114/2003

Raport Badawczy
Research Report

RB/19/2003

Teoria rynkowej konkurencji przemysłowej

S. Piasecki

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Dr inż. Jan Owsiński

Warszawa 2003

Stanisław Piasecki

Teoria rynkowej konkurencji przemysłowej

Instytut Badań Systemowych PAN
Warszawa 2003

Spis treści

Wstęp

Zakłada się, że walka konkurencyjna toczy się między wieloma firmami produkującymi ten sam wyrób (lub podobne wyroby, nie różniące się istotnie - z punktu widzenia nabywców) sprzedawany na tym samym rynku.

Popyt rynkowy, na rozpatrywany wyrób jest ograniczony i rośnie wraz z maleniem ceny rynkowej wyrobu. Najczęściej jest to zależność liniowa.

Cena rynkowa wyrobu zależy od różnicy popytu i podaży. Podaż danego wyrobu jest sumą produkcji wyrobu wszystkich firm działających na rynku.

Poszczególne firmy, ustalając wielkość swojej produkcji, kierują się zasadą maksymalizacji własnego zysku. Zakłada się, że zysk jest różnicą przychodów ze sprzedaży i kosztów wytworzenia wyrobów.

Przyjmuje się także, iż wszystkie firmy dysponują podobną technologią produkcji transportu i sprzedaży o identycznych kosztach. W przedstawionych w pracy wynikach nie jest więc uwzględniony czynnik postępu technicznego mogącego dawać istotną przewagę jednych przedsiębiorstw nad innymi.

W pracy głównie zwrócono uwagę na czynnik „skali produkcji" wpływający na zmniejszenie jednostkowych kosztów produkcji, umożliwiający konkurencję cenową na wspólnym rynku, przez wielkie organizacje przemysłowe. Prowadzi to do bankructwa inne, mniejsze przedsiębiorstwa.

W pracy analizuje się sytuacje które następują po dostatecznie długim czasie, to znaczy, gdy się stwierdza: „na rynku pozostanie ostatecznie jeden producent"- rozumie się przez to ,że mniejsze firmy, po pewnym czasie, nieuchronnie będą musiały zbankrutować. W szczególności rozważa się także „próg wejścia" firmy na rynek, na którym dominuje jeden producent.

1. Model elementarny [1], [2], [3]

Przeanalizujmy proces działalności pojedyńczej firmy, operującej na rynku, którego chłonność jest na rozpatrywany wyrób ograniczona.

W modelu tym przyjmiemy dodatkowe założenie. Mianowicie: jednostkowy koszt własny produkcji rośnie wraz ze wzrostem produkcji. Zwykle koszt ten jest stały, oczywiście w granicach możliwości danej instalacji technologicznej.

Wprowadźmy następujące oznaczenia.

μ – wielkość produkcji w jednostce czasu, zwana natężeniem (intensywnością) produkcji, wyrażana w jednostkach naturalnych na jednostkę czasu, np.: [szt./rok], [ton/rok] itp.

C – cenna rynkowa jednostki wyrobu, wyrażona w jednostkach pieniężnych na jednostkę naturalną, np.: [zł/szt.], [zł/tonę] itp.

λ – popyt rynkowy na wyrób, wyrażony w jednostkach naturalnych na jednostkę czasu, np.: [szt./rok], [ton/rok] itp.

$\kappa(\mu)$ – jednostkowy koszt własny wytworzenia wyrobu, przy produkcji z natężeniem, μ wyrażony w jednostkach pieniężnych na jednostkę naturalną, np.: [zł/szt.], [zł/tonę] itp.

$K(\mu)$ – koszt własny, w jednostce czasu, wytwarzania wyrobów z natężeniem μ, wyrażony w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu, np.: [zł/rok] itp.

$\lambda(C)$ – zależność zapotrzebowania klienta od ceny rynkowej wyrobu.

W szczególności dla zależności liniowej, funkcja ta będzie miała postać

$$\lambda = \lambda_{mx} - a \cdot C \qquad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right] \qquad \text{dla} \qquad 0 \le C \le C_{mx}$$

gdzie λ_{mx} – maksymalny popyt przy $C \to 0$

C_{mx} – maksymalna cena przy której $\lambda \to 0$

$$C_{mx} = \frac{\lambda_{mx}}{a}$$

a – współczynnik proporcjonalności

$$a = \frac{\lambda_{mx}}{C_{mx}} \left[\frac{\frac{\text{szt}}{\text{rok}}}{\frac{\text{zł}}{\text{szt}}}\right] \Rightarrow \left[\frac{\text{szt}^2}{\text{zł} \cdot \text{rok}}\right]$$

$C(\lambda)$ – zależność ceny rynkowej od popytu. W szczególności w naszym przypadku mamy

$$C = \frac{\lambda_{mx} - \lambda}{a} \qquad \text{dla} \qquad 0 \le \lambda \le \lambda_{mx}$$

$Z(C, \lambda, \mu)$ – zależność zysku firmy od: ceny rynkowej, popytu, i natężenia produkcji. Zysk jest wyrażony w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu, np.: [zł/tydz], [zł/rok] itp.

$$Z(C, \lambda, \mu) = C \cdot \lambda - \mu \cdot \kappa(\mu) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

W stanie ustalonym, oczywiste jest założenie zrównania produkcji z popytem

$$\mu = \lambda$$

Wtedy otrzymamy

$$Z(C, \mu) = C \cdot \mu - K(\mu) = C \cdot \mu - \mu \cdot \kappa(\mu)$$

Ponieważ firma dąży do maksymalizacji zysku Z, więc optymalna wartość $\overset{\bullet}{\mu}$ jest wyznaczana z równania :

$$\frac{\partial Z(C, \mu)}{\partial \mu} = 0$$

Różniczkując otrzymamy:

$$C - \frac{d}{d\mu} K(\mu)_{|\mu = \overset{\bullet}{\mu}} = 0$$

lub:

$$\frac{d}{d\mu} K(\mu) = C$$

Rozpatrzmy ***model elementarny o rosnących, wraz ze wzrostem natężenia produkcji, kosztach jednostki wyrobu:***

$$\kappa(\mu) = b \cdot \mu \quad ; \quad b > 0$$

gdzie b jest kosztem produkcji wyrobu dla $\mu = 1$

$$K(\mu) = \mu \cdot \kappa(\mu)$$

$$\frac{d}{d\mu} K(\mu) = \kappa(\mu) + \mu \cdot \frac{d}{d\mu} \kappa(\mu) = 2 \cdot \mu \cdot b$$

Ostatecznie, równanie przyjmie postać:

$$2 \cdot \mu^{*} \cdot b = C$$

Stąd mamy:

$$\mu^* = \frac{C}{2b}$$

oraz:

$$K(\mu^*) = \mu^* \cdot \kappa(\mu^*) = b \cdot (\mu^*)^2$$

A po podstawieniu wyrażenia na μ^*:

$$K(\mu^*) = \frac{1}{b}\left(\frac{C}{2}\right)^2$$

Zauważmy, że wartość widocznej na rys. 1 wielkości μ_o, otrzymamy rozwiązując równanie:

$$C \cdot \mu_o - K(\mu_o) = 0$$

Podstawiając :

$$K(\mu_o) = \mu_o \cdot \kappa(\mu_o)$$

otrzymamy:

$$C \cdot \mu_o - \mu_o \cdot \kappa(\mu_o) = 0$$

Stąd:

$$\kappa(\mu_o) = C$$

Ale

$$\kappa(\mu_o) = b \cdot \mu_o$$

więc:

$$\mu_o = \frac{C}{b}$$

Zauważmy, że dla optymalnej wartości natężenia produkcji, mamy podobnie:

$$\frac{d}{d\mu} K(\mu)\Big|_{\mu=\mu^*} = C$$

więc:

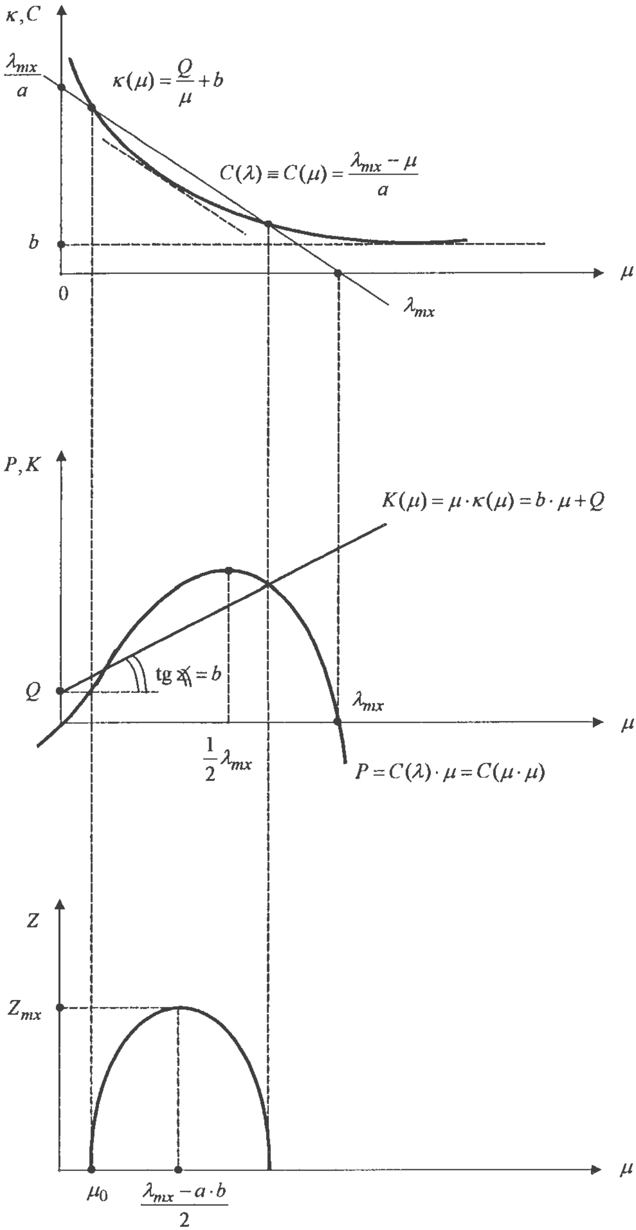
$$\kappa(\mu_o) = \frac{d}{d\mu} K(\mu)\Big|_{\mu=\mu^*} = C$$

Ilustracja tych relacji jest przedstawiona na rysunku 2, na którym proste A i B są równoległe.

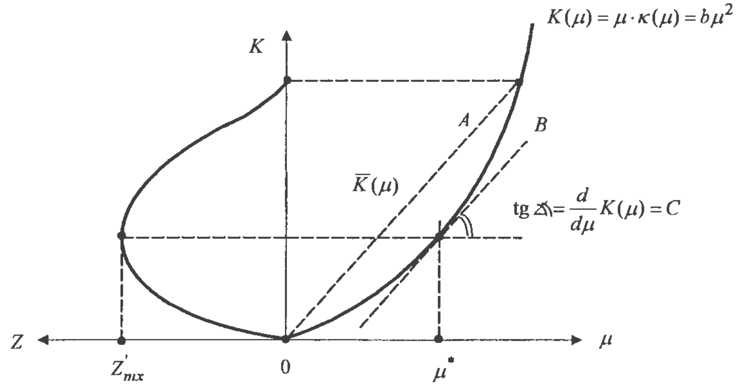
Wyznaczmy następnie wartość zysku firmy, przy optymalnym natężeniu produkcji i danej cenie sprzedaży, równej cenie rynkowej.

Oczywiście, wielkość produkcji μ^* musi zrównać się z popytem rynkowym określonym równaniem:

$$\lambda = \lambda_{mx} - a \cdot C$$


κ, C
$\frac{\lambda_{mx}}{a}$
$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b$
$C(\lambda) \equiv C(\mu) = \frac{\lambda_{mx} - \mu}{a}$
b
0
μ
λ_{mx}
P, K
$K(\mu) = \mu \cdot \kappa(\mu) = b \cdot \mu + Q$
$\mathrm{tg}\,\alpha = b$
Q
λ_{mx}
μ
$\frac{1}{2}\lambda_{mx}$
$P = C(\lambda) \cdot \mu = C(\mu \cdot \mu)$
Z
Z_{mx}
μ
μ_0
$\frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$

Rys. 1



Rys. 2. [3].

Po przyrównaniu wielkości popytu do optymalnej produkcji otrzymamy równanie:

$$\frac{C}{2b} = \lambda_{mx} - a \cdot C$$

Rozwiązując to równanie względem ceny, wyznaczymy w ten sposób cenę równowagi rynkowej:

$$C^* = \frac{2 \cdot b \cdot \lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b} \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{szt}}\right]$$

oraz optymalne natężenie produkcji:

$$\mu^* = \frac{C^*}{2b} = \frac{\lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b} \quad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right]$$

Podstawiając cenę równowagi do wzoru na wartość zysku, otrzymamy ostateczne wyrażenia określające maksymalny zysk firmy oraz koszt, dla optymalnego natężenia produkcji (na jednostkę czasu).

$$Z^*(\mu^*) = b \cdot \left(\frac{\lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b}\right)^2 \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

$$K(\mu^*) = \frac{1}{b} \cdot \left(\frac{b \cdot \lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b}\right)^2 = b \cdot \left(\frac{\lambda_{mx}}{1 + 2 \cdot a \cdot b}\right)^2 = Z^*(\mu^*) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

Przy tym zysk osiąga wartość 100% kosztów !

1.1. Konkurencja rynkowa dla modelu elementarnego

Możliwość zaistnienia konkurencji w sprzedaży wyrobu na danym rynku, zależy od opłacalności uruchomienia produkcji i sprzedaży wyrobu przez inne podmioty-konkurentów. Opłacalność produkcji będziemy mierzyli stopą zwrotu poniesionych nakładów w jednostce czasu:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{Z(\mu)}{K(\mu)}$$

który określa opłacalność podjęcia działalności produkcyjnej. W szczególności, jeżeli wartość stopy zwrotu z produkcji, będzie mniejsza od stopy oprocentowania lokat bankowych (dla tej samej jednostki czasu) to podjęcie działalności produkcyjnej będzie niecelowe.

Sprawdźmy zachowanie się wartości ε w zależności od wartości μ.
dla modelu elementarnego.

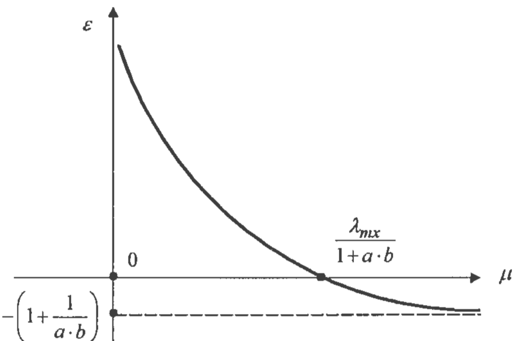
$$\varepsilon(\mu) = \frac{C\mu - \mu^2 b}{\mu^2 b} = \frac{C - \mu \cdot b}{\mu \cdot b} = \frac{\frac{\lambda_{mx} - \mu}{a} - \mu \cdot b}{\mu \cdot b}$$

gdyż $$C = \frac{\lambda_{mx} - \mu}{a}$$

Ostatecznie więc otrzymamy:

$$\varepsilon = \frac{\lambda_{mx}}{a \cdot b \cdot \mu} - \left(\frac{1}{a \cdot b} + 1\right)$$

Przebieg tej funkcji pokazany jest na rysunku 3.



Rys. 3

Uwzględniając przebieg funkcji ε dla modelu elementarnego, widzimy, że każda nowa firma rozpoczynająca produkcję od najmniejszego natężenia produkcji będzie miała większą stopę zwrotu od istniejącej firmy produkującej z optymalnym natężeniem μ^* przy ustalonej cenie rynkowej C. Każda nowa firma rozpoczynająca produkcję będzie mogła sprzedawać swoje, takie same wyroby, po nieco niższej cenie, przechwytując część popytu.

W rezultacie, na rynku będzie rosła liczba n producentów-teoretycznie do nieskończoności a praktycznie - aż do chwili gdy stopa zwrotu z produkcji zrówna się ze stopą oprocentowania lokat bankowych.

Każdy z producentów, przy założeniu że dysponują tą samą technologią, będzie zaspakajał część popytu:

$$\Lambda_n = \frac{1}{n}(\lambda_{mx} - a \cdot C)$$

a starając się maksymalizować swój zysk będzie produkował z natężeniem:

$$\mu_n = \frac{C}{2 \cdot b}$$

Ale ponieważ musi zachodzić równość:

$$\mu_n = \Lambda_n$$

więc z równania:

$$\frac{C}{2b} = \frac{1}{n}(\lambda_{mx} - a \cdot C)$$

możemy wyznaczyć wartość ceny sprzedaży (równowagi rynkowej)

$$C_n = \frac{2 \cdot b \cdot \lambda_{mx}}{n + 2 \cdot a \cdot b}$$

Stąd, ostatecznie, podstawiając C_n otrzymamy:

$$\overset{*}{\mu}_n = \frac{\lambda_{mx}}{n + a \cdot b}$$

oraz

$$Z_n^* = C_n \cdot \mu_n^* - b \cdot (\mu_n^*)^2 = b\left(\frac{\lambda_{mx}}{n + d \cdot b}\right)^2$$

Gdyby n rosło nieograniczenie to otrzymalibyśmy:

$$C_n \to 0 \ ; \ Z_n^* \to 0 \ ; \ \mu_n^* \to 0$$

Model elementarny opisuje wiec proces idealnej konkurencji prowadzący do maksymalnej obniżki cen przy maksymalnym zaspokojeniu popytu. Model ilustruje możliwości mechanizmów kapitalistycznego ustroju i wolnego rynku.

2. Model podstawowy

W rzeczywistości, w większości przypadków, koszt wyprodukowania jednostki wyrobu ma nieco inną postać [4]. Patrz także Dodatek. Mianowicie:

$$\kappa(\mu) = \frac{Q}{\mu} + b$$

gdzie Q jest kosztem stałym obciążającym działalność produkcyjną niezależnym od zmiennego natężenia produkcji

Wartość Q zależy od wydatków inwestycyjnych I [zł] związanych z uruchomieniem produkcji (zakupem maszyn zbudowaniem odpowiednich pomieszczeń itp. oraz kosztów amortyzacji inwestycji zależnych od dopuszczalnego okresu eksploatacji T [lat] majątku firmy. W przybliżeniu, mamy więc:

$$Q = I \cdot \left(\rho + \frac{1}{T} \right) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}} \right]$$

gdzie ρ [1/rok] jest stopą oprocentowania kredytu bankowego zaciągniętego na realizację inwestycji.

Wielkość b [zł/szt.] jest, jak poprzednio, bezpośrednim kosztem produkcji pojedynczego wyrobu (kosztami materiałów, energii, pracy ludzkiej, pracy maszyn, odnawialnego kredytu obrotowego itp.

Przyjęcie takiej funkcji $\kappa(\mu)$, jednostkowych kosztów produkcji powoduje, że zysk firmy będzie miał postać:

$$Z(\Lambda, \mu, C) = \Lambda C - \mu \cdot \kappa(\mu) = \Lambda C - \mu \cdot b - Q$$

Oczywiście, przy rozsądnej działalności firmy musi zachodzić równość:

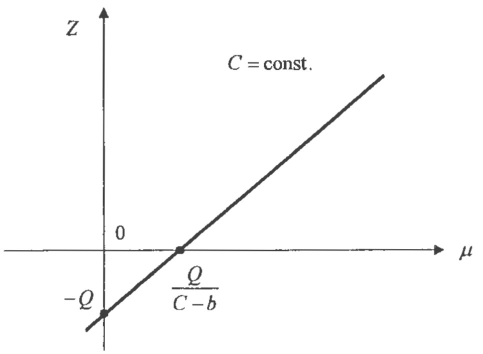
$$\Lambda = \mu$$

Wtedy otrzymamy:

$$Z(\mu, C) = \mu \cdot (C - b) - Q$$

lub

$$Z(\Lambda, C) = \Lambda \cdot (C - b) - Q$$



Rys. 4

Z postaci funkcji Z wynika (rys. 4), że zysk będzie ujemny dla:

$$\mu < \mu_o = \frac{Q}{C-b}$$

oraz, że będzie rósł nieograniczenie wraz ze wzrostem natężenia produkcji μ (dla C const).

Oczywiście natężenie nie może rosnąć nieograniczenie, co najmniej z dwóch powodów:

- ograniczona wartość inwestycji I powoduje, że wartość μ nie może przekroczyć wartości maksymalnej μ_{mx} na którą zaprojektowano przedsięwzięcie produkcyjne
- przy wzroście produkcji i stałej cenie sprzedaży popyt jest ograniczony do wartości:

$$\Lambda = \lambda_{mx} - a \cdot C$$

Ponieważ musi zachodzić równość:

$$\Lambda = \mu$$

to mamy:

$$Z(C) = (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot (C - b) - Q \qquad \text{patrz rys. 5}$$

Firma musi tak regulować natężenie produkcji aby uzyskać, przy zmieniającej się cenie, największy zysk. Różniczkując równanie względem C otrzymamy:

$$\frac{dZ}{dC} = -2 \cdot a \cdot C + \lambda_{mx} + a \cdot b = 0$$

Stąd:

$$C^* = \frac{\lambda_{mx} + a \cdot b}{2a}$$

oraz

$$\Lambda^* = \lambda_{mx} - a \cdot C^* = \frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$$

$$\mu^* = \frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$$

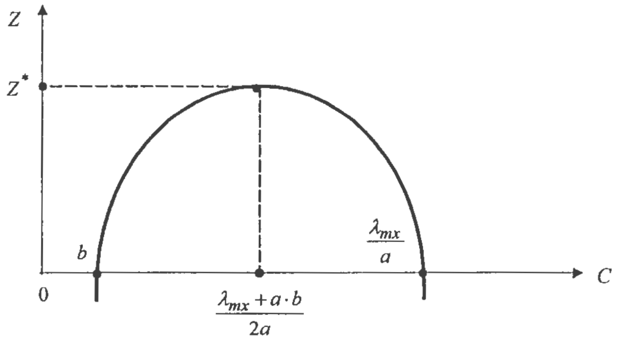
Oczywiście działalność będzie przynosić zysk jeżeli zachodzi nierówność:

$$\mu^* > \mu_o$$

Wartość zysku będzie wtedy równa:

$$Z^* = \left(\frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{a} - Q$$

Na rysunku 5 widoczny jest przebieg funkcji zysku w zależności od ceny sprzedaży w warunkach równowagi rynkowej.



Rys. 5

2.1. Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego

Porównajmy dwie technologie produkcji o maksymalnej wydajności μ_{mx}^{1} i μ_{mx}^{2} przy tym $\mu_{mx}^{1} < \mu_{mx}^{2}$. Oczywiście, będą one charakteryzowały się, odpowiednio, parametrami Q_1, Q_2 oraz b_1, b_2 przy tym:

$$Q_1 < Q_2$$

co jest oczywistą nierównością (zakładamy że konkurenci stosują tylko racjonalne technologie). Podobnie winna być spełniona nierówność:

$$b_1 > b_2$$

co już nie jest tak oczywistą koniecznością.

Załóżmy, że ta ostatnia nierówność nie jest prawdziwa i $b_1 > b_2$, wtedy mielibyśmy (dla ustalonego $\mu < \mu_{mx}^{1}, \mu_{mx}^{2}$),następującą nierówność kosztów jednostkowych:

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu} < b_2 + \frac{Q_2}{\mu}$$

Taka nierówność kosztów eliminowałaby całkowicie drugą technologię z praktyki produkcyjnej. Mianowicie, np. w przypadku gdy $\mu = 2\mu_{mx}^{1}$ to do produkcji należy wykorzystać dwie linie o technologii pierwszej- zamiast jednej linii o technologii drugiej.

Dla technologii racjonalnych, nierówność:

$$\mu_{mx}^{1} < \mu_{mx}^{2}$$

musi pociągać za sobą nierówności:

$$Q_1 < Q_2$$

oraz

$$b_1 > b_2$$

a nawet więcej-nierówność:

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu} > b_2 + \frac{Q_2}{\mu}$$

dla $\mu > \mu_{mx}^1$ oraz jednocześnie

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu} < b_2 + \frac{Q_2}{\mu} \quad \text{dla} \quad \mu < \mu_{mx}^1$$

Szersze rozważania na ten temat można znaleźć w [5].

W rezultacie, jeżeli na rynku istnieje producent produkujący dany wyrób z intensywnością (natężeniem):

$$\mu^* = \frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{2}$$

przy cenie sprzedaży:

$$C^* = \frac{\lambda_{mx} + a \cdot b}{2a}$$

to warunkiem eliminacji tego producenta z rynku jest zastosowanie przez konkurenta technologii o większej skali produkcji μ_1, takiej dla której wartość b_1 jest mniejsza od wartości b aktualnego producenta.

W rezultacie, aby wyprzeć z rynku istniejącego producenta, konkurent musi zastosować technologię o wydajności $\mu_1 > \mu^*$ oraz $b_1 < b$. Wtedy cenę C_1 może on ustanowić mniejszą od dotychczasowej ceny C^* jeżeli $\mu_1 = \mu_{mx}$ będzie większe od μ^* (porównaj wartości optymalne parametrów C_1, μ_1) oraz większe Λ_1 dla technologii konkurenta.

W ostatecznym rezultacie, rynek opanuje całkowicie nowy producent

Nowy konkurent jeżeli chce wejść na rynek musi sobie zapewnić sprzedaż-popyt na rynku-co najmniej o wielkości:

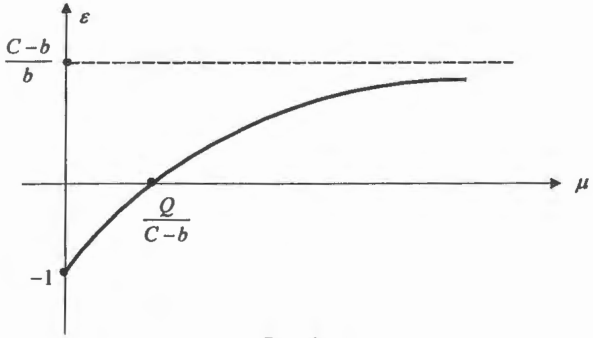
$$\mu_1 = \Lambda_1 > \mu^* = \Lambda^*$$

aby zapewnić sobie zysk.

Zbadajmy następnie jak zachowuje się stopa zwrotu z produkcji przy tej postaci funkcji kosztów. Teraz mianowicie będziemy mieli:

$$\varepsilon = \frac{Z(\mu)}{K(\mu)} = \frac{C\cdot\mu - b\cdot\mu - Q}{b\mu} = \frac{C - \left(b + \frac{Q}{\mu}\right)}{b + \frac{Q}{\mu}} = \frac{C}{b + \frac{Q}{\mu}} - 1$$

Przebieg tej funkcji jest pokazany na rysunku 6.



Rys. 6

Jeżeli więc działająca dotychczas na rynku firma zaspakaja popyt przy cenie:

$$C^* = \frac{\lambda_{max} + a\cdot b}{2a}$$

to wchodząca na rynek nowa firma musi sprzedawać swoje wyroby po niższej cenie a to można osiągnąć jedynie przy wzroście produkcji i zmniejszeniu kosztów jednostkowych. Jeżeli taka technologia, umożliwiająca wyższą intensywność produkcji nie istnieje, to konkurencja nie będzie w stanie wejść na rynek. W rezultacie istniejąca firma pozostanie jako monopolista na rynku.

W każdym więc przypadku na rynku pozostanie jeden producent-monopolista albo dotychczasowy albo nowy.

Nowy producent wyprze dotychczasowego gdy będzie w stanie zapewnić sobie wyższą wartość ε co przy konieczności zmniejszenia ceny C, wymaga zmniejszenia wartości $b + Q / \mu$ .To zaś można osiągnąć wykorzystując czynnik „skali produkcji".

3. Model z kosztami transportu wyrobów

Jeżeli sprzedaż wyrobów produkowanych przez firmę, jest przyczyną powstawania znaczących kosztów związanych z dostawa wyrobu do miejsca pobytu klienta, to cena sprzedaży wyrobu odległemu klientowi, musi być wyższa o koszt transportu (gdy przewóz zapewnia firma na swój koszt).

Jeżeli firma nie zapewnia dostawy wyrobów do miejsca pobytu klienta, to musi on wykorzystać własny lub wynajęty środek transportu. W rezultacie faktyczny koszt nabycia wyrobu przez klienta także powiększa się o koszt transportu. W każdym więc, przypadku koszt nabycia wyrobu powiększa się o koszt transportu

W rezultacie, opisany model podstawowy musi być uzupełniony, uwzględniając przestrzenne rozmieszczenie klientów.

Zmiany te dotyczą funkcji zysku Z, w której musimy uwzględnić dodatkowo koszty transportu, jeżeli są one pokrywane przez firmę, oraz wielkość popytu Λ, którego wartość zależy od wielkości obszaru objętego sprzedażą wyrobu, a dokładniej - od liczby klientów na tym obszarze i ilości zakupywanych wyrobów przez każdego klienta

Oczywiście, rozmieszczenie klientów na obszarze może być rozmaite. Dla uproszczenia założymy, że gęstość klientów (wyrażająca się liczbą klientów przypadających na jednostkę powierzchni) na rozpatrywanym obszarze jest stała.

Ponadto założymy, że każdy klient, średnio, ma jednakowe, (w jednostce czasu), potrzeby w zakresie nabywania wytwarzanych przez producenta wyrobów.

W konsekwencji, przyjętych założeń, przyjmiemy, że określona jest gęstość g klientów wyrażona liczbą klientów na jednostkę powierzchni. Wielkość ta, w naszym przykładzie, będzie miała wymiar [1/km^2].

Przyjmiemy, że ilość β klientów nabywających wyrób, zależy od promienia R okręgu obszaru objętego sprzedażą, w następujący sposób.

$$\beta = g \cdot \Pi \cdot R^2$$

Postać zależności wielkości potrzeb pojedynczego klienta, od ceny wyrobu przyjmiemy podobną jak w poprzednim modelu:

$$\lambda = \lambda_{mx} - a \cdot C \qquad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right]$$

gdzie λ_{mx} wyraża maksymalne zapotrzebowanie klienta, w [szt./rok], przy $C \to 0$.

Ostatecznie, wielkość popytu Λ będzie określona następująco:

$$\Lambda(C,R) = \beta \cdot \lambda = g \cdot \Pi \cdot R^2(\lambda_{mx} - a \cdot C \qquad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok}}\right]$$

Uzupełnijmy następnie funkcję zysku Z, o koszty transportu wyrobów do klientów przebywających na obszarze okręgu o promieniu R, w którego środku znajduje się producent.

Załóżmy, że koszty k_T transportu zależą od odległości przewozu i liczby przewożonych wyrobów. Wielkość k_T ma zatem, w naszym przykładzie, wymiar [zł/(szt. km)], a kosztem przewozu wyrobu na odległość r będzie wartość iloczynu $r \cdot k_T$ [zł/szt.].

Ogółem, koszty transportu do wszystkich odbiorców w rejonie, będą określone wzorem:

$$k_T \cdot g \cdot \lambda \int_{\Omega} r \cdot dS = k_T \cdot g \cdot \lambda \int_0^R r \cdot 2\Pi r \cdot dr = 2\Pi k_T \cdot g \cdot \lambda \frac{1}{3} R^3 = \beta \cdot \overline{K}_T \cdot \lambda$$

gdzie $\qquad \overline{K}_T = k_T \cdot \bar{r} \quad ; \quad \bar{r} = \frac{2}{3} R$

W rezultacie funkcja zysku, z kosztami transportu przyjmie postać:

$$Z(C,R,\mu) = C \cdot \Lambda(C,R) - \mu \cdot \kappa(\mu) - \Lambda(C,R) \cdot \overline{K}_T$$

Ponieważ w stanie równowagi rynkowej musi być spełniona równość:

$$\mu = \Lambda(C,R)$$

to podstawiając wartość μ otrzymamy:

$$Z(C,R) = [C - b - \overline{K}_T(R)] \cdot \Lambda(C,R) - Q$$

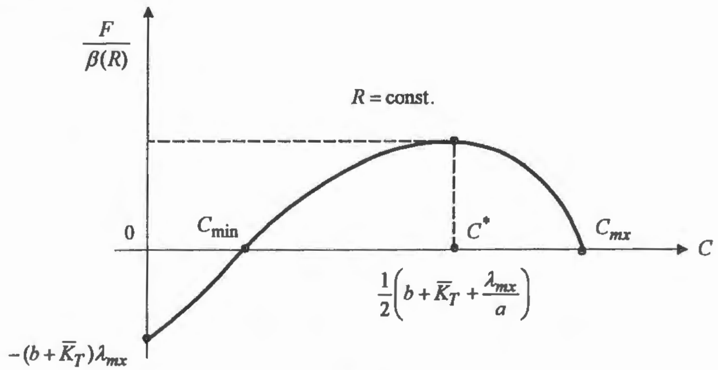
Po przekształceniu tej funkcji, do postaci $F = Z + Q$ otrzymamy:

$$F = Z + Q = [C - b - \overline{K}_T(R)] \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \beta(R)$$

gdzie

$$\beta(R) = g \cdot \Pi \cdot R^2$$

Jej przebieg w zależności od C jest widoczny na rysunku 7.



Rys. 7

Oznaczając:

$$C_{mx} = \frac{\lambda_{mx}}{a} \quad ; \quad C_{min}(R) = b + \overline{K}_T(R)$$

możemy zapisać ją w postaci

$$F = (C - C_{min}(R)) \cdot (C_{mx} - C) \cdot a \cdot \beta(R) \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok}}\right]$$

Przyrównując pochodną F względem C do zera, otrzymamy jedno rozwiązanie. Mianowicie w punkcie:

$$C^* = \frac{C_{mx} + C_{min}}{2} \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{szt}}\right]$$

funkcja osiąga maksimum o wartości:

$$F = \frac{1}{4}(C_{mx} - C_{min}(R))^2 \cdot a \cdot \beta(R)$$

dla ustalonej wartości R.

Podstawiając zależności na wartości C_{min} oraz C_{mx} do funkcji F otrzymamy:

$$F = \frac{1}{4}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a} - b - \frac{2}{3}k_T R\right)^2 \cdot a \cdot g\Pi R^2 = a \cdot \left(\frac{k_T}{3}\right)^2 \cdot \Pi \cdot g \cdot \left(\frac{C_{mx} - b}{\frac{2}{3}k_T} - R^2\right) \cdot R^2$$

Wprowadzając oznaczenia:

$$A = a \cdot \left(\frac{k_T}{3}\right)^2 \cdot \Pi \cdot g \quad \left[\frac{\text{zł}}{\text{rok} \cdot \text{km}^4}\right] \quad ; \quad R_{mx} = \frac{C_{mx} - b}{\frac{2}{3}k_T} \quad [\text{km}]$$

funkcję F możemy zapisać w postaci:

$$F = A \cdot (R_{mx} - R)^2 \cdot R^2$$

Przebieg tej funkcji, o pierwiastkach

$$R_{1,2} = R_{mx} \ , \ R_{3,4} = 0$$

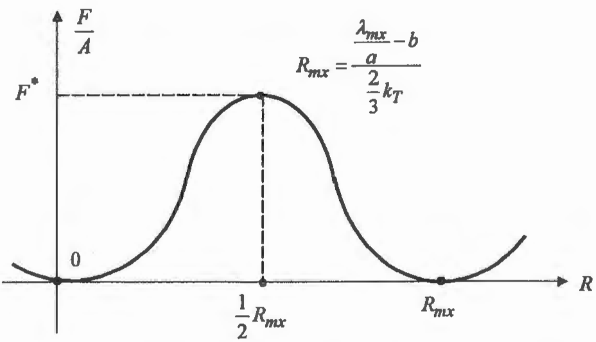
jest pokazany na rysunku 8.

Po przyrównaniu, do zera różniczki funkcji F względem R, otrzymamy optymalną wartość promienia R^* obszaru:

$$R^* = \frac{1}{2}R_{mx} \qquad (R_{1,2} = 0 \ , \ R_3 = R_{mx} \ , \ R_4 = \frac{1}{2}R_{mx})$$

jak to jest widoczne na rysunku 8, funkcja będzie miała postać:

$$F = A \cdot \left(\frac{R_{mx}}{2}\right)^4$$



Rys. 8

Aby więc, działalność produkcji i sprzedaży wyrobów, przy optymalnym wyborze obszaru sprzedaży i optymalnej cenie była zyskowna, musi być spełniona nierówność:

$$A \cdot \left(\frac{R_{mx}}{2}\right)^4 - Q > 0$$

lub:

$$Q < \Pi \cdot a \cdot g \cdot \frac{(C_{mx} - b)^4}{\left(\frac{k_T}{3}\right)^2}$$

3.1. Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego przy równomiernej gęstości klientów na danym obszarze i uwzględnieniu kosztów transportu

Zbadajmy jak zachowuje się stopa zwrotu ε z produkcji, przy uwzględnieniu kosztu dostaw wyrobu do każdego klienta. Mianowicie, przyjmując równość $\Lambda = \mu$ mamy:

$$\varepsilon = \frac{Z(\mu)}{K(\mu)} = \frac{C}{b + \overline{K}_T(R) + \frac{Q}{\mu}} - 1$$

dla :

$$C = C^* = \frac{1}{2}(C_{mx} + C_{\min}) = \frac{1}{4a}(3\lambda_{mx} + a \cdot b)$$

$$\overline{K}_T(R) = \overline{K}_T(R^*) = \frac{2}{3} \cdot k_T \cdot R^* = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a} - b\right)$$

$$R = R^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{\lambda_{mx}}{a} - b}{\frac{2}{3} k_T} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda_{mx} - a \cdot b}{k_T}$$

$$\mu = \Lambda^* = g \cdot \Pi \cdot R^{*2}(\lambda_{mx} - a \cdot C^*) = g\Pi\left(\frac{3}{ak_T}\right)^2 \cdot \left[(\lambda_{mx} - a \cdot b) \cdot \frac{1}{4}\right]^3$$

Jedyną możliwością wejścia na rynek, opanowany przez dotychczasowego producenta sprzedającego wyroby po cenie C^* w ilości Λ^* jest uruchomienie produkcji o wydajności $\mu_1 > \Lambda^*$, przy mniejszych kosztach jednostkowych:

$$b_1 + \frac{Q_1}{\mu_1}$$

Wtedy konkurent uzyskuje możliwość sprzedaży wyrobów po mniejszej cenie co wywołuje większy popyt:

$$C_1^* < C^* \qquad \Lambda_1^* < \Lambda^*$$

W rezultacie, końcowe wnioski są takie same jak w poprzednim przypadku, na rynku może istnieć tylko jeden producent „obsługujący" obszar - okrąg o promieniu R^*. Cały więc obszar będzie pokryty przez szereg producentów odległych od siebie, w przybliżeniu o $2R^*$ km.

Wraz ze wzrostem wydajności technologii produkcji zależnym od postępu technicznego ,sieć producentów będzie coraz rzadsza.

4. Złożony model z kosztami transportu wyrobów

W tym modelu uwzględnimy, że podobnie jak poprzednio, koszty transportu wyrobów obciążają dochód firmy ale założymy, że gęstość klientów na jednostkę powierzchni nie jest stała i maleje proporcjonalnie do odległości r od środka obszaru w którym znajduje się producent sprzedający wyroby.

Pozostałe założenia utrzymamy bez zmian, między innymi o wielkości potrzeb klientów na wyroby, liniowo malejących wraz ze wzrostem ceny wyrobu.

Zmiany więc dotyczą funkcji zysku Z, w której musimy uwzględnić dodatkowo koszty transportu, ponieważ są one pokrywane przez firmę, oraz wartości popytu Λ, którego wielkość zależy od promienia obszaru objętego sprzedażą wyrobu, a dokładniej - od liczby klientów na tym obszarze i od ilości zakupywanych wyrobów przez każdego klienta

Jeżeli symbolem λ_{mx} oznaczymy maksymalne, roczne zapotrzebowanie na wyrób pojedynczego klienta, przy cenie wyrobu $C \to 0$, to zapotrzebowanie, przy cenie C będzie równe:

$$\lambda_{mx} - a \cdot C$$

Oznaczmy następnie symbolem g_{mx} maksymalną gęstość klientów, kupujących nasze wyroby, przy $r \to 0$, przypadających na jednostkę powierzchni obszaru objętego sprzedażą wyrobu.

Jeżeli $r > 0$, to gęstość klientów, zainteresowanych zakupem, przebywających na jednostce powierzchni, w odległości r zmniejszy się, do wartości:

$$g_{mx} - d \cdot r \quad , \quad 0 \le r \le R_{mx} [\text{km}]$$

gdzie

$$R_{mx} = \frac{g_{mx}}{d} \quad , \quad d = \frac{g_{mx}}{R_{mx}} \left[\frac{1}{\text{km}^2}\right]$$

W rezultacie, przewidywana sprzedaż wyrobu na jednostkę powierzchni, odległej o $r[\text{km}]$, w ciągu roku, osiągnie wartość:

$$\lambda(r) = (\lambda_{mx} - a \cdot C)(g_{mx} - d \cdot r) \quad \left[\frac{\text{szt}}{\text{rok} \cdot \text{km}^2}\right]$$

Ponieważ powierzchnia obszaru objętego sprzedażą wyrobu jest równa ΠR^2, gdzie R jest promieniem okręgu, w środku którego znajduje się producent wyrobów, to całkowity popyt Λ na rozważany wyrób będzie:

$$\Lambda(R) = \int_{\Omega} \lambda(r) \cdot dS = \int_0^R \lambda(r) \cdot 2\Pi r \cdot dr = 2 \cdot \Pi \cdot (\lambda_{mx} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{2} g_{mx} - \frac{1}{3} d \cdot R\right) \cdot R^2$$

Wyznaczmy następnie koszty transportu do klientów odległych o r[km] km od producenta, gdzie r zmienia się w granicach: $0 \le r \le R \le R_{max}$

$$D(R) = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \int_0^R \lambda(r) \cdot r^2 \cdot dr = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \cdot (\lambda_{max} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{3} g_{max} - \frac{1}{4} d \cdot R\right) \cdot R^3$$

W efekcie, koszty produkcji i rozwózki wyrobów do klientów, będą równe:

$$\Lambda\left(b + \frac{Q}{\Lambda}\right) + D = 2 \cdot \Pi \cdot (\lambda_{max} - a \cdot C) \cdot \left[\left(\frac{1}{2} g_{max} - \frac{1}{3} d \cdot R\right)\right] R^2 \cdot b + \left(\frac{1}{3} g_{max} - \frac{1}{4} d \cdot R\right) R^3 \cdot k_T + Q$$

Ponieważ wartość sprzedaży wyrazi się wzorem

$$C \cdot 2\Pi \cdot (\lambda_{max} - a \cdot C) \cdot \left(\frac{1}{2} g_{max} - \frac{1}{3} d \cdot R\right) R^2$$

to funkcja zysku, przy założeniu stanu równowagi popytu i podaży, przyjmie postać:

$$Z = 2\Pi \cdot (\lambda_{max} - a \cdot C) \cdot k_T \cdot d \cdot \left[\frac{C-b}{k_T}\left(\frac{1}{2}\frac{g_{max}}{d} - \frac{1}{3} R\right) R^2 - \left(\frac{1}{3}\frac{g_{max}}{d} - \frac{1}{4} R\right) R^3\right] - Q$$

Zbadajmy następnie zachowanie się funkcji:

$$F = Z + Q = 2\Pi \cdot k_T \cdot d \cdot (\lambda_{max} - a \cdot C)\left[\frac{C-b}{k_T}\left(\frac{1}{2}\frac{g_{max}}{d} - \frac{1}{3} R\right) - \left(\frac{1}{3}\frac{g_{max}}{d} - \frac{1}{4} R\right) R\right] R^2$$

Wprowadźmy następnie oznaczenia

$$A = 2 \cdot \Pi \cdot k_T \cdot d \cdot (\lambda_{max} - a \cdot C) \quad ; \quad D = \frac{C-b}{k_T} \quad ; \quad R_{max} = \frac{g_{max}}{d}$$

Wtedy wyrażenie w nawiasie kwadratowym możemy zapisać w postaci:

$$f = \frac{1}{4} R^2 + \frac{1}{3}(R_{max} - D) \cdot R + \frac{1}{2} D \cdot R_{max}$$

Funkcja R jest funkcją drugiego stopnia, względem R i posiada dwa pierwiastki:

$$R_{1,2} = \frac{2}{3}(R_{max} - D) \cdot \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{9}{2} \cdot \frac{R_{max} \cdot D}{(R_{max} \cdot D)^2}}\right]$$

Zwróćmy uwagę, że wartość D wyraża największą odległość klienta, przy której suma kosztów bezpośrednich b i kosztów transportu zrównuje się z ceną sprzedaży. Jest zrozumiałym fakt, że optymalny promień sprzedaży R musi być większy od D.

Ostatecznie funkcja F przyjmie postać

$$F = A'(R - R_1)\cdot(R_2 - R)\cdot R^2$$

gdzie

$$A' = \frac{1}{2}\cdot \Pi \cdot k_T \cdot d \cdot (\lambda_{mx} - a\cdot C)$$

Różniczkując funkcję F i przyrównując pochodną do zera, otrzymamy:

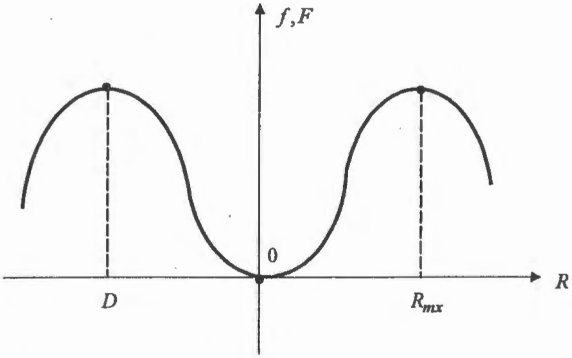
$$\frac{dF}{dR} = A'(-4R^2 + 3(R_1 + R_2)\cdot R - 2R_1R_2) = 0$$

ale: $R_1 + R_2 = \frac{4}{3}(R_{mx} - D)$ oraz $R_1 \cdot R_2 = -2\cdot R_{mx}\cdot D$

więc ostatecznie pierwiastkami funkcji F' są wielkości:

$$R_1 = D < 0 \quad ; \quad R_2 = R_{mx}$$

Optymalną wartością promienia R^* jest więc, patrz rysunek 9, $R^* = R_{mx}$.



Rys. 9

Podstawiając tę wartość R_{mx}, promienia obszaru, objętego sprzedażą wyrobu (dla ustalonej ceny C) otrzymamy:

$$F = \frac{1}{2}\cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot k_T \cdot R_{mx}^3 \cdot (C_{mx} - C)\left(\frac{1}{3}R_{mx} + \frac{2}{3}D\right) = \frac{1}{3}\cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot R_{mx}^3(C_{mx} - C)(C_T + C)$$

gdzie $C_T = \frac{1}{2}R_{mx}\cdot k_T - b < 0$

Pierwiastkami tej funkcji (patrz rys. 10)są:

$$C_1 = C_T \quad ; \quad C_2 = C_{mx}$$

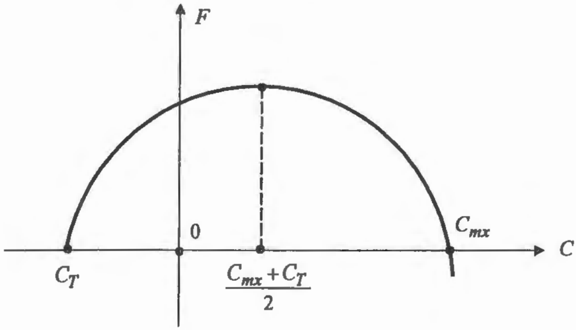
natomiast wartość maksymalną funkcja F osiąga w punkcie

$$C^* = \frac{C_{mx} + C_T}{2}$$

Wyznacza ona optymalną (z punktu widzenia maksymalizacji zysku) cenę sprzedaży wyrobu. W końcowym rezultacie zysk Z będzie więc (uwzględniając konieczność pokrycia kosztów stałych)wyrażał się wzorem:

$$Z = \frac{1}{3} \cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot R_{mx}^3 \left[\frac{1}{4}(C_{mx} + C_T)^2 - C_T^2 \right] - Q$$

gdzie $R_{mx} = \frac{g_{mx}}{d}$; $C_{mx} = \frac{\lambda_{mx}}{a}$; $C_T = \frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d} \cdot k_T - b$



Rys. 10

W ostatecznym rezultacie możemy stwierdzić, że produkcja i sprzedaż wyrobu będzie przynosiła zysk, przy opisanych założeniach, tylko wtedy gdy będzie spełniona nierówność:

$$\frac{1}{3} \cdot \Pi \cdot a \cdot d \cdot R_{mx}^3 \left[(C^*)^2 - C_T^2 \right] > Q$$

4.1 Konkurencja rynkowa dla modelu podstawowego przy nierównomiernej gęstości klientów, z uwzględnieniem kosztu dostaw

Analizując funkcję opłacalności produkcji:

$$\varepsilon(\mu) = \frac{C}{b + \frac{D(R) + Q}{\mu(R)}} - 1$$

gdzie, dla istniejącego producenta, jego optymalna cena sprzedaży wyrobów jest równa:

$$C^* = \frac{C_{mx} + C_T}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a} + \frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d} k_T - b \right)$$

przy optymalnej produkcji:

$$\mu(R) = \mu(R^*)\frac{\Pi}{6}\frac{g_{mx}^4}{d^3}\left[\lambda_{mx} + a\cdot\left(b - \frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d}k_T\right)\right]$$

oraz:

$$D = D(R^*) = \frac{1}{2k_T}\left(\frac{\lambda_{mx}}{a}\frac{1}{2}\frac{g_{mx}}{d}k_T - 3b\right)$$

gdzie $R^* = \frac{g_{mx}}{d}$

Przy optymalnych wartościach : C, R, oraz μ wartość funkcji opłacalności ε zależy wyłącznie od danych parametrów modelu, -jest więc jednakowa dla wszystkich konkurentów.

Widzimy więc, że konkurent aby wyprzeć istniejącego producenta wyrobów, musi zmniejszyć cenę wyrobu, wkraczając na rynek z większą intensywnością produkcji, obsługując obszar o większym promieniu. Wszystkie te przedsięwzięcia zagwarantują jednak konkurentowi na ogól mniejszy zysk aniżeli dotychczasowemu producentowi. Wynika to stąd, że jego zmienne decyzyjne będą wtedy różne od optymalnych.

Wnioski końcowe

Jeżeli przedsiębiorstwa, konkurując na wspólnym, swobodnym rynku, w produkcji takiego samego (lub bardzo podobnego) wyrobu przy nie różniących się kosztach produkcji i transportu, posiadają strukturę kosztów wytworzenia jednostki produktu typu:

$$Q/\mu+b$$

a popyt spada liniowo wraz ze wzrostem ceny wyrobu

- **to chociaż istnieje teoretyczna możliwość utrzymania się na rynku (w stanie równowagi chwiejnej) wielu producentów przy równych wartościach sprzedaży**

ostatecznym rezultatem konkurencji jest opanowanie rynku przez jednego producenta-monopolistę na określonym obszarze, którego powierzchnia jest tym większa im mniejsze są jednostkowe koszty produkcji i transportu.

Wyparcie z rynku istniejącego producenta o optymalnej wielkości produkcji jest niezmiernie trudne (przy dysponowaniu taką samą technologią) gdyż wymaga raptownego wejścia konkurenta na rynek z produkcją wyższą od optymalnej

Jedynie w przypadku, gdy koszt wytworzenia jednostki wyrobu rośnie wraz ze wzrostem wielkości produkcji (a więc gdy nie występuje „efekt skali produkcji) konkurencja prowadzi do maksymalnego zaspokojenia popytu (przy minimalnych cenach) przy maksymalnej liczbie producentów.

W przypadku odwrotnej zależności kosztów od natężenia produkcji i istnieniu „efektu skali produkcji" nieuchronnie prowadzi to do monopolizacji rynków. Ten właśnie efekt był (i jest) przyczyną powstania Ustaw Antymonopolowych.

Literatura cytowana

[1] Salvatore D. (1995) *Internatinal Economics*. Prenteice Hall Iternational, Inc., New York.

[2] Jehle G.A., Reny P.J. (1998) *Advanced Microeconomics Theory*. Longman, Inc., London.

[3] Łyszkiwicz W. (1999) *Industrial Organization*. WSHiFM, Warszawa.

[4] Piasecki S. (2000) *Sieciowe modele symulacyjne do wyznaczania strategii rozwoju przedsiębiorstw*. Instytut Interfacji (IBS PAN), Warszawa.

[5] Piasecki S. (1986) Wielokryterialne projektowanie linii technologicznych na przykładzie procesów obróbki. w: *Materiały V Konferencji - Polioptymalizacja w projektowaniu*. Politechnika Koszalińska, Mielno.