną. Wynika stąd

$$\bar{p}_l = \lambda / R_l^u, \qquad \lambda = K_r / K_e. \tag{31}$$

b. Nieużyteczność najgorszego przypadku

$$\bar{D}(x_l) = K_r R_l^u \bar{p}_l \frac{x_l^\beta}{\bar{S}_l^{\beta-1}}$$

nie może przewyższać nieużyteczności ubezpieczenia majątku K_e

$$D_I(x_l) = K_r (C / K_r)^\beta$$

gdzie C jest kosztem ubezpieczenia. Z warunku $\bar{D}(x_l) = D_I(x_l)$ mamy

$$\bar{S}_l = \lambda^{-1} [K_r / C]^{\frac{\beta}{1-\beta}}. \tag{32}$$

Dla identyfikacji parametru β korzystamy z dwóch zasad:

1. Ekwiwalentu pewności, tj. $D_r(x_l) = D_I(C / K_r)$, $x_l = K_e / K_r$ z której wynika

$$C / K_p = \frac{R_l^{1/\beta}}{S_l^{\gamma_1}}, \qquad \gamma_1 = 1 - 1/\beta. \tag{33}$$

2. Minimalizacji nieużyteczności przy podziale przyrostów rezerw (ΔK_r) na redukcję strat (drogą działań prewencyjnych o kosztach ΔK_p) oraz eliminację strat (przez ubezpieczenie o koszcie $C = \Delta K_r - \Delta K_p$)

$$\min_g [D(g) + D_I(1-g)], \quad \text{gdzie} \quad g = \Delta K_p / \Delta K_r$$

$$D(g) = \Delta K_r R_l \frac{g^\beta}{S_l^{\beta-1}}, \qquad D_I(1-g) = \Delta K_r (1-g)^\beta$$

z której wynika

$$\frac{g}{1-g} = S_l / R_l^{\gamma_2}, \qquad \gamma_2 = \frac{1}{\beta - 1}. \tag{34}$$

Ponieważ

$$\frac{\ln C/K_e}{\ln \frac{g}{1-g}} = 1/\beta - 1$$

więc

$$\beta = \left[1 + \frac{\ln C/K_e}{\ln \frac{g}{1-g}}\right]^{-1} . \tag{35}$$

Należy zauważyć, iż typowe zachowanie decydentów charakteryzuje się wyborem $C/K_e < 1$ oraz $\frac{g}{1-g} > 1$ więc ich parametr $\beta > 1$, co jest zgodne z założeniem o wypukłości funkcji $D(x_l)$.

Stosując powyższą metodologię można również określić spadek nieużyteczności strat z uwzględnieniem nakładów kapitału $K \leq K_p$ na działalność prewencyjną. Działalność prewencyjna zwiększa $\overline{K}_e(K)$ oraz redukuje stopę strat R_l (bez prewencji) wg zależności

$$R_p = 1 - \frac{\overline{K}_e(K)}{\overline{K}_e(0)} = R_l e^{-\varepsilon K}, \tag{36}$$

gdzie

$$\varepsilon = -\frac{1}{K} \ln \frac{K_e - \overline{K}_e(K)}{K_e - \overline{K}_e(0)}$$

jest współczynnikiem efektywności prewencji. Wartość tego współczynnika można oszacować obserwując spadki strat $K_e - \overline{K}_e(K)$ w stosunku do strat bez prewencji $K_e - \overline{K}_e(0)$. Jeśli np. samochody wyposażono w ABS, opony zimowe, łańcuchy na kołach itp. o koszcie K to straty wynikłe z poślizgów i rozbicia samochodów maleją. Pasy bezpieczeństwa i poduszki powietrzne zmniejszają również straty wynikłe z okaleczeń kierowców, czyli straty kapitału ludzkiego.

Uwzględniając zależność (36) nieużyteczność strat z prewencją $D_p(K)$ można wyrazić w postaci

$$D_p(K) = D(x_l)e^{-\varepsilon K}. \tag{37}$$

Opierając się na zależności (37) możliwe jest rozwiązanie problemu alokacji kapitału K_p przeznaczonego na redukcje strat drogą prewencji w n obszarach zagrożeń z danymi $D_i(x_{li}) \stackrel{\Delta}{=} d_i$ oraz ε_i, $i = 1,2,\ldots,n$. Optymalną strategię $K_i \stackrel{\Delta}{=} \hat{K}_i$ można wyznaczyć znajdując

$$\min_{K_i} \sum_{i=1}^{n} D_{pi}(K_i) = \min_{K_i} \left[\sum_{i=1}^{n-1} d_i \exp(-\varepsilon_i K_i) + d_n \exp[-\varepsilon_n (K_p - \sum_{i=1}^{n-1} K_i)] \right].$$

Strategię tą można wyznaczyć z równań:

$$-\varepsilon_i d_i \exp(-\varepsilon_i K_i) + \varepsilon_n d_n \exp\left[-\varepsilon_n \left(K_p - \sum_{i=1}^{n-1} K_i\right)\right] = 0, \qquad i = 1,\ldots,n-1$$

oraz $K_n = K_p - \sum_{i=1}^{n-1} K_i$, które po zlogarytmowaniu przyjmują postać równań liniowych

$$K_i(\varepsilon_i + \varepsilon_n) + \varepsilon_n \sum_{j \neq i}^{n-1} K_j = \ln \frac{\varepsilon_i d_i}{\varepsilon_n d_n} + \varepsilon_n K_p, \qquad i = 1,\ldots,n-1, \tag{38}$$

$$K_n = K_p - \sum_{i=1}^{n-1} K_i.$$

Ponieważ funkcja $\sum_{i=1}^{n} D_{pi}(K_i)$ jest wypukła więc strategia $\hat{K}_i$ jest optymalna i jednoznaczna.

Należy zauważyć, że gdy koszty ubezpieczenia kapitału K_{ai} (równe C_i) są równe $\hat{K}_i$ zaś $D_{pi}(\hat{K}_i) > K_r(\hat{K}_i/K_r) = D_I(x_i)$ zamiast działań prewencyjnych kapitał K_{ai} winien być ubezpieczony, obciążając fundusz przeznaczony na ubezpieczenia K_I.

Proponowana metodologia finansowania działalności prewencyjnej może być zastosowana również do alokacji nakładów na działania diagnostyczne w ochronie zdrowia. Oczekiwane straty kapitału ludzkiego, wynikające z n chorób i wypadków, mogą być scharakteryzowane przez

a. N_i^u dni chorobowych o kosztach $N_i^u(c_p + c_{ui})$, gdzie c_p - koszt 1 dnia utraconej pracy (absencji chorobowej) c_{ui} - koszt 1 dniowych usług medycznych dla i-tej choroby.

b. oczekiwane częstotliwości zachorowań, wyrażone przez p_{li} oceniane przez system statystyki diagnostycznej dla i-tej choroby.

Na podstawie powyższych danych można ocenić nieużyteczność strat

$$D_i(x_{li}) = K_r R_{li} \frac{(x_{li})^\beta}{S_{li}^{\beta-1}}, \quad \forall i \tag{39}$$

gdzie

$$R_{li} = p_{li} R_{li}^u = p_{li} \, {}^{N_i^u}\!/_{N}, \quad N \text{ - liczba zagrożonych dni pracy w roku}$$

$$S_{li} = 1 + \kappa_l \sqrt{{}^1\!/_{p_{li}} - 1},$$

$$\kappa_l = (\overline{S}_l - 1) : \sqrt{{}^1\!/_{\overline{p}_l} - 1}, \quad \overline{p}_l = {}^{\lambda}\!/_{R_l^u}.$$

Nieużyteczność zagrożeń z prewencją:

$$D_{pi}(K_i) = d_i e^{-\varepsilon_i K_i}, \quad d_i = D_i(x_{li}).$$

Ponieważ ${}^{D_{pi}(K_i)}\!/_{D_i(x_{li})} = {}^{N_i^u(K_i)}\!/_{N_i^u(0)}$ zatem

$$\varepsilon_i = \frac{1}{K_i} \ln \frac{N_i^u(K_i)}{N_i^u(0)}, \quad d_i = \frac{N_i^u(K_i)}{N} {}^{p_{li}}\!/_{S_{li}^{\beta-1}}, \quad \forall i. \tag{40}$$

Wyznaczenie ε_i, d_i oraz określenie optymalnych nakładów $\hat{K}_i$ z równań (38) wiąże się z koniecznością wykorzystania danych statystycznych dotyczących zachorowalności i grup ryzyka pacjentów oraz skuteczności zabiegów profilaktycznych. Problemem do rozwiązania jest też problem komplementarnego podziału kapitałów indywidualnych oraz nakładów na społeczną służbę zdrowia (wynikające z podatków i podziału budżetu państwowego. W systemie zarządzania budżetem regionu lub całego kraju kapitał K_r tworzony jest przez system podatkowy zaś nakłady na działania prewencyjno profilaktyczne w istniejących obszarach zagrożeń, w odczuciu wielu obywateli, są nieskuteczne („obywatele zarabiają państwo marnuje" pisze np. Gazeta Wyborcza). Wspomaganie zarządzania środkami budżetowymi w poszczególnych regionach jak i całym kraju, w oparciu o zarządzanie oparte na wiedzy winno przyczynić się do likwidacji powstających konfliktów społecznych. Chodzi zwłaszcza o to by indywidualne i społeczne decyzje (regulowane przez politykę regionów i państwa) były wzajemnie komplementarne. Rozwiązanie tych problemów, stanowiące wyzwanie dla nauk systemowych jest podstawowym wyzwaniem obecnych czasów.

6. Wykaz literatury

1. Banek T, Kulikowski R. Management of intellectual capital. Bulletin of the Polish Academy of Sciences, Sci. Tech. Vol. 51, No 3 (2003).
2. Burnham K., Anderson D.R., Model selection and multimodel inference, Springer (1998).
3. Francis J.C., Investments – analysis and management. McGraw-Hill, New York (1991).
4. Domański R., Geografia ekonomiczna. Ujęcie dynamiczne. WPN, Warszawa (2004).
5. Kulikowski R., Portfolio optimization: two factors-utility approach, Control and Cybernetics, Vol. 27, No 2 (1998).
6. Kulikowski R., URS methodology – a tool for stimulation of economic growth by innovations. Bulletin of Polisth Academy of Sciences, Sci. Tech. Vol. 50, No 1 (2002).
7. Kulikowski R., Wspomaganie zarządzania przez maksymalizację użyteczności w granicach dopuszczalnego ryzyka. XIV Krajowa Konferencja Automatyki, 24-27.VI (2002).
8. Kulikowski R., Acceleration of economic growth by technological change and knowledge management. Bulletin of Polish Academy of Sciences, Sci. Tech. Vol. 51, No 3 (2003).

9. Kulikowski R., On general theory of risk management and decision support systems (ibid).

10. Kulikowski R., Risk and utility of sustainable development. In: Grzegorzewski P., Krawczak M., Zadrożny S. (eds). Soft computing – tools, techniques and application (2004).

11. Kulikowski R., Management support by knowledge using the concept of utility of sustainable development. In: Proceedings of the 15th International Conference on Systems Science, Wrocław (2004).

12. Kruś L., Analiza współpracy we wspólnych przedsięwzięciach innowacyjnych. W: Badania operacyjne i systemowe, 2004. Podejmowanie decyzji. Podstawy metodyczne i zastosowania. EXIT, Warszawa (2004).

13. Prigogine J., Stengers, Z chaosu ku porządkowi. Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa (1990).

14. Ryabinin J., Reliability of engineering systems. Mir Publishers, Moscow (1976).

15. Von Neumann J., Morgenstern O., Theory of games and economic behaviour. Princeton Univ. Press (1953).

16. Savage L.J., The foundations of statistics. New York, Wiley (1954).

17. Tversky A., Kahneman O., The framing of decisions and the psychology of choice. Science 211, 453-480 (1981).