A03/14

200/2001

Raport Badawczy
Research Report

RB/45/2001

Opłacalność uruchomienia produkcji wyrobów w warunkach konkurencji rynkowej (wersja robocza)

Stanisław Piasecki

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Pracę zgłosił: prof. dr hab. S.Piasecki

Warszawa 2001

Opłacalność uruchomienia produkcji wyrobów w warunkach konkurencji rynkowej (wersja robocza)

Stanisław Piasecki

Streszczenie

Praca składa się z następujących rozdziałów:

- Ogólne zasady oceny opłacalności uruchomienia produkcji nowych wyrobów
- Korzyści użytkownika z eksploatacji wyrobów trwałych
- Prognoza popytu na nowe wyroby trwałego użytku
- Korzyść producenta wyrobu miernikiem sukcesu firmy

Rozdział I

OGÓLNE ZASADY OCENY OPŁACALNOŚCI URUCHOMIENIA PRODUKCJI NOWYCH WYROBÓW

Przystępując do oceny, które z proponowanych do produkcji nowych modeli wyrobów produkować, należy przeprowadzić rachunek opłacalności uruchomienia produkcji. Z podjęciem produkcji związane są nakłady inwestycyjne, których wielkość oraz czas w jakim będą ponoszone nie są bez znaczenia przy przeprowadzaniu rachunku opłacalności. W proponowanym modelu wyboru wyrobów do produkcji, przyjęto, że służby inwestycyjne są w stanie ocenić intensywność nakładów inwestycyjnych, w zależności od skali produkcji wyrobu oraz czas w jakim będą ponoszone nakłady inwestycyjne. Przy tym, w modelu przyjęto, że okres uruchomienia produkcji jest czasem przenoszenia nakładów inwestycyjnych włącznie z okresem uruchomienia produkcji gdyż w tym ostatnim okresie są ponoszone wydatki związane z powstawaniem niezbędnych zapasów produkcji w zależności od natężenia produkcji. Zatem służby inwestycyjne we wstępnym okresie rozważania decyzji o podjęciu produkcji, winny dla różnych natężeń produkcji dysponować zestawem trzech wspomnianych wielkości. Można również żądać bardziej precyzyjnego określenia tych wielkości w szczególności odnośnie charakteru przebiegu intensywności nakładów w czasie.

Przyjmiemy w dalszych rozważaniach, że dysponujemy interesującymi nas wielkościami dla każdego wyrobu, to znaczy intensywnością nakładów inwestycyjnych, czasem inwestycji oraz wielkością zapasów produkcyjnych jako funkcji natężenia produkcji (lub też czasu i natężenia). Są to wejściowe wielkości, które musimy posiadać dla każdego wyrobu oraz różnych (docelowych) natężeń produkcji i które określają wielkości nakładów inwestycyjnych, ponoszonych przez firmę rozważającą możliwość podjęcia produkcji nowych modeli wyrobów. Niewątpliwie wielkości te mogą przyjmować różne wartości w zależności od tego czy wykorzystujemy całkowicie posiadane środki produkcji lub też w jakim stopniu je wykorzystujemy, czy jest konieczne budownictwo nowych powierzchni produkcyjnych wraz z wyposażeniem, itp.

Drugim składnikiem rachunku opłacalności są koszty produkcji wyrobu. W modelu przyjęto, że koszty produkcji składają się z dwóch części: kosztu zmiennego, do którego zaliczamy: koszty zużywanych dóbr tj. materiałów i energii, pracy urządzeń (lub resursów urządzeń), pracy ludzkiej oraz kosztu stałego wynikającego z zamrożenia zainwestowanych sum w urządzenia i maszyny. Są to: koszty opłaty kredytów zużytych na zakup urządzeń i budynków oraz koszty opłaty kredytów przeznaczonych na zakup niezbędnych zapasów materiałowych dla uruchomienia procesu produkcyjnego. Uwzględnienie tych wszystkich elementów kosztu produkcji powoduje, że dla określenia jednostkowego kosztu własnego wyrobu, którego produkcję zamierzamy uruchomić, wielkościami wejściowymi są:

- koszt jednostki zużywanych dóbr,
- intensywność zużywanych dóbr,

- wielkość zapasów produkcyjnych każdego dobra,
- wielkość stopy procentowej kredytu obrotowego,
- wielkość stopy procentowej sum zainwestowanych w dobra inwestycyjne (trwałego użytku).

Niewątpliwie wpływ na wielkość jednostkowego kosztu własnego wyrobu ma wielkość natężenia produkcji tego wyrobu, a dokładniej przebieg procesu produkcyjnego w czasie, określony odpowiednią funkcją czasu. Zakładamy dalej, że oprócz wspomnianych wyżej wielkości jest znany współczynnik „wprawy" - malenia kosztu jednostkowego wraz ze wzrostem czasu produkcji. Współczynnik ten możemy przyjąć (w przypadku gdy brak jest jakichkolwiek ocen dla przyszłego wyrobu) jako równy współczynnikowi malenia kosztu analogicznego, podobnego pod względem technologicznym wyrobu z przeszłości.

Przyjmujemy w dalszych rozważaniach, że znane są powyższe wejściowe wielkości a tym samym możemy ocenić drugi składnik rachunku opłacalności, jakim jest koszt produkcji.

Trzecim i ostatnim składnikiem rachunku opłacalności produkcji nowego wyrobu jest wielkość dochodu jaki uzyskamy ze sprzedaży produkowanych wyrobów.

Wielkość dochodu jaki uzyskamy ze sprzedaży, zależy od ceny zbytu wyrobu oraz ogólnej wielkości sprzedaży. Cena zbytu nie może być mniejsza od jednostkowego kosztu wyrobu, gdyż wtedy nawet przy wielkiej sprzedaży uzyskamy ujemny dochód – nie może być również zbyt wysoka, gdyż będzie mała sprzedaż a zatem i niski dochód. Zagadnienia ustalenia optymalnej ceny zbytu wyrobu poświęcony jest oddzielny Rozdział III. Należy tylko zasygnalizować, że optymalna cena zbytu wyrobu może być inna dla różnych chwil działalności produkcyjnej. W związku z tym, w opracowaniu zamieszczono paragraf, w którym zawarte są metody ustalania programu optymalnych zmian wysokości cen zbytu dla poszczególnych okresów produkcji. W programie ustalania optymalnych cen uwzględnione zostały koszty transportu wyrobu do odbiorcy, które mogą być wysokie w przypadku, gdy odbiorca znajduje się na rynku odległym od producenta. W przypadku, gdy uwzględnimy odbiorców zagranicznych, również wysokość ceł ochronnych ma wpływ na optymalną cenę zbytu wyrobu, co zostało uwzględnione w modelu.

Jeśli zależy nam na tym, by wyrób posiadał stałą cenę zbytu, niezależną od wcześniej wymienionych okoliczności, co oczywiście ogranicza wielkość uzyskanego ze sprzedaży dochodu, to cenę taką wyznaczamy z warunku maksymalizacji skumulowanego dochodu. Ma to uzasadnienie w przypadku gdy są dostatecznie duże długości serii produkcyjnych, tak że zwiększenie tej długości nieznacznie obniży koszt własny wyrobu.

W zagadnieniu ustalania wielkości sprzedaży z uwzględnieniem wielu rynków (w tym, a może przede wszystkim - zagranicznych), należy rozważyć i ocenić możliwość dotarcia do interesującego nas rynku, a także jego podział w sensie zaspokajania konkurencyjnymi wyrobami ustalonej części popytu na produkowany przez nas wyrób. Powyższe okoliczności zostały uwzględnione w modelu, pomoc w tym zakresie mogą okazać eksperci przedsiębiorstw handlu zagranicznego o dużym doświadczeniu, szacując wartości współczynników, które określają wielkość sprzedaży na każdym z interesujących nas rynków. Załóżmy, że umiemy ocenić tę wielkość współczynników, uwzględniające podział rynku. Przy tym założeniu, należy ocenić wielkość popytu na danym rynku. Popyt na rynku jest funkcją ceny zbytu wyrobu oraz momentu czasu, w którym na rynek weszliśmy. Ocena wielkości popytu jest związana z ryzykiem pojawienia się w okresie zbytu naszych wyrobów, innego konkurencyjnego wyrobu o lepszych parametrach, w związku z czym konkurent przechwyci cały lub część popytu, na który liczyliśmy. Ryzyko to jest wyrażone przez wartość prawdopodobieństwa zdarzenia pojawienia się w rozpatrywanym okresie (zbytu wyrobów) wyrobu lepszego od naszego. Możliwość oszacowania prawdopodobieństwa zależy od wiarygodności posiadanej informacji na temat możliwości pojawienia się w eksploatacji wyrobów lepszych od naszych tj. wyrobów konkurencyjnych. Konkurencyjnymi są więc tylko takie wyroby, które powodują większy przyrost korzyści eksploatacyjnych dla nabywców niż przyrost korzyści zapewnianych przez wyrób, którego produkcje zamierzamy uruchomić. Ważna jest przy tym umiejętność oceny tej wielkości - przyrostu korzyści eksploatacyjnych, który powoduje, że wyrób staje się konkurencyjny. Ponad to, szansa pojawienia się wyrobu lepszego od wyrobu, którego produkcję zamierzamy uruchomić na danym rynku jest związana również z tym, jak często na danym rynku (w ogóle) pojawiały się nowe wyroby, o lepszych parametrach. Parametry definiujące liczbowo wspomnianą powyżej sytuację, mogą być wyznaczone na podstawie posiadanych danych statystycznych o wyrobach z przeszłości. Pojawienie się wyrobu konkurencyjnego zależy od wielkości przyrostu korzyści eksploatacyjnych nowego wyrobu w porównaniu z innymi. Pojawienie się wyrobu o dużym przyroście korzyści, nawet mimo nieustającego postępu technicznego, powodującego pojawianie się wyrobów o coraz to większej efektywności (tj. o coraz to większych korzyściach eksploatacyjnych), w stosunkowo niewielkich odstępach czasowych jest praktycznie niemożliwe, co daje uzasadnioną podstawę do pewności, że popyt na taki wyrób, w krótkich odcinkach czasu, jest ustalony prawidłowo. Z drugiej jednak strony, ocena wielkości eksploatacyjnych jest zależna od rodzaju użytkownika wyrobu, jego kultury technicznej i warunków eksploatowania wyrobu.

Reasumując widzimy, że prawidłowa ocena wielkości sprzedaży wyrobu winna uwzględnić ryzyko pojawienia się wyrobu o lepszych parametrach technicznych od wyrobu, którego produkcję zamierzamy uruchomić. Takie ryzyko jest w opracowaniu uwzględnione. Wielkościami wejściowymi, pozwalającymi na ocenę ryzyka są: przyrost względny korzyści eksploatacyjnych przynoszonych przez wyrób oraz parametry określające częstości pojawienia się w przeszłości nowych wyrobów, w oparciu o historyczne dane statystyczne.

Przystępując do oceny wielkości popytu przyjmiemy, że (na każdym z rynków) składa się z trzech składników:

- popytu restytucyjnego eksploatowanych wyrobów,
- popytu modernizacyjnego,
- popytu restytucyjnego nowych wyrobów (w dalszej przyszłości).

Zakłada się przy tym, że rozkład zużycia starych wyrobów jest równomierny w czasie oraz że eksploatacja wyrobów jest ustabilizowana. Zakłada się także istnienie pewnego konserwatyzmu u nabywców – przyzwyczajenia do eksploatacji wyrobów znanych, dotychczas eksploatowanych.

W opracowaniu zakłada się, że techniczny okres eksploatacji wyrobu jest wielkością charakteryzującą wyrób, tzn. że jest on oszacowany przez biura projektowe. W praktyce, posługiwanie się technicznym okresem eksploatacji wyrobu jest w wielu przypadkach niewystarczające, gdyż okres eksploatacji zależy także od ekonomicznych warunków użytkowania. Dlatego konieczne jest wprowadzenie pojęcia ekonomicznego okresu eksploatacji wyrobu, w którym to eksploatacja wyrobu jest ekonomicznie uzasadniona. W zasadzie okres ekonomicznej eksploatacji powinien być równy okresowi eksploatacji technicznej i wtedy wielkości te można używać zamiennie. Wyznaczenie okresu eksploatacji ekonomicznej (przy zadanych intensywności eksploatacji wyrobu, stopy procentowej kredytów od sum przeznaczonych na zakup wyrobu) jest gwarancją, że posługujemy się właściwym okresem eksploatacji wyrobu, w którym przynosi on dodatnie efekty. W prawidłowo zaprojektowanych wyrobach, okres ekonomiczny eksploatacji wyrobu winien być równy jego okresowi technicznej eksploatacji.

Z postaci wyrażeń określających popyt całkowity na wyrób, produkcję którego zamierzamy uruchomić – wynika, że popyt całkowity jest między innymi funkcją ceny wyrobu oraz chwili uruchomienia produkcji.

Omówimy następnie dane wejściowe, jakie są niezbędne dla określenia popytu całkowitego. W pierwszej kolejności wymagana jest znajomość postaci czasu funkcji określających popyty cząstkowe, tzn. popyt restytucyjny starych i nowych – projektowanych wyrobów oraz popyt modernizacyjny.

Szczególnie ważna jest ocena maksymalnej chłonności wyrobu przez rynek. Wielkość ta jest oceniana na podstawie obserwacji związku, pomiędzy obniżeniem ceny na wyrób a przyrostem sprzedaży tego wyrobu, dla podobnych wyrobów już wcześniej eksploatowanych. Na ogół nie ma podstaw do twierdzenia, że dla nowych wyrobów związek ten będzie inny.

Maksymalną chłonność wyrobu przez rynek możemy ocenić na podstawie elastyczności popytu. W opracowaniu przyjęto, że elastyczność popytu jest stosunkiem względnego przyrostu sprzedaży wyrobu do względnej obniżki ceny na wyrób. Oczywiście elastyczność popytu może być oceniana dla wyrobów eksploatowanych w przeszłości. Wymagana jest przy tym znajomość danych o wielkości sprzedaży przed obniżką ceny jak również po obniżce oraz wielkość obniżki ceny dla danego wyrobu.

Czynnikiem decydującym o ilości eksploatowanych wyrobów, których produkcję zamierzamy uruchomić (dla dowolnej chwili) jest wielkość określająca przyrost opłacalności eksploatacji, uzyskany przez użytkownika w wyniku zmiany wyrobu na nowy model. Przyrost intensywności eksploatacji uzyskanej w skutek zmiany, cenę wyrobu, techniczny okres eksploatacji wyrobu, koszty transportu, stawki celne, jest wyznaczany dla okresu od momentu rozpoczęcia eksploatacji wyrobu do momentu określonego przez techniczny okres eksploatacji wyrobu. Przyrost intensywności eksploatacji wyrobu jest cechą zależną od użytkownika wyrobu. Stąd może okazać się, że przyrost ten jest różny dla różnych użytkowników. Popyt modernizacyjny wynika z faktu przeprowadzenia, przez użytkownika rachunku efektywności eksploatacji nowego i starego wyrobu w wyniku czego często wymienia on (na nowe) wyroby eksploatowane nie w pełni zamortyzowane. W modelu przeprowadzono rozważania dotyczące określenia minimalnych korzyści przy osiągnięciu których wymiana nie zupełnie zamortyzowanego wyrobu jest opłacalna (po jakim okresie eksploatacji stary wyrób należy wymienić na nowy). Określone są również maksymalne korzyści przy osiągnięciu których wymiana wyrobów starych na nowe jest bezwzględnie konieczna. Popyt restytucyjny wyrobów nowych jest liczony od momentu zużycia technicznego najwcześniej wprowadzonych do eksploatacji jednostek tego wyrobu. Zakłada się podobnie jak dla wyrobów starych, że zużycie wyrobów nowych jest równomierne.

Omówiliśmy czynniki popytu jakie w modelu uwzględniono, jednak dla oceny wielkości popytu jest także wymagana znajomość liczby eksploatowanych wyrobów starych oraz umiejętność obliczenia przyrostu ilości eksploatowanych wyrobów nowych. Inaczej mówiąc, potrzebna jest znajomość liczby eksploatowanych wyrobów dla każdej chwili, dla której wielkość popytu jest oceniana.

Zmiana w ilości eksploatowanych wyrobów może być także spowodowana rozwojem danej gałęzi przemysłu, dla prowadzenia której wyrób nasz jest niezbędny.

W opracowaniu przyjęto, że prognozę ilości eksploatowanych wyrobów możemy wyznaczyć na podstawie zmian ilości wyrobów eksploatowanych. Prognozę taką możemy uzyskać przy pomocy metod statystycznych. Zwrócimy uwagę, że dla tych zależności zakres zmian zmiennej niezależnej, jest ustalony przez moment rozpoczęcia eksploatacji wyrobu, aż do momentu określającego moralne zużycie wyrobu. Moralne zużycie wyrobu natomiast wyrażone jest przez skrócony okres eksploatacji ze względu na jego techniczne zużycie lub ekonomiczny okres opłacalności eksploatacji.

Taki przebieg funkcji popytu jest ustalony dla popytu restytucyjnego starych wyrobów. Natomiast zakres zmian zmiennej niezależnej funkcji popytu modernizacyjnego ustalony jest przez moment rozpoczęcia eksploatacji wyrobu – granica dolna, górna natomiast przez wartość wyrażenia określającego przyrost opłacalności eksploatacji wyrobów nowych względem dotychczas eksploatowanych i współczynnik oceniający podatność rynku na nowy model wyrobu.

Trzeci składnik popytu cząstkowego, to popyt restytucyjny nowych wyrobów. Winna być znana postać funkcji określającej ten popyt oraz winien być znany zakres zmian zmiennej niezależnej tej funkcji. W tym przypadku popyt jest różny od zera, począwszy od momentu rozpoczęcia eksploatacji wyrobu do momentu określonego przez techniczny okres eksploatacji wyrobu (jeśli takim okresem posługujemy się) oraz równy zero dla innych wartości zmiennej niezależnej.

Suma popytów cząstkowych w danej chwili stanowi popyt całkowity. Wynika stąd, że zmienna niezależna, określająca przebieg zmian ilości eksploatowanych wyrobów przez użytkowników winna mieć zakres odpowiadający zakresowi zmian zmiennych niezależnych funkcji określających popyty cząstkowe.

Dla oszacowania ilości wyrobów będących w eksploatacji, pomocne mogą być następujące wielkości:

- intensywność sprzedaży, analogicznego do nowego modelu wyrobu, w przeszłości,
- okres eksploatacji, techniczny lub ekonomiczny, wyrobu,
- trend zmian ilości eksploatowanych wyrobów,
- maksymalna chłonność rynku na nowy wyrób,
- przyrost opłacalności eksploatacji,
- współczynnik określający podatność danego rynku na reklamę, itp.

Wielkości wejściowe określające popyt, które nie są pierwotnymi (to znaczy takimi, dla których wyznaczenia należy wykorzystać inne wejściowe wielkości będące pierwotnymi) omówione zostały wcześniej.

Wracając do rachunku opłacalności podjęcia produkcji nowego modelu wyrobu, widzimy, że określiliśmy trzeci składnik, jakim jest wielkość dochodu uzyskiwanego ze sprzedaży wyrobów.

Dysponując tymi wielkościami wejściowymi możemy przystąpić do wyznaczania wartości funkcji kryterium, którą jest różnicą skumulowanej: dochodów, kosztów produkcji i nakładów inwestycyjnych.

Innym kryterium może być stosunek skumulowanych dochodów do sumy nakładów inwestycyjnych oraz kosztów produkcji. Można również posługiwać się kryterium będącym okresem zwrotu poniesionych kosztów inwestycyjnych, która jest stosunkiem skumulowanych nakładów inwestycyjnych do sumy średnich korzyści jakie przynosi eksploatacja wyrobu i średnich (w okresie produkcji oraz uruchomienia) kosztów produkcji. W przypadku gdy chcemy posługiwać się okresem zwrotu liczonym od momentu uruchomienia produkcji, to okres ten liczymy ze stosunku skumulowanych nakładów inwestycyjnych do średnich uzyskiwanych w okresie produkcji korzyści i średnich w okresie produkcji kosztów produkcji. W przypadku posługiwania się kryterium typu okresu zwrotu, pomijamy korzyści i koszty po okresie zwrotu.

Posługiwanie się kryterium będącym stosunkiem skumulowanych dochodów do sumy średnich kosztów i nakładów inwestycyjnych preferuje te wyroby, których koszty produkcji i nakłady inwestycyjne są możliwie małe. To znaczy, że posługiwanie się tym kryterium przy wyborze wyrobów do produkcji powoduje, że będziemy preferowali produkcję wyrobów o niskich kosztach produkcji i nakładach inwestycyjnych.

Posługiwanie się natomiast kryterium będącym różnicą dochodu skumulowanego oraz kosztów produkcji i nakładów inwestycyjnych jest zalecane dla dynamicznych gałęzi przemysłu. Oznacza to, że stosując to kryterium przy wyborze wyrobów do produkcji, preferujemy te, dla których kryterium osiągać będzie wartość maksymalną i która może być osiągalna nawet wtedy, gdy produkcja wyrobu wymaga odpowiednio wysokich nakładów inwestycyjnych. Także koszty produkcji mogą być wysokie. Wynika to stąd, że wartość kryterium jest silnie zależna od uzyskiwanych dochodów ze sprzedaży wyrobu.

Reasumując widzimy, że przy konstrukcji modelu wyboru wyrobu do produkcji, w zasadzie opieramy się o wielkości wejściowe łatwo dostępne – takie, które są zawarte: bądź w danych statystycznych, bądź wyznaczyć mogą biura projektowe i służby inwestycyjne, bądź biura przedsiębiorstw handlowych.

Rozdział II

KORZYŚCI UŻYTKOWNIKA Z EKSPLOATACJI WYROBÓW TRWAŁYCH

Celem sporządzenia możliwie precyzyjnej prognozy sprzedaży nowo wprowadzonego do produkcji wyrobu, musimy poznać oczekiwania odbiorców, którymi kierują się eksploatując wyroby trwałe. Te same zasady dotyczą wyrobów jednorazowego użytku, jednakże w tym przypadku duże znaczenia posiada moda.

Oczywiście, w przypadku odbiorców zbiorowych, w głównej mierze przedsiębiorstw, nie możemy liczyć na wpływ mody, gdyż przy wszelkich zakupach przedsiębiorstw a szczególnie zakupach inwestycyjnych, obowiązuje rachunek opłacalności eksploatacji zakupywanych wyrobów. Zasada ta szczególnie bezwzględnie obowiązuje w przypadku zakupu nowych modeli wyrobów.

W związku z powyższym, musimy starać się odtworzyć rachunek opłacalności, którym będzie posługiwał się odbiorca przy zakupie produkowanego przez nas wyrobu. Tylko w przypadku gdy rachunek okaże bezsporną korzyść eksploatacji nowego wyrobu (w stosunku do dotychczas eksploatowanego) możemy liczyć na zbyt.

Odtwórzmy zatem rachunek opłacalności eksploatacji dla jakiegoś ustalonego wyrobu u potencjalnego odbiorcy – przedsiębiorstwa (gospodarstwa) niezależnie od tego czy jest to odbiorca krajowy czy zagraniczny.

1. Charakterystyka procesu eksploatacji wyrobu

Eksploatacja wyrobu związana jest z określonymi korzyściami dla nabywców. Korzyść ta jest różnicą między efektami przynoszonymi przez eksploatowany wyrób i niezbędnymi nakładami. Tak więc do podstawowych charakterystyk wyrobu należy korzyść, z którą przynosi eksploatacja wyrobu.

Nietrudno zauważyć, że wielkość z będąca różnicą efektów i nakładów, zależy w pierwszym rzędzie od sposobu wykorzystania wyrobu, o czym decyduje nabywca.

Na przykład, jeżeli wyrobem jest obrabiarka, to efekty jej pracy a także koszty eksploatacji zależą od tego, jakie operacje będzie ona wykonywać, na jakich przedmiotach produkcji i jak intensywnie – na ile zmian będzie ona wykorzystywana.

Wielkość z charakteryzuje więc nie tylko wyrób ale także sposób wykorzystania wyrobu przez nabywcę.

W rezultacie wielkość z dla danego wyrobu winna być określona dla każdej charakterystycznej grupy nabywców oddzielnie, w zależności od oczekiwanego sposobu wykorzystania.

Efekt pracy wyrobu będziemy określali w jednostkach będących ilorazem jednostki pieniężnej i jednostki czasu. Na przykład w: [zł/dobę], [mln.zł/rok] itd. Jeżeli eksploatacja wyrobu przynosi nabywcy określone oszczędności, to również będziemy uważali je za efekt eksploatacji.

Podobnie, koszty będziemy wyrażali w jednostkach będących ilorazem jednostki pieniężnej i jednostki czasu. Przy tym w nakładach uwzględnimy zarówno koszty zmienne, jak i koszty stałe wraz z kosztami amortyzacji β. Jeżeli różnicę efektów i kosztów eksploatacyjnych (bez uwzględnienia kosztów amortyzacji) oznaczymy symbolem α, to korzyść z możemy wyrazić w postaci różnicy

$$z = \alpha - \beta$$

W ten sposób, koszty amortyzacji zostały wydzielone w postaci oddzielnego składnika, β, co jest uzasadnione specyficznym sposobem obliczania wartości tego składnika.

Składnik α wyróżniający operacyjny efekt eksploatacji wyrazimy w postaci różnicy

$$\alpha = a - b$$

gdzie a wyraża dochód z eksploatacji wyrobu α b - koszt eksploatacji (z wyjątkiem kosztów amortyzacji).

Przy ustaleniu kosztów eksploatacji szczególną trudność sprawia uwzględnienie kosztów obsługi technicznej wyrobu (przeglądów, napraw, remontów, regulacji, regeneracji, konserwacji itp.).

Z tego powodu zajmiemy się szerzej sposobem uwzględnienia kosztów obsługi technicznej w kosztach eksploatacji wyrobu.

Załóżmy, że dla każdego wyrobu określona jest jego trwałość (resurs całkowity) E wyrażona w jednostkach miary „objętości" pracy, którą wyrób może wykonać od chwili jego wyprodukowania do chwili całkowitego zużycia technicznego.

Trwałość wyrobu zależy od rodzaju obróbki powierzchniowej, jakości materiału, z którego jest on wykonany, a także od charakteru środowiska, w którym jest on eksploatowany (stopnia jego agresywności chemicznej, wilgotności, temperatury itp.).

Trwałość zależy także od konstrukcji wyrobu. Mianowicie wiadomo, że wyeliminowanie wszelkich mechanicznych części ruchomych, zwiększa trwałość urządzenia.

Często największy wpływ na trwałość ma technologia wykończenia powierzchni (malowanie, niklowanie, polerowanie, oksydowanie itp.).

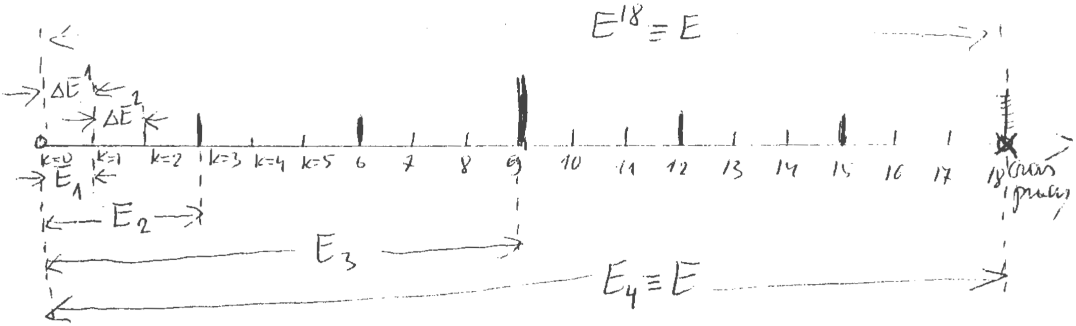
Jednostkami miary resursu całkowitego (trwałości) mogą być: jednostki czasu, jednostki przebytej drogi, liczba działań itp.

Na przykład, dla wyrobów, których głównym elementem jest silnik, miarą resursu całkowitego (trwałości) są godziny pracy, dla pojazdów – przebyte kilometry, dla włączników – liczba włączeń, dla budowli – jednostki czasu kalendarzowego itp.

Po wykorzystaniu przez nabywcę całego resursu wyrobu, nie nadaje się on do dalszej eksploatacji z powodu nadmiernego zużycia technicznego.

Załóżmy, że normatywy obsługi technicznej są określone w jednostkach miary resursu w postaci ciągu liczb ΔE^k określających wielkość resursów międzyobsługowych, to znaczy ilości pracy, po wykonaniu której wyrób ponownie winien być skierowany do odpowiedniej obsługi technicznej przeglądu konserwacji, remontu itd. Oczywiście, dla wyrobów jednora-

$$\Delta E^1 = E^1 - E^0 \quad (E^0 = 0)$$
$$\Delta E^2 = E^2 - E^1$$
itd
$$\Delta E^k = \Delta E = \text{const.}$$



Rys 1 Przykładowy rozkład dróg zapotrzebowania na obsługę techniczną wyrobu (otrzymania E), przy czym

obsługi rodzaju $\rho = 1$

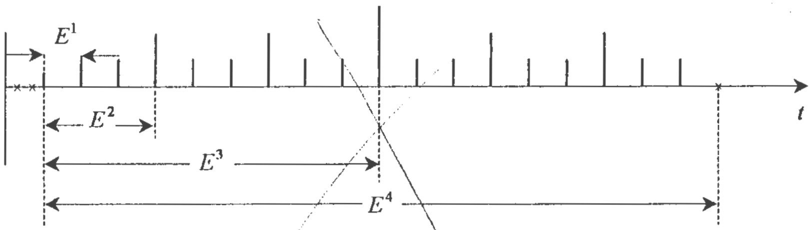
obsługi rodzaju $\rho = 2$

obsługi rodzaju $\rho = 3$

zowego użytku (nienaprawialnych) określony jest tylko resurs całkowity. Gdyby wyroby są naprawialne tylko wtedy, gdy nastąpi uszkodzenie losowe (obsługi zapobiegawcze – nie występują) wtedy jako resurs między naprawami, przyjmiemy wartość oczekiwaną przyrostu zużycia resursu między uszkodzeniami.

Oznaczmy symbolem E^k normatywne zużycie resursu wyrobu, po osiągnięciu którego winno być skierowane do k - tej, kolejnej obsługi, gdzie $k = 1, 2, ..., K$ numery kolejnych obsług a K ilość obsług, którym podlega wyrób w okresie eksploatacji. Oczywiście (rys. 1) resursy między obsługowe będą określone wartościami różnic:

$$\Delta E^1 = E^1 - E^\circ$$
$$\Delta E^2 = E^2 - E^1$$
$$\Delta E^3 = E^3 - E^2$$



Rys. 1. Przykładowy rozkład chwil zapotrzebowania na obsługi rodzaju $k = 1, 2, 3, 4$; ponad to $\Delta E^1 = 1$, $\Delta E^2 = 3$, $\Delta E^3 = 9$, $\Delta E^4 \equiv E = 18$ (E - resurs całkowity)

$$\Delta E^k = E^k - E^{k-1}, \quad k = 1,2,...,K$$
$$E^\circ = 0$$
$$E^K = E$$

Załóżmy następnie, że dla każdej wartości k - numeru kolejnej obsługi – określony jest rodzaj p obsługi tak, że określona jest funkcja

$$p = p(k)$$

której wartościami są numery wyróżnionych rodzajów obsługi. Funkcja $p(k)$ przyporządkowuje numery $p = 1, 2, ..., P$ rodzaju obsługi (np. $p = 1$ przegląd roczny, $p = 2$ remont średni, $p = 3$ remont kapitalny, itp.) każdemu numerowi kolejnej obsługi.

Na przykład, jeżeli funkcja $p(k)$ jest określona (rys. 2) tabelą

k	1,	2,	3,	4,	5,	6,
p	1	2	1	3	1	4

w której:

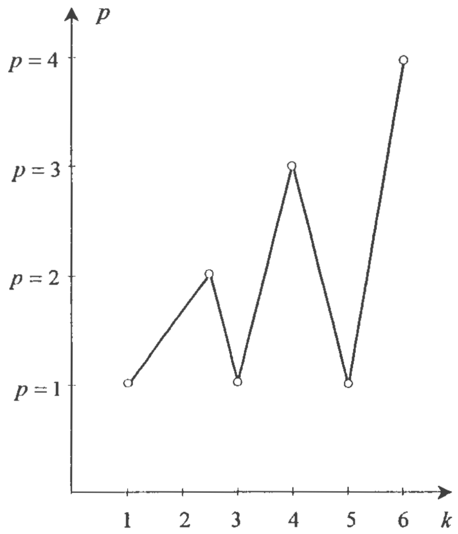
$p = 1$ odpowiednia przeglądowi

$p = 2$ remontowi bieżącemu

$p = 3$ remontowi średniemu

$p = 4$ likwidacji wyrobu

to trzecia $(k = 3)$ kolejna obsługa techniczna jest przeglądem $(p = 1)$ czyli $p(3) = 1$.



Rys. 2. Przykładowe przyporządkowanie kolejnym obsługom poszczególnych rodzajów obsług

W ten sposób funkcja $p(k)$ wraz z ciągiem liczb ΔE^k lub E^k dla $k = 1, 2, ..., K$,

gdzie: $E^K \equiv E$ jest trwałością wyrobu – definiuje normatywy obsługi technicznej wyrobu.

Załóżmy następnie, że znany jest koszt B_p obsługi rodzaju p dla danego wyrobu. Wtedy koszt wszystkich obsług będzie określony sumą

$$B_o = \sum_{k-1}^{K} B^k$$

gdzie: B^k - koszt k - tej obsługi równy wartości B_p przy czym

$$p = p(k)$$

Znając wartość B_o możemy wyznaczyć koszt obsług technicznych przypadający na jednostkę zużytego resursu, który równy jest wartości ilorazu

$$\frac{B_o}{E}$$

Jeżeli do powyższej wielkości dodamy koszt zużytych materiałów, energii oraz wszystkie te koszty, których wielkość jest proporcjonalna do ilości zużytego resursu lub ilości wykonanej pracy, to otrzymaną wielkość

$$b_o = \frac{B_o}{E} + \frac{\text{koszt zużytych materiałów enegrii, itp.}}{\text{na jednostkę zużytego resursu (pracy)}}$$

nazwiemy kosztem pracy (działania) wyrobu. Wyraża się on w jednostkach pieniężnych na jednostkę resursu.

Ponieważ wyrób w zależności od rodzaju nabywcy, może być częściej lub rzadziej wykorzystywany, więc przyrost ilości zużytego resursu na jednostkę czasu kalendarzowego może być różny. Przyrost ten (a dokładniej granicę tego przyrostu) oznaczymy symbolem ε i będziemy nazywali intensywnością pracy (użytkowania).

Jednostką miary tej wielkości jest iloraz jednostki resursu na jednostkę czasu. Na przykład:

[godz. pracy/dobę]

[km. przebiegu/rok], itd.

W przypadku, gdy resurs (tak jak w budowli) określony jest w jednostkach kalendarzowych, intensywność pracy (wykorzystania) jest oczywiście równa jedności.

Nietrudno zauważyć, że iloraz

$$\frac{E}{\varepsilon}$$

określa całkowity skumulowany czas pracy wyrobu wyrażony w jednostkach czasu kalendarzowego. Oczywiście czas ten jest poprzedzielany odcinkami czasu, w których wyrób podlega obsłudze.

Jeżeli podobnie jak w przypadku kosztów obsługi założymy, że znane są średnie czasy ν_p obsługi rodzaju p, to suma

$$\nu = \sum_{k-1}^{K} \nu^k$$

gdzie: $\nu^k = \nu_p$ dla $p = p(k)$

wyraża całkowity skumulowany czas wszystkich niezbędnych przestojów technicznych wyrobu w całym okresie eksploatacji. Czas ten jest określony w jednostkach czasu kalendarzowego. Jeżeli wyrób podlega różnym uszkodzeniom przypadkowym, to sumaryczny oczekiwany czas ich usuwania w całym okresie eksploatacji, jest dodawany do sumy oczekiwanych czasów obsług planowych ν. W szczególności wartość ν może być równa zeru – wtedy mówimy, że wyrób w okresie eksploatacji nie podlega obsługom.

Jeżeli wyrób po uszkodzeniu nie jest naprawiany to mówimy, że są to wyroby jednorazowego użytku . Wtedy resurs całkowity wyrobu E należy rozumieć jako wartość oczekiwaną resursu, którym jest wtedy zmienna losowa.

Jeżeli wartość v, skumulowany czas obsług i napraw wyrazimy w jednostkach czasu kalendarzowego i dodamy do skumulowanego czasu pracy wyrobu

$$\frac{E}{\varepsilon}$$

to otrzymany całkowity okres eksploatacji wyrobu

$$T_o' = \frac{E}{\varepsilon} + v$$

jest to tak zwany - techniczny okres eksploatacji. Oczywiście nie może on osiągać wartości nieskończoności, na przykład wtedy gdy intensywność użytkowania (pracy) ε dąży do zera. Wartość ε musi być zatem większa od pewnej dolnej granicy.

Zauważmy, że wartość a wyrażająca przychód z eksploatacji wyrobu na jednostkę czasu kalendarzowego, podobnie jak wartość T zależy od intensywności użytkowania (pracy) wyrobu.

Mianowicie, jeżeli oznaczylibyśmy symbolem a_o przychód z użytkowania wyrobu przypadający na jednostkę resursu, to przychód na jednostkę czasu kalendarzowego byłby równy, na przykład: $a' = \varepsilon \cdot a_o$

$$a'\left[\frac{\text{zl}}{\text{dobę}}\right] = \varepsilon\left[\frac{\text{godz.pracy}}{\text{dobę}}\right] \cdot a_o\left[\frac{\text{zl}}{\text{godz.pracy}}\right]$$

Wartość a' jest różna od zera (dodatnia) tylko w okresie użytkowania wyrobu o długości E/ε. Natomiast w okresie wykonywania obsług i napraw - jest równa zeru.

Ponieważ wygodnym jest posłużenie się wielkościami dotyczącymi całego okresu eksploatacji składającego się z odcinków użytkowania i obsługi, to średni przychód na jednostkę czasu eksploatacji będzie równy

$$a = \frac{\frac{E}{\varepsilon} \cdot a'}{\frac{E}{\varepsilon} + v}$$

Ponieważ wielkość

$$\eta = \frac{\frac{E}{\varepsilon}}{\frac{E}{\varepsilon} + v} = \frac{E}{E + \varepsilon v}$$

jest często nazywana współczynnikiem dyspozycyjności wyrobu, to

$$a = \eta \cdot a' = \eta \cdot \varepsilon \cdot a_o$$

lub jeżeli wprowadzimy pojęcie intensywności eksploatacji wyrobu

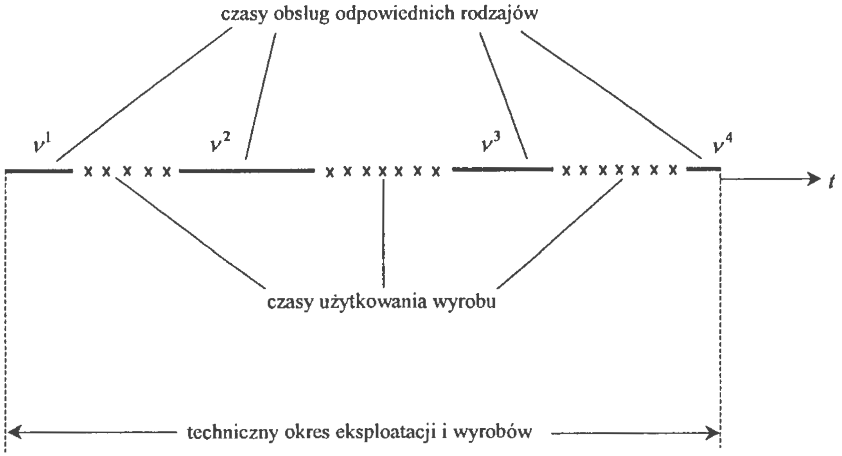
$$\varepsilon_E = \eta \cdot \varepsilon$$

to otrzymamy bezpośrednio

$$a = \varepsilon_E \cdot a_o$$

Podobną zależność otrzymamy dla kosztu pracy b_o i kosztu eksploatacji b wyrobu a mianowicie

$$b = \varepsilon_E \cdot b_o$$



$$T_o = \frac{E}{\varepsilon} + v \quad , \quad v = v^1 + v^2 + v^3 + v^4$$

Rys. 3. Obraz czasu eksploatacji wyrobu wynikający z technicznych przesłanek

Koszty te wyrażone są w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu kalendarzowego.

Ponieważ symbolem a oznaczyliśmy dochód z eksploatacji, wyrażony w zł. na jednostkę czasu kalendarzowego (np. na dobę), a symbolem b koszt eksploatacji wyrażony w tych samych jednostkach, to efekt eksploatacji

$$\alpha = a - b$$

jest także wyrażony w zł na jednostkę czasu kalendarzowego. Przy tym koszt zużycia jednostki resursu – koszt eksploatacji – jest równy

$$b = \varepsilon_E \left(\frac{B_o}{E} + \frac{\text{koszt mater., energii itp. zl}}{\text{na jedn. resursu}} \right) + \frac{\text{koszty stałe zł}}{\text{na jedn. czasu}}$$

gdzie: ε_E - intensywność eksploatacji $\left[\frac{\text{jedn. resursu}}{\text{jedn. czasu}} \right]$

B_o - koszty obsług (zł)

E - trwałość wyrobu (jedn. resursu).

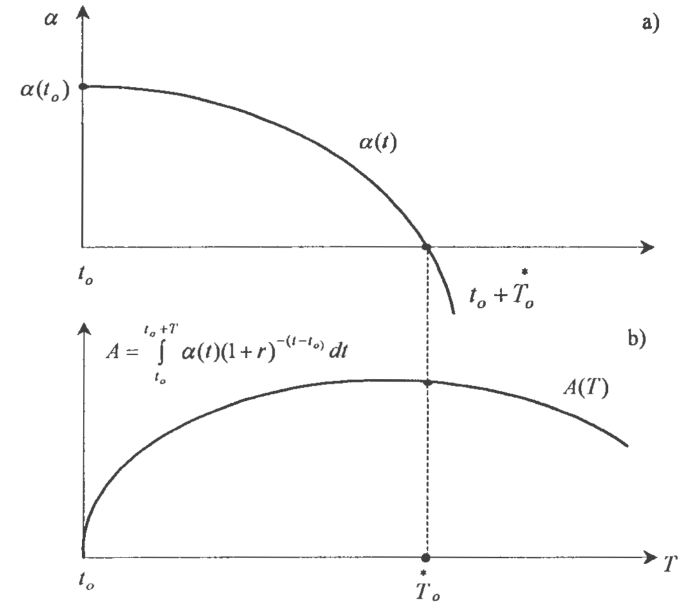
Oczywiście, wielkość α nie jest stała i zmniejsza się wraz ze wzrostem zużycia wyrobu. Zmienia się także (rośnie) koszt obsług na jednostkę zużytego resursu wraz ze wzrostem zużycia, gdyż obsługi stają się coraz pracochłonne i kosztowne.

Tak więc wielkość α jest malejącą funkcją czasu, określoną w przedziale okresu eksploatacji, co zapiszemy w postaci

$$\alpha = \alpha(t) \quad \text{dla} \quad t' < t \leq t' + T_o$$

Symbolem t' oznaczono tu chwilę rozpoczęcia eksploatacji wyrobu

Dalej będziemy przyjmowali, że wielkość $\alpha(t)$ może być dla każdego o rodzaju nabywcy oceniana i stanowi obok okresu T_o charakterystykę procesu eksploatacji wyrobu danego nabywcy. Przykładowy przebieg funkcji $\alpha(t)$ jest pokazany rys. 4.



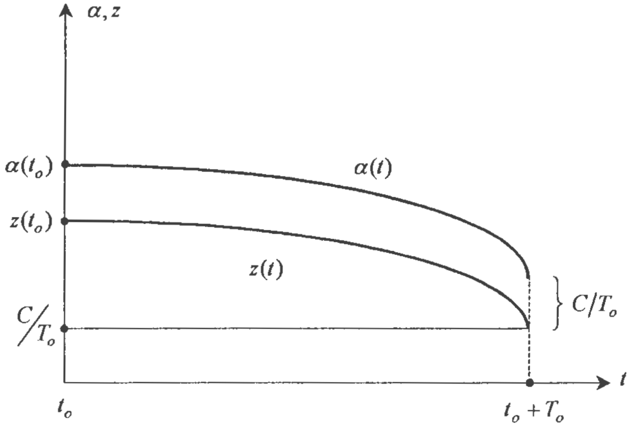
Rys. 4. Przebieg funkcji $\alpha(t)$ oraz $A(T)$. Dla $T = \overset{*}{T}_o$ koszty obsługi (remontów itd.) zrównają się z dochodami przynoszonymi i przez wyrób

2. Ekonomika eksploatacji wyrobu

Jeżeli symbolem T oznaczymy normatywy (określony przepisami finansowymi) okres eksploatacji wyrobu, to koszt amortyzacji liczony na jednostkę czasu kalendarzowego będzie równy

$$\beta = \frac{C}{T}$$

gdzie C jest oceną wyrobu wraz z kosztem inwestycji towarzyszących, niezbędnych do eksploatacji wyrobu. Przy tym β jest dodatnio określona dla t należących do przedziału $(t';t'+T)$, patrz rys. 5. Poza tym przedziałem, po likwidacji wyrobu, wartość β w chwili $t > t'+T$ jest równa zeru.



Rys. 5. Przebieg funkcji $\alpha(t)$ oraz $z(t) = \alpha(t) - \dfrac{C}{T_o}$

Oczywiście, normatywny okres T nie może być większy od technicznego okresu eksploatacji T_o.

W rezultacie korzyść wynikająca z eksploatacji wyrobu będzie równa

$$z(t) = \alpha(t) - \beta$$

Jeżeli natomiast wyrób jest eksploatowany poza okresem $(t\,;\,t'+T)$ aż do całkowitego zużycia technicznego – to w odcinku czasu od $t'+T$ do $t'+T_o$, po zamortyzowaniu wyrobu, funkcja $z(t)$ jest równa funkcji $\alpha(t)$, gdyż wartość β jest w tym czasie równa zeru.

Zastanówmy się obecnie, kiedy eksploatacja wyrobu będzie opłacalna (z punktu widzenia nabywcy).

Z eksploatacją wyrobu związany jest jednorazowy wydatek (inwestycyjny) o wielkości C wyrażony w jednostkach pieniężnych oraz „rozłożona” w czasie korzyść $z(t)$, wyrażona w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu kalendarzowego.

Celem porównania tych wielkości przeliczmy korzyść określoną dla $t > t'$ na zdyskontowaną korzyść „chwilową" – „skumulowaną" w chwili $t = t'$.

Jeżeli symbolem r oznaczymy współczynnik dyskonta (wielkość niemianowana), to przeliczona na chwilę t' skumulowana korzyść będzie równa:

$$Z = \int_{t'}^{t'+T} z(t)(1+r)^{-(t-t')}dt$$

Wartość Z jest określona w jednostkach pieniężnych podobnie, jak wielkość C.

Aby stwierdzić opłacalność eksploatacji wyrobu porównajmy korzyść przynoszą przez eksploatację wyrobu z korzyścią, którą nabywca może osiągnąć w innych przedsięwzięciach dysponując tą samą sumą C jednostek pieniężnych. Najogólniej, jest ona określana korzyścią, jaką możemy osiągnąć wykorzystując tę sumę do udzielenia najwyżej oprocentowanych wkładów (lokat) bankowych lub pożyczek. Wynika to stąd, że jeżeli istnieje jakaś działalność przynosząca większy dochód od eksploatacji danego wyrobu, to jego kupno jest nieopłacalne.

Oznaczymy symbolem ρ^o mianowaną wielkość wyrażoną w odwrotności jednostki czasu kalendarzowego, określającą aktualne oprocentowanie lokat. Wtedy korzyść, jaką możemy osiągnąć przeznaczając sumę C na lokatę bankową, będzie równa $\rho^o C\left[\frac{\text{zł}}{\text{jedn. czasu}}\right]$.

W rezultacie eksploatacja wyrobu będzie opłacalna, jeżeli stosunek

$$\frac{Z}{C}$$

będzie większa od ilorazu

$$\frac{H^o}{C}$$

gdzie:

$$H^o = \int_{t'}^{t'+T} \rho^o \cdot C \cdot (1+r)^{-(t-t')}dt$$

jest zdyskontowaną sumą odsetek od lokaty bankowej w wysokości C [zł] a ρ^o jest oprocentowaniem lokat bankowych.

Jeżeli więc dysponujemy kwotą C [zł], to warto zainwestować ją w działalność gospodarczą, zakupując wyrób za tę kwotę, tylko wtedy gdy spełniona została nierówność:

$$Z > H^o$$

Rozważmy teraz inną sytuację, gdy potencjalny użytkownik naszego wyrobu, aby zakupić ten wyrób, musi pożyczyć kwotę C [zł] w Banku.

W takim przypadku będzie on musiał spłacić zaciągniętą pożyczkę po czasie T ze środków uzyskanych z odpisów amortyzacji oraz spłacać corocznie oprocentowanie kredytu w wysokości $\rho \cdot C$, gdzie ρ jest oprocentowaniem kredytu bankowego. Skumułowany koszt obsługi zaciągniętego kredytu wyrazi się wtedy wzorem

$$H = \int_{t'}^{t'+T} \rho \cdot C \cdot (1+r)^{-(t-t')} dt$$

W tym przypadku, zakupienie wyrobu i jego eksploatacja będzie korzystna tylko wtedy, gdy będzie zachodziła nierówność

$$Z > H$$

Ponieważ $H > H^o$ gdyż $\rho > \rho^o$, to dalej będziemy tę ostatnią nierówność traktowali jako kryterium opłacalności zakupu i eksploatacji wyrobu przez użytkowników.

Nierówność tę możemy także zapisać w postaci następującej:

$$\int_{t'}^{t'+T} [Z(t) - \rho C]\,(1+r)^{-(t-t')} dt > 0$$

Do powyższego wyrażenia podstawmy

$$Z(t) = \alpha(t) - \frac{C}{T}$$

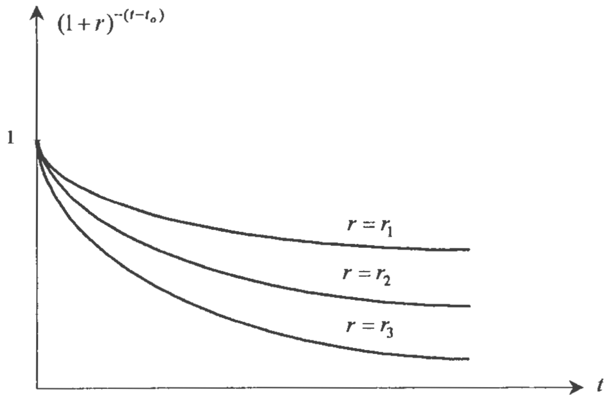
oraz

$$\ell^{-p(t-t')}$$

zastępujące nim wyrażenie $(1+v)^{-(t-t')}$ na podstawie tożsamości:

$$(1+r)^{-(t-t')} \equiv \ell^{-p(t-t')}$$

gdzie $p = \ln(1+r)$. Przebieg funkcji $\ell^{-p(t-t')}$ jest pokazany na rys. 6.



Rys. 6. Przebieg funkcji $(1+r)^{-(t-t_o)} = \ell^{-p(t-t_o)}(p = \ln(1+r)$ dla różnych wartości $r = r_1, r_2, r_3$ przy czym $r_1 < r_2 < r_3$.

Po podstawieniu i wykonaniu całkowania otrzymamy

$$\int_{t'}^{t'+T}[Z(t)-\rho C]\,(1+r)^{-(t-t')}dt = \int_{t'}^{t'+T}[\alpha(t)(1+r)^{-(t-t')}dt - C\left(\frac{1}{T}+\rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)}$$

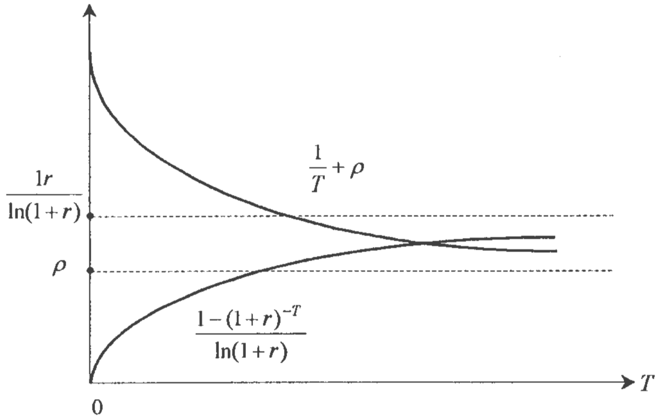
Jeżeli następnie oznaczymy

$$A(T) = \int_{t'}^{t'+T}\alpha(t)(1+r)^{-(t-t')}dt$$

skumulowaną w chwili t' korzyść z eksploatacji wyrobu – bez uwzględnienia kosztów amortyzacji – to nierówność określającą opłacalność eksploatacji możemy zapisać w postaci

$$\frac{A(T)}{C}-\left(\frac{1}{T}+\rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)}>0$$

Przebieg funkcji $A(T)$ jest pokazany na rys. 4(b) a pozostałych czynników drugiego składnika na rys. 7 i 8. Nietrudno zauważyć, że opłacalność eksploatacji wyrobu zależy od przyjętej wartości T - normatywnego okresu eksploatacji.



Rys. 7. Wykresy funkcji $\frac{1}{T}+\rho$ oraz $\frac{1-(1+r)^{-T_x}}{\ln(1+r)}$

Analizując przebieg wartości składnika ujemnego

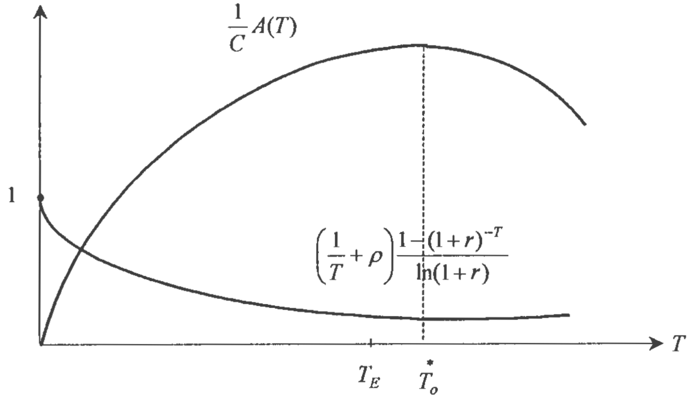
$$\left(\frac{1}{T}+\rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)}$$

w zależności od T oraz funkcji

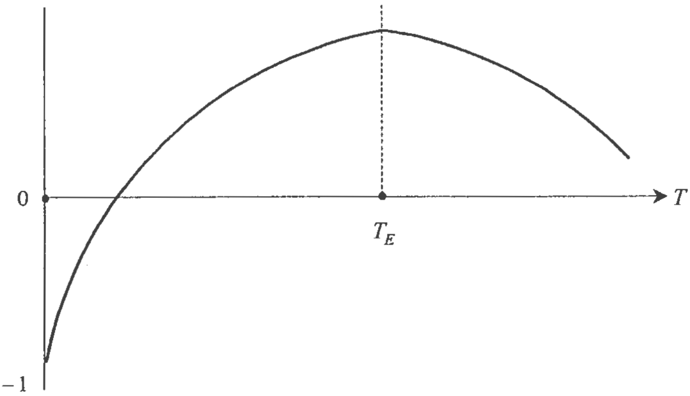
$$\frac{A(T)}{C}$$

widzimy, że istnieje taka wartość $T = T_E < \overset{*}{T}_o$, dla której różnica wartości tych dwóch funkcji przybiera wartość największą – maksymalną, tak jak to jest pokazane na rys.9.

Wartość T_E będziemy nazywali ekonomicznym okresem eksploatacji wyrobu.



Rys. 8. Wykres funkcji $\frac{1}{C}A_o(T)$ oraz $\left(\frac{1}{T}+\rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)}$



Rys. 9. Wykres funkcji $\frac{1}{C}A_o(T)-\left(\frac{1}{T}+\rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)}$

Zauważmy, że w zasadzie, wartość normatywna T winna być dobierana tak, aby $T = T_E$.

Między wielkościami T_E oraz T mogą zachodzić istotne różnice, wtedy gdy przepisy finansowe ustalające wartość T nie są związane e ekonomiką.

W rezultacie, eksploatacja wyrobu dla danej wartości $\alpha(t)$ nie jest rzeczywiście opłacalna, gdy zachodzi nierówność

$$\frac{AT_E}{C} - \left(\frac{1}{T_E} + \rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T_E}}{\ln(1+r)} < 0$$

Natomiast eksploatacja wyrobu przy danym okresie normatywnym T oraz $\alpha(t)$, jest finansowo opłacalna tylko wtedy, gdy zachodzi nierówność

$$\frac{A(T)}{C} - \left(\frac{1}{T} + \rho\right)\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)} > 0$$

Zwróćmy przy tym uwagę, że w określeniu rzeczywistej nieopłacalności występuje T_E a w określeniu opłacalności finansowej występuje T. Pojęcia rzeczywistej i finansowej opłacalności są identyczne tylko wtedy gdy $T = T_E$.

Zauważmy, że ponieważ dla różnych nabywców wielkości T oraz $\alpha(t)$ mogą być różne, więc eksploatacja wyrobu dla jednych grup nabywców może być opłacalna finansowo, podczas gdy dla innych może ona być nieopłacalna.

3. Starzenie „moralne" i skracanie okresu eksploatacji wyrobów

W sytuacji gdy na rynku pojawiają się ciągle nowe modele wyrobów, zastępujące dotychczasowe, może okazać się uzasadnioną wcześniejsza wymiana dotychczas używanych wyrobów (przed upływem okresu T lub T_E).

Rozstrzygnijmy zagadnienie w jakim przypadku nabywcy opłaca się wcześniejsza wymiana eksploatowanego wyrobu.

Oznaczmy symbolami

$$\alpha(t),\quad T,\quad C$$

parametry nowego eksploatowanego wyrobu w odróżnieniu od parametrów dotychczas eksploatowanego wyrobu, oznaczonego symbolami

$$\alpha^o(t),\quad T^o,\quad C^o$$

Załóżmy, że zarówno dotychczas eksploatowany wyrób jak i nowy wyrób, spełnia podane w poprzednim punkcie warunki opłacalności eksploatacji.

Celem uproszczenia rozważań, do obliczeń przyjmiemy, że wielkości

$$z(t) = \alpha(t) - \frac{C}{T}$$

$$z^o(t) = \alpha^o(t) - \frac{C^o}{T^o}$$

zmieniają się w czasie tak nieznacznie, że możemy przyjąć iż są to wartości stałe

$$Z \quad \text{oraz odpowiednio} \quad Z^o$$

a których wartość jest średnią w czasie

$$Z^o = \frac{1}{T^o} \int_{t'}^{t'+T^o} z^o(t)dt$$

$$Z = \frac{1}{T} \int_{t'+\tau}^{t'+T} z(t)dt$$

przy czym, chwila t' jest chwilą rozpoczęcia eksploatacji wyrobu dotychczas eksploatowanego a $t'+\tau$ jest chwilą pojawienia się na rynku nowego wyrobu o parametrach $\alpha(t)$, T, C. Chwila $t'+\tau$ jest jednocześnie chwilą, w której rozważamy czy dotychczasowy wyrób, którego zużycie (procentowo) jest równe

$$\frac{\tau}{T^o} \cdot 100\%$$

wymienić na wyrób nowy czy też kontynuować eksploatację starego wyrobu, aż do chwili $t'+T^o$, to jest chwili jego zamortyzowania się.

Aby rozstrzygnąć co bardziej opłaci się nabywcy, porównajmy korzyści wynikające z przyspieszonej wymiany wyrobu i korzyści uzyskanych przy dalszej kontynuacji eksploatacji wyrobu dotychczasowego.

Jeżeli w chwili $t'+\tau$ wymienimy wyrób na nowy, to począwszy od tej chwili uzyskamy efekt z na jednostkę czasu, z którego musimy spłacać pozostałą (jeszcze nie spłaconą do chwili $t'+\tau$) część amortyzacji starej maszyny, w wysokości

$$\frac{C^o}{T^o} \left[\frac{\text{zł}}{\text{jedn. czasu}} \right]$$

w okresie od $t'+\tau$ do $t'+T^o$.

W rezultacie, efekty Z, sprowadzone do chwili $t'+\tau$ w przypadku wymiany natychmiastowej będą równe

$$A = \int_{t'+\tau}^{t'+T^o} \left[\alpha^o - \frac{C^o}{T^o} \right] (1+r)^{-(t-t'-\tau)} dt + \int_{t'+\tau}^{t'+T^o} Z \cdot (1+r)^{-(t-t'-\tau)} dt =$$

$$= \frac{1}{\ln(1+r)} \left\{ \left(Z - \frac{C^o}{T^o} \right) \left[1 - (1+r)^{-(T^o-\tau)} \right] \right\}$$

przy tym $\alpha^o = 0$ w okresie $(t'+\tau)$, $t'+T^o)$.

Analizując przypadek gdy dotychczas eksploatowane urządzenie wymieniamy dopiero w chwili $t'+T^o$ (po całkowitym zamortyzowaniu się urządzenia) otrzymamy

$$B = \int_{t'+\tau}^{t'+T^o} Z^o \cdot (1+r)^{-(t-t'-\tau)} dt = \frac{1}{\ln(1+r)} \left\{ \left(Z^o \right) \left[1 - (1+r)^{-(T^o - \tau)} \right] \right.$$

Różnica korzyści dla obu przypadków będzie równa

$$\Delta Z = A - B = \frac{1}{\ln(1+r)} \left(\Delta z - \frac{C^o}{T^o} \right) \left[1 - (1+r)^{-(T^o - \tau)} \right.$$

Z wyrażenia powyższego wynika, że aby wymiana wcześniejsza mogła być opłacalna, musi być spełniony warunek

$$\Delta z - \frac{C^o}{T^o} > 0$$

Jednakże ten konieczny warunek nie jest wystarczającym aby można uznać wcześniejszą wymianę (urządzenia nie w pełni zamortyzowanego) za uzasadnioną ekonomicznie.

Wynika to stąd, że przy natychmiastowej wymianie zmieniają się chwile wydatkowania kwot na wymianę urządzeń. Chwile wydatkowania będą wcześniejsze aniżeli w przypadku gdy urządzenie wymieniamy po jego pełnej amortyzacji.

Mianowicie, w przypadku gdy dotychczasowo urządzenie będziemy dalej eksploatować, chwile wydatków w wysokości C na zakup nowych urządzeń w miejsce zużytych, będą następujące

$$t'+T^o,\ t'+T^o + T, \ldots,\ t'+T^o + k \cdot T, \ldots$$

gdzie: $k = 0, 1, 2, \ldots$

Zakładamy przy tym, że po zużyciu starego wyrobu w chwili $t'+T^o$ wprowadzamy na jego miejsce nowy wyrób, który dalej eksploatujemy.

W przypadku natychmiastowej wymiany w chwili $t'+\tau$ starego wyrobu na nowy, chwile zakupów będą określone ciągiem

$$t'+\tau,\ t'+\tau + T, \ldots,\ t'+\tau + k \cdot T, \ldots$$

gdzie: $k = 0, 1, 2, \ldots$

Jest to oczywiście niekorzystne dla nas, gdyż przyspiesza chwile wydatków (chociaż nie zmienia ich wysokości).

Dla porównania korzyści w obu przypadkach, przeliczymy powyższe nakłady na chwilę $t'+\tau$ podobnie, jak to uczyniliśmy w stosunku do efektów.

W przypadku natychmiastowej wymiany skumulowane do chwili $t'+\tau$, nakłady będą równe

$$I = \sum_{k=0}^{\infty} C \cdot (1+r)^{-[t'+\tau+k \cdot T - (t'+\tau)]} = C \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (1+r)^{-kT} = C \frac{1}{1+(1+r)^{-T}}$$

W przypadku wymiany, po całkowitej amortyzacji dotychczas eksploatowanego urządzenia, otrzymamy

$$I^{\circ} = \sum_{k=0}^{\infty} C\cdot(1+r)^{-[t'+\tau+k\cdot T-(t'+\tau)]} = C\cdot\sum_{k=0}^{\infty}(1+r)^{-[T^{\circ}-\tau+kT]} =$$

$$= C\cdot(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}\sum_{k=0}^{\infty}(1+r)^{-kT} = C\frac{(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}}{1-(1+r)^{-T}}$$

W rezultacie różnica nakładów ΔI, skumulowana w chwili $t'+\tau$ wyraża się wzorem

$$\Delta I = I - I^{\circ} = C\frac{1-(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}}{1-(1+r)^{-T}}$$

W rezultacie, wariant polegający na natychmiastowej wymianie urządzenia możemy traktować jako inwestycję, której opłacalność można ocenić efektywnością będącą stosunkiem przynoszonych korzyści do nakładów czyli stosunkiem

$$\frac{\Delta Z}{\Delta I}$$

Podstawiając wartości ΔZ oraz ΔI otrzymamy następujące wyrażenie na efektywność tej dodatkowej inwestycji

$$\frac{\Delta Z}{\Delta I} = \frac{\Delta z - \dfrac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{C}\,\frac{1-(1+r)^{-T}}{\ln(1+r)}$$

Oczywiście efektywność tej dodatkowej inwestycji nie powinna być mniejsza od efektywności dotychczasowych inwestycji, wynikającej z eksploatacji wyrobów dotychczas produkowanych.

Efektywność dla wyrobów dotychczas produkowanych będzie ilorazem efektów i nakładów skumulowanych w chwili $t'+\tau$.

Przy tym skumulowane korzyści będą określone wyrażeniem

$$\int_{t'+\tau}^{\infty} Z^{\circ}(1+r)^{-(t-t'-\tau)}dt = \frac{Z^{\circ}}{\ln(1+r)}$$

a skumulowane nakłady (dla wyrobów dotychczas produkowanych) będą równe

$$\sum_{k=0}^{\infty} C^{\circ}(1+r)^{-[t'+T^{\circ}+kT^{\circ}-(t'+\tau)]} = C^{\circ}(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}\sum_{k=0}^{\infty}(1+r)^{-kT^{\circ}} = C^{\circ}\frac{(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}}{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}$$

W rezultacie efektywność dotychczasowych inwestycji była równa

$$\frac{Z^{\circ}}{C^{\circ}}\,\frac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}}\,\frac{1}{\ln(1+r)}$$

Ostatecznie, wymiana natychmiastowa będzie opłacalna wtedy gdy iloraz $\dfrac{\Delta Z}{\Delta I}$ będzie większy lub równy powyższemu wyrażeniu a więc gdy będzie spełniona nierówność

$$\frac{\Delta Z}{\Delta I} \geq \frac{Z^{\circ}}{C^{\circ}} \frac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}} \frac{1}{\ln(1+r)}$$

Po podstawieniu wartości $\frac{\Delta Z}{\Delta I}$ nierówność tę możemy zapisać w postaci

$$\frac{\Delta z - \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{C} \frac{1-(1+r)^{-T}}{1-(1+r)^{-T^{\circ}}} \geq \frac{Z^{\circ}}{C^{\circ}} \frac{1}{(1+r)^{-(T^{\circ}-\tau)}}$$

Jest to warunek konieczny i wystarczający aby natychmiastowa wymiana była korzystna.

Rozwiązując tę nierówność względem τ możemy określić wielkość zużycia urządzenia, przy którym korzystna jest jego natychmiastowa wymian na urządzenie nowe (nie bacząc na nie zamortyzowanie się urządzeń).

W efekcie nieskomplikowanych przekształceń, otrzymamy

$$\tau \geq T^{\circ} - \frac{\ln\left\{\frac{\Delta z - \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{C \cdot \frac{Z^{\circ}}{C^{\circ}}} \cdot \frac{1-(1+r)^{-T}}{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}\right\}}{\ln(1+r)}$$

Nietrudno zauważyć, że wcześniejsza wymiana jest korzystna tylko wtedy gdy wyrażenie

$$\frac{\frac{\Delta z - \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{C}}{\frac{Z^{\circ}}{C^{\circ}}} \cdot \frac{1-(1+r)^{-T}}{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}$$

jeśli większe od jedności. W wypadku przeciwnym wcześniejsza wymiana nie jest opłacalna i wyrób dotychczas eksploatowany należy wymienić na nowy model, dopiero po zamortyzowaniu się wyrobu dotychczas eksploatowanego.

W rezultacie aby wcześniejsza wymiana była opłacalna, musi być spełniony warunek

$$\frac{\frac{\Delta z - \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{C}}{\frac{Z^{\circ}}{C^{\circ}}} > \frac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{1-(1+r)^{-T}}$$

Rozwiązując tę nierówność względem Δz otrzymamy

$$\Delta z > \frac{C}{C^{\circ}} Z^{\circ} \frac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{1-(1+r)^{-T}} + \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}}$$

Jeżeli więc przyrost korzyści jest większy od wartości

$$\Delta z_{\min} = \frac{C}{C^{\circ}} Z^{\circ} \frac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{1-(1+r)^{-T}} + \frac{C^{\circ}}{T^{\circ}}$$

to wcześniejsza wymiana jest korzystna. W przeciwnym przypadku, eksploatację starego wyrobu należy kontynuować aż do jego pełnej amortyzacji.

Jeżeli warunek ten jest spełniony, to natychmiast należy wymienić wszystkie te urządzenia, które eksploatowane są przez okres co najmniej

$$\overset{*}{\tau} = T^{\circ} - \frac{\ln\left\{ \dfrac{\Delta z - \dfrac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{Z^{\circ}} \cdot \dfrac{C^{\circ}}{C} \cdot \dfrac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{1-(1+r)^{-T}} \right\}}{\ln(1+r)}$$

Pozostałe urządzenia należy wymienić na nowe z chwilą gdy okres ich eksploatacji osiągnie wartość $\overset{*}{\tau}$.

Zauważmy przy tym, że jeżeli spełniony będzie warunek

$$T^{\circ} < \frac{\ln\left\{ \dfrac{\Delta z - \dfrac{C^{\circ}}{T^{\circ}}}{Z^{\circ}} \cdot \dfrac{C^{\circ}}{C^{\circ}} \cdot \dfrac{1-(1+r)^{-T^{\circ}}}{1-(1+r)^{-T^{\circ}}} \right\}}{\ln(1+r)}$$

to $\overset{*}{\tau}$ osiągnie wartość ujemną (lub zero) co będzie oznaczało, że w takim przypadku należy natychmiast wymienić wszystkie dotychczas eksploatowane urządzenia (nawet zupełnie nowe) na urządzenia nowego typu

Należy podkreślić fakt, że całość powyższych rozważań prowadzimy przy założeniu, że nabywcy wyrobów nie rozszerzają swej działalności gospodarczej, w której wykorzystują interesujące nas urządzenia.

Rozważamy tu wyłącznie zastępowanie jeszcze nie w pełni zużytych, dotychczas eksploatowanych urządzeń, na urządzenia nowego typu.

Wzrost popytu na interesujące nas wyroby wynikający z rozszerzenia działalności gospodarczej przez odbiorców tych wyrobów będzie oceniony oddzielnie. Oczywiście wzrost ten związany z rozszerzeniem działalności, wywołany jest częściowo także faktem większej ekonomiczności nowego wyrobu lub przeciwnie - hamowany, jeżeli nowy wyrób nie jest bardziej opłacalny w eksploatacji aniżeli dotychczas użytkowane.

Okres $\overset{*}{\tau}$ będziemy nazywali skróconym okresem eksploatacji (ze względu na zużycie „moralne"). W rezultacie, okres skrócony ze względu na pojawienie się nowego wyrobu jest funkcją wielkości

$$C^\circ,\ C,\ T^\circ,\ T,\ \Delta z,\ Z^\circ$$

Jeżeli w szczególności wielkości normatywne T° oraz T są równe wielkościom ekonomicznym T_E° oraz T_E, to w miejsce wielkości T°, T możemy wpisać wielkości T_E° oraz T_E.

Jeżeli następnie zwrócimy uwagę na fakt, że z kolei te wielkości (patrz pkt 2) są funkcjami wielkości C°, α° oraz C, α, to wtedy okres $\overset{*}{\tau}$ istotnie zależy od wielkości C°, C, α°, α (ponieważ Z° i Δz zależy także od C°, C, α°, α).

Rozdział III

PROGNOZA POPYTU NA NOWE WYROBY TRWAŁEGO UŻYTKU

W rozdziale tym zajmiemy się podstawowym problemem, wyznaczaniem spodziewanego popytu przy założeniu, że potencjalni odbiorcy wyrobów, których produkcję zamierzamy rozpocząć w chwili t_o, kierują się zasadami maksymalizacji korzyści, związanych z ich przyszłą eksploatacją.

Zagadnienie prognozy popytu rozpatrzono w trzech kolejnych przybliżeniach. W punkcie pierwszym opisano prognozę popytu przy stałej, nie zmieniającej się liczebności eksploatowanych wyrobów i bez uwzględnienia możliwości raptownego zmniejszenia popytu wskutek na pojawienia się na rynku jeszcze nowszego, konkurencyjnego wyrobu, mogącego wyprzeć z rynku nasz wyrób, którego produkcję rozpocząć zamierzamy.

W następnym punkcie, uwzględnia się dynamikę zmian liczby $N(t)$ eksploatowanych wyrobów, na podstawie dotychczas zaobserwowanego trendu zmian, uwzględniając przy tym raptowne rozszerzenie się kręgu nabywców (oraz ilości eksploatowanych wyrobów o wielkość ΔN) ze względu na nowe zastosowania w tych dziedzinach gospodarki, w których wykorzystanie dotychczasowych modeli wyrobu, mających gorsze wskaźniki było nieuzasadnione ekonomicznie.

Rozszerzenie się kręgu nabywców jest oczywiście funkcją wielkości przyrostu korzyści ΔZ uzyskanych z eksploatacji wyrobu, którego produkcję zamierzamy rozpocząć.

Celem określenia wzrostu liczby nabywców, wykorzystuje się między innymi wskaźnik elastyczności popytu oraz regresję liniową.

W ostatnim punkcie, w wyrażeniach na prognozę uwzględnia się dodatkowo wpływ pojawienia się nowych, konkurencyjnych wyrobów, na wielkość spodziewanego popytu. Szansę pojawienia się takich wyrobów ocenia się na podstawie częstości zmian parametrów użytkowych wyrobu w przeszłości, uwzględniając w ten sposób intensywność postępu technicznego w dziedzinie konstrukcji i produkcji wyrobów interesującego nas rodzaju.

W rezultacie, w rozdziale tym jest wyznaczony popyt $P(t)$ w funkcji czasu, dla ustalonej grupy odbiorców, to znaczy – ustalonego rynku.

W rozdziale końcowym prognozuje się wielkość sprzedaży przy uwzględnieniu popytu na wielu rynkach (i ewentualnym podziale rynku między wielu producentów).

1. Określenie popytu na nowe wyroby – przypadek statyczny, znana ilość eksploatowanych, porównywalnych wyrobów

Załóżmy, że znamy ilość N eksploatowanych wyrobów na miejsce których zamierzamy wprowadzić nowy model wyrobu. Zagadnieniem oszacowania wielkości N zajmiemy się oddzielnie. Ponieważ będziemy rozpatrywali przypadek statyczny, załóżmy więc że liczba eksploatowanych wyrobów nie ulegnie zmianie także po wprowadzeniu na rynek naszego nowego wyrobu, w miejsce dotychczas eksploatowanego.

Wpływ wprowadzenia nowego wyrobu na rynek w chwili t_o - na ilość N eksploatowanych wyrobów – zostanie rozpatrzony oddzielnie przy szacowaniu wartości funkcji $N(t)$ dla $t \geq t_o$, to jest wyznaczeniu dynamiki zmian wartości N.

Przy określeniu popytu całkowitego na nowe wyroby przyjmiemy, że popyt ten składa się z trzech składników:

1. Popytu określonego potrzebą wymiany zużytych (zamortyzowanych) wyrobów dotychczas eksploatowanych. Popyt ten będziemy dalej nazywali popytem restytucyjnym starych wyrobów.
2. Popytu określonego opłacalnością wymiany wyrobów nie w pełni zamortyzowanych, na nowy – bardziej efektywny, model wyrobu. Popyt ten będziemy dalej nazywali popytem modernizacyjnym.
3. Przyszłego popytu, określonego potrzebą wymiany już zamortyzowanych nowych wyrobów. Popyt ten będziemy nazywali popytem restytucyjnym nowych wyrobów.

Oczywiście każdy z wyżej omówionych rodzajów popytu trwa w ściśle określonych przedziałach czasu, posiada określoną wielkość mierzoną natężeniem potrzeb (wyrażanym w ilości potrzebnego wyrobu na jednostkę czasu) i jest wyznaczony dla ustalonego rynku (określonego rodzaju nabywców).

Jeżeli dotychczas eksploatowane wyroby były wprowadzone na rynek w chwilach $t \geq t_o - T^\circ$, to natężenie popytu restytucyjnego dla starych wyrobów, w chwili t_o wprowadzenia na rynek nowych wyrobów, jest równe

$$\frac{N}{T^\circ}$$

Powyższe wyrażenie, oparte jest na założeniu, że rozkład stopnia zużycia wyrobów dotychczas eksploatowanych jest w przybliżeniu równomierny lub, że prawdopodobieństwo zdarzenia iż wylosowany wyrób jest zużyty w stopniu nie większym od a, gdzie a zmienia się w granicach od zera do jedności (wartość $a = 1$ odpowiada 100% zużycia), jest równe wartości a.

Dla uproszczenia, będziemy przyjmowali, że eksploatację wyrobów dotychczasowych rozpoczęto dostatecznie wcześnie, to znaczy wcześniej aniżeli w chwili $t_o - T^\circ$ tak, że popyt restytucyjny dla starych wyrobów jest ustabilizowany.

Oszacujemy obecnie popyt modernizacyjny. Jeżeli nowy wyrób różni się od dotychczasowego o wartość $\Delta Z > \frac{C^\circ}{T^\circ}$, gdzie C° i T° parametry starego wyrobu i wartość $\overset{*}{T}$ wyznaczona przy pomocy wzoru podanego w punkcie poprzednim, jest mniejsza od T°, to popyt modernizacyjny wystąpi i jego natężenie musi zapewnić wymianę tych wyrobów, których zużycie przekracza wartość $\overset{*}{T}$. Ilość wyrobów, których czas eksploatacji ulegnie skróceniu do wartości $\overset{*}{T} = \overset{*}{T}(\Delta Z)$ jest równa

$$\Delta N = \frac{T^{\circ} - \overset{*}{T}(\Delta Z)}{T^{\circ}} N$$

Potrzeba wymiany urządzeń starych, niezamortyzowanych całkowicie, wystąpi w pewnym okresie τ_W, którego długość zależy od konserwatyzmu nabywców i reklamy wyrobu.

Oczywiście, im większa będzie korzyść z wymiany starych, niezamortyzowanych wyrobów na nowe, tym mniejszy będzie okres τ_W. Można więc przyjąć, że długość τ_W jest odwrotnie proporcjonalna do wielkości ΔZ i wyraża się wzorem

$$\tau_W = \frac{a_W}{\Delta Z}$$

gdzie a_W jest współczynnikiem charakteryzującym rynek, zależnym od łatwości wprowadzenia na rynek nowych wyrobów – od konserwatyzmu potencjalnych odbiorców. Wartość współczynnika a_W musi być oszacowana na podstawie znajomości rynku przez specjalistów handlu.

W rezultacie intensywność popytu modernizacyjnego będzie określona ilorazem

$$\frac{\Delta N}{\tau_W} = \frac{T^{\circ} - \overset{*}{T}(\Delta Z)}{T^{\circ}} \cdot \frac{\Delta Z}{a_W} \cdot N$$

w okresie od t_o do $t_o + \tau_W$.

Przy tym, popyt modernizacyjny wystąpi wtedy i tylko wtedy gdy określona w poprzednim punkcie wielkość $\overset{*}{T}(\Delta Z)$ przyjmie wartość mniejszą od T°.

Zauważmy, że w ramach popytu restytucyjnego starych wyrobów, wymieniona zostanie w okresie od t_o do $t_o + \overset{*}{T}(\Delta Z)$ pozostała część starych wyrobów, których zużycie (w procentach) w chwili t_o przekraczała $\overset{*}{T}/_{T^{\circ}} \cdot 100\%$. Popyt ten w okresie od t_o do $t_o + \overset{*}{T}$ będzie miał natężenie $N/_{T^{\circ}}$ (zgodnie z poprzednimi wywodami). Pozostaje nam oszacować trzeci składnik całkowitego popytu – popyt restytucyjny wyrobów nowych.

Oczywiście popyt restytucyjny dla nowych wyrobów rozpocznie się począwszy od chwili $t_o + T$ gdzie T jest okresem amortyzacji nowych wyrobów.

Zakładając, podobnie jak dla wyrobów starych, równomierny rozkład zużycia wyrobów nowych, możemy natężenie popytu restytucyjnego dla nowych wyrobów ocenić liczbą

$$\frac{N}{T}$$

Popyt ten będzie istniał począwszy od chwili $t_o + T$ aż do dowolnie odległej chwili, ponieważ w rozważanym przez nas przypadku (statycznym) nie zakładamy pojawienia się innego, nowego wyrobu w interesującym nas przedziale czasu.

Przypadek gdy w każdej chwili mogą pojawiać się następne, ulepszone modele wypierające nasz wyrób z rynku, będzie omówiony w jednym z następnych punktów.

Po wyznaczeniu wszystkich trzech składowych popytu możemy obecnie określić popyt całkowity, jako ich sumę.

Różne przypadki przebiegu w czasie popytu całkowitego $\Pi(t)$, który jest sumą trzech, wspomnianych na początku rozdziału, składowych: $\varphi_1(t)$ - popytu restytucyjnego dla starych wyrobów, $\varphi_2(t)$ - popytu modernizacyjnego, $\varphi_3(t)$ - popytu restytucyjnego dla nowych wyrobów.

$$\Pi(t) = N[\varphi_1(t) + \varphi_2(t) + \varphi_3(t)]$$

przy czym

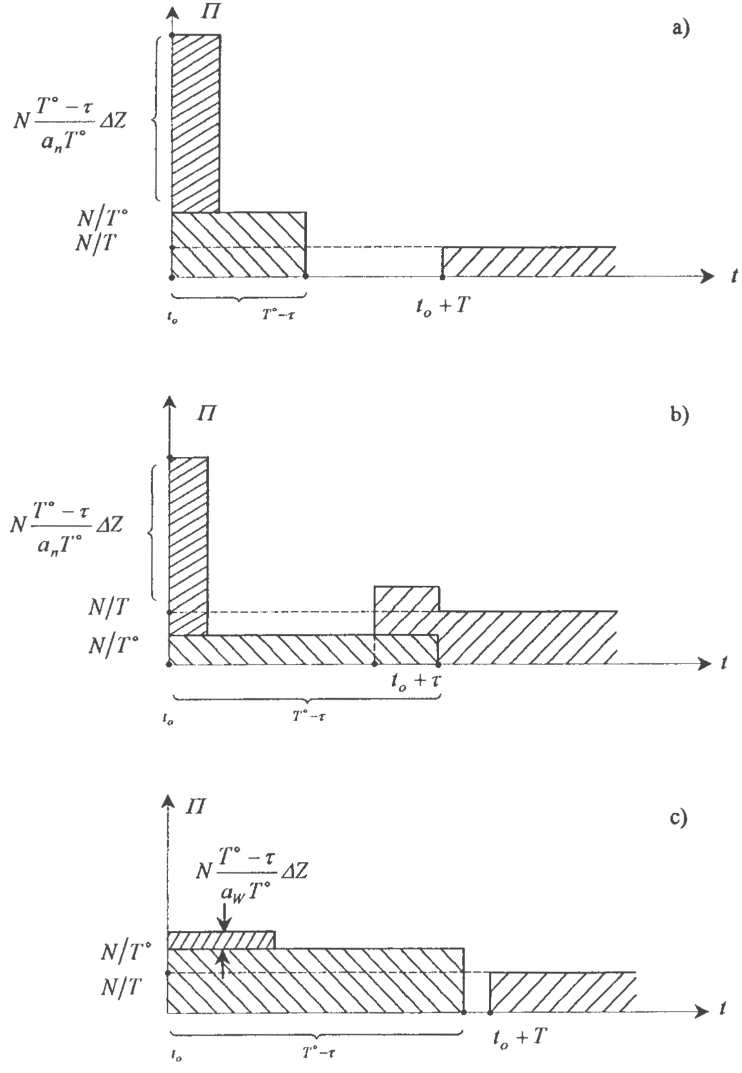
$$\varphi_1(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T^\circ} & \text{dla } t_o < t \le t_o + \overset{*}{T}(\Delta Z) \\ 0 & \text{dla pozostaych wartości } t \end{cases}$$

$$\varphi_2(t) = \begin{cases} \dfrac{T^\circ - \overset{*}{T}(\Delta Z)}{T^\circ} \cdot \dfrac{\Delta Z}{a_W} & \text{dla } t_o < t \le \dfrac{a_W}{\Delta Z} \\ 0 & \text{dla pozostałych wartości } t \end{cases}$$

$$\varphi_3(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T} & \text{dla } t_o + T < t \\ 0 & \text{dla } t \le t_o + T \end{cases}$$

Określony w ten sposób popyt $\Pi(t)$ odpowiada sytuacji, w której liczba nabywców i eksploatowanych urządzeń N jest stała – niezależna od czasu oraz gdy nie zagraża nam postęp techniczny, którego rezultatem jest ciągłe pojawianie się nowych wyrobów o ulepszonych własnościach wypierających z rynku wyroby dotychczas eksploatowane.

Przystąpmy obecnie do usunięcia wymienionych wad metody przewidywania przyszłego popytu.



Rys. 10. Kształt popytu w czasie

a) $\Delta Z >> 0, T_o >> T°$, b) $\Delta Z >> 0, T << T°$, a) $\Delta Z \approx 0, T > T°$

- popyt modernizacyjny
- popyt restytucyjny wyrobów starych
- popyt restytucyjny wyrobów nowych

2. *Oszacowanie dynamiki zmian liczby nabywców*

W poprzednim punkcie określiliśmy popyt na nowy wyrób przy założeniu niezmiennej liczby N - ilości eksploatowanych wyrobów. Obecnie ustalimy sposób prognozy wartości tej wielkości dla chwili $t \geq t_o$.

Jeżeli symbolem N_o oznaczymy liczbę eksploatowanych wyrobów przed wprowadzeniem na rynek nowych wyrobów, to wielkość $N(t)$ możemy wyrazić w postaci sumy (rys. 11)

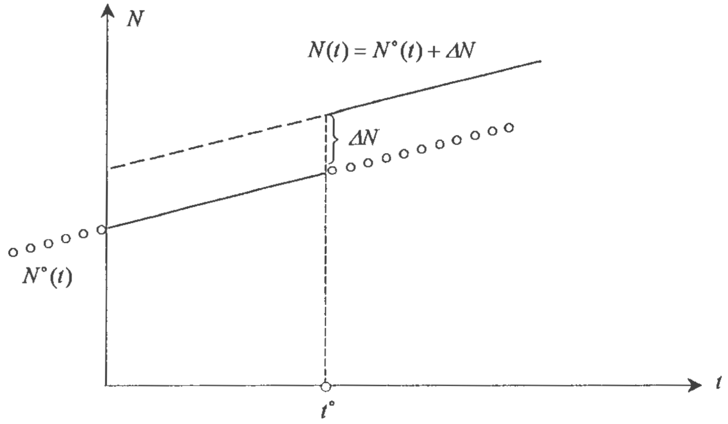
$$N(t) = N^{\circ}(t) + \Delta N(t) \quad , \quad N(t_o) = N_o$$

gdzie:

$N^{\circ}(t)$ - jest przewidywalną ilością eksploatowanych wyrobów w chwili $t \geq t_o$, gdyby nie wprowadzono na rynek nowego modelu w chwili t_o,

$\Delta N(t)$ - jest przewidywalnym wzrostem ilości eksploatowanych wyrobów, wynikającym z faktu większej opłacalności nowego wyrobu.

s



Rys. 11. Wykres liczby nabywców w funkcji czasu t, gdzie oznacza liczbę nabywców w przeszłości – do chwili t_o

———— oznacza prognozę liczby nabywców (w przyszłości począwszy od chwili t_o) gdyby do sprzedaży wprowadzone były wyroby dla których $\Delta z > 0$

o o o o o o o oznacza prognozę liczby nabywców (w przyszłości począwszy od chwili t_o) dotychczas sprzedawanych wyrobów lub nowych dla których $\Delta z = 0$

Wielkość $\Delta N(t)$ wyrazimy jako funkcję wielkości $N^\circ(t)$ przyjmując zależność

$$\Delta N(t) = e \cdot N^\circ(t)$$

gdzie współczynnik proporcjonalności e jest wielkością zależną od Δz:

$$e = e(\Delta z)$$

Zależność współczynnika e od wielkości Δz, można określić przyjmując najprostszą postać funkcji spełniającej następujące, oczywiste założenia:

1. Dla $\Delta z = 0$ wartość e winna być równa zeru.
2. Dla $\Delta z \to \infty$ wartość e winna dążyć do ustalonej granicy tak aby wielkość $N(t) = N^\circ(t)[1 + e(\Delta z)]$ dążyła do wartości N_{max}. Przy tym N_{max} jest maksymalną „pojemnością" rynku na rozpatrywane wyroby.

Najprostszą postacią funkcji spełniającej te postulaty jest zależność

$$e = h(t)\frac{\Delta z}{a_N + \Delta z}$$

gdzie współczynnik $h(t)$ jest określony zależnością

$$N_{max} = N^\circ(t)\,[1 + h(t)]$$

Stąd otrzymamy

$$h(t) = \frac{N_{max}}{N^\circ(t)} - 1$$

oraz

$$e = \left(\frac{N_{max}}{N^\circ(t)} - 1\right)\frac{\Delta z}{a_N + \Delta z}$$

Podstawiając wyrażenie na e do wzoru

$$N(t) = N^\circ(t)\,[1 + e]$$

otrzymamy

$$N(t) = N^\circ(t)\left\{1 + \frac{\left[N_{max} - N^\circ(t)\right]\Delta z}{N^\circ(t)\left[a_N + \Delta z\right]}\right\}$$

Po formalnych przekształceniach, wyrażenie na wartość $N(t)$ przyjmie ostatecznie postać

$$N(t) = \frac{a_N \cdot N^\circ(t) + N_{max} \cdot \Delta z}{a_N + \Delta z}$$

W rezultacie, istotną jest umiejętność prognozy wartości $N^{\circ}(t)$ liczby eksploatowanych wyrobów dotychczasowego modelu.

Prognozę wartości $N^{\circ}(t)$ możemy przeprowadzić oceniając (na podstawie dotychczasowego – do chwili t_o - przebiegu wartości $N^{\circ}(t)$) trend ω zmian wielkości $N^{\circ}(t)$. Wtedy

$$N^{\circ}(t) = N_o + \omega \cdot (t - t_o)$$

gdzie $N_o = N(t_o)$ jest ilością eksploatowanych wyrobów w chwili t_o. Trend ω możemy ocenić przy pomocy zwykłych metod statystycznych, wykorzystując na przykład metodę najmniejszych kwadratów.

Mianowicie, jeżeli znamy ciąg wartości $N_k = N(t_k)$ dla chwil $t_k \le t_o$, $k = 1, 2, ..., K$ to zakładając, że zależność $N^{\circ}(t)$ przybliżamy funkcją liniową o postaci

$$N_o + \omega(t - t_o)$$

gdzie N_o i ω nieznane parametry, możemy żądać aby suma kwadratów różnic była minimalna, to znaczy aby

$$\sum_{k=1}^{K}\left[N_o + \omega(t_k - t_o) - N_k\right]^2 \to \min$$

ze względu na wartości N_o oraz ω.

Rozwiązanie tego problemu są wartości N_o oraz ω spełniające układ równań

$$\frac{\partial}{\partial N_o}\sum_{k=1}^{K}\left[N_o + \omega(t_k - t_o) - N_k\right]^2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega}\sum_{k=1}^{K}\left[N_o + \omega(t_k - t_o) - N_k\right]^2 = 0$$

Po zróżniczkowaniu, układ sprowadza się do dwóch równań liniowych z dwoma niewiadomymi: N_o oraz ω.

$$\sum_{k=1}^{K}\left[N_o + \omega(t_k - t_o) - N_k\right] = 0$$

$$\sum_{k=1}^{K}\left[N_o + \omega(t_k - t_o) - N_k\right](t_k - t_o) = 0$$

po rozwiązaniu którego możemy wyznaczyć szukane wartości nieznanych parametrów N_o oraz ω.

Oczywiście trend można ocenić przy pomocy innych metod statystycznych, których wiele jest w opracowaniach z dziedziny ekonometrii.

Jeżeli trudno jest nam ocenić liczbę N_k eksploatowanych urządzeń w chwilach $t_k \leq t_o$, to możemy oszacować ją na podstawie obserwowanego natężenia sprzedaży $\gamma^\circ(t)$, mierzonego ilością sprzedanych dotychczas wyrobów na jednostkę czasu. Mianowicie, dla okresu stabilnego zbytu dotychczasowych wyrobów, możemy przyjąć zależność:

$$N = \gamma^\circ \cdot T^\circ$$

W rezultacie, w miejsce wielkości N_k przy ocenie parametru N_o oraz ω możemy wstawić wielkość

$$N_k = \gamma^\circ(t_k) \cdot T^\circ$$

W ten sposób, obserwując popyt na dotychczas eksploatowane wyroby możemy wyznaczyć wartości wielkości N_o oraz ω a następnie prognozę wielkości $N(t)$ dla $t \geq t_o$.

Ostatecznie, przy ustalaniu popytu $\Pi(t)$ na nowo wprowadzane wyroby, należy do wzorów wyprowadzonych na wartość poszczególnych składowych popytu całkowitego podstawić w miejsce wielkości N nową wielkość

$$N = \frac{a_N[N_o + \omega(t - t_o)] + N_{\max} \cdot \Delta z}{a_N + \Delta z}$$

uwzględniającą dynamikę zmian wielkości N spowodowaną trendem rozwojowym ω działalności użytkowników i wzrostem Δz opłacalności eksploatacji.

Wyznaczenie parametru $N_{\max}$ może natrafić na trudności, ponieważ wielkość ta zależy od oceny wyrobu i wielu innych parametrów, których wpływ niekiedy trudno jest ocenić.

Wielkość tę możemy wyznaczyć obserwując wzrost popytu w przeszłości, spowodowany zmianą wielkości Δz_1 a w szczególności zmianą ΔC^o ceny wyrobu.

Mianowicie, jeżeli cena C^o produkowanego wyrobu została obniżona do wartości C_1° (bez zmian pozostałych parametrów wyrobu), to ponieważ

$$\Delta Z = \frac{1}{T^\circ}\int_t^{t+T^\circ} z_1^\circ(t)dt - \frac{1}{T^\circ}\int_t^{t+T^\circ} z^\circ(t)dt = \frac{1}{T^\circ}\int_t^{t+T^\circ}[z_1^\circ(t)]dt$$

oraz

$$z_1^\circ(t) = \alpha^\circ(t) - \frac{C_1^\circ}{T^\circ} \quad , \quad z^\circ(t) = \alpha^\circ(t) - \frac{C^\circ}{T^\circ}$$

to

$$\Delta Z_1 = \frac{1}{(T^\circ)^2}\int_t^{t+T^\circ}[C^\circ - C_1^\circ]dt = \frac{\Delta C^\circ}{T^\circ}$$

Jeżeli więc przed obniżką ceny, sprzedaż była równa γ°, to po wprowadzeniu obniżki o ΔC^o sprzedaż ta wzrośnie do wartości $\gamma_1^\circ = \gamma^\circ + \Delta\gamma$, 0 wartość $\Delta\gamma$, odpowiada wzrostowi wielkości N do wartości $N_1 = N + \Delta N$, przy czym

$$\Delta N = \Delta\gamma \cdot T^\circ$$

Ponieważ z drugiej strony

$$N + \Delta N = \frac{a_N \cdot N + N_{\max} \cdot \Delta Z_1}{a_N + \Delta Z_1}$$

to po podstawieniu $\Delta Z_1 = \dfrac{\Delta C^\circ}{T^\circ}$, $N = \gamma^\circ \cdot T^\circ$

otrzymamy

$$\gamma^\circ \cdot T^\circ + \Delta N = \frac{a_N \gamma^\circ (T^\circ)^2 + N_{\max} \Delta C^\circ}{a_N T^\circ + \Delta C^\circ}$$

stąd

$$\Delta N = (N_{\max} - \gamma^\circ T^\circ) \frac{\Delta C^\circ}{a_N T^\circ + \Delta C^\circ}$$

Ale ponieważ $\Delta N = \Delta\gamma \cdot T^\circ$, więc ostatecznie równanie przy pomocy którego możemy wyznaczyć nieznany parametr $N_{\max}$ będzie miało postać

$$\Delta\gamma \cdot T^\circ = (N_{\max} - \gamma^\circ T^\circ) \frac{\Delta C^\circ}{a_N T^\circ + \Delta C^\circ}$$

W równaniu tym znany jest: przyrost sprzedaży $\Delta\gamma$ wywołany zmianą ceny ΔC° (wielkością obniżki ceny ΔC°) wielkość dotychczasowej sprzedaży γ° oraz okres eksploatacji (normatywny) T°.

Rozwiązując to równanie względem $N_{\max}$ otrzymamy wzór na nieznaną wartość parametru $N_{\max}$

$$N_{\max} = T^\circ \left[T^\circ \frac{a_N \cdot \Delta\gamma}{\Delta C^\circ} + \left(\gamma^\circ + \Delta\gamma\right) \right]$$

Zwróćmy uwagę, że zależności

$$N_1 = \frac{a_N \cdot \gamma^\circ (T^\circ)^2 + N_{\max} \cdot \Delta C^\circ}{a_N \cdot T^\circ + \Delta C^\circ}$$

$$N_1 = \gamma_1^\circ \cdot T^\circ$$

określają funkcję

$$\gamma_1^\circ = \frac{a_N \gamma^\circ (T^\circ)^2 + N_{\max} \cdot \Delta C^\circ}{T^\circ (T^\circ \cdot a_N + \Delta C^\circ)}$$

wiążącą wielkość sprzedaży po obniżce γ_1° z wielkością sprzedaży przed obniżką γ° i wielkością obniżki $\Delta C^\circ = C^\circ - C_1^\circ$.

Funkcja ta określa elastyczność popytu.

Mianowicie, ponieważ

$$\frac{\gamma_1^\circ - \gamma^\circ}{\gamma^\circ} = \frac{a_N \gamma^\circ (T^\circ)^2 + N_{\max} \cdot \Delta C^\circ}{\gamma^\circ T^\circ (T^\circ \cdot a_N + \Delta C^\circ)} - 1$$

oraz

$$\frac{C^\circ - C_1^\circ}{C^\circ} = \frac{\Delta C^\circ}{C^\circ}$$

więc elastyczność popytu (łukowa) jest równa:

$$E_{\gamma C} = \frac{\gamma_1^\circ - \gamma^\circ}{\gamma^\circ} : \frac{C^\circ - C_1^\circ}{C^\circ} = \frac{C^\circ}{\gamma^\circ T^\circ} \cdot \frac{N_{\max} - \gamma^\circ T^\circ}{T^\circ a_N + \Delta C^\circ}$$

Wykresy elastyczności popytu w funkcji γ oraz C są pokazane na rys. 12.

Ostatecznie, celem uwzględnienia dynamiki zmian popytu w czasie, należy do wzorów na wartość $\Pi(t)$ podstawić w miejsce stałej wartości N wielkość

$$N = \frac{a_N [N_D + \omega (t_o - t_D)] + N_{\max} \cdot \Delta Z}{a_N + \Delta Z}$$

gdzie t_D jest chwilą podejmowania decyzji o uruchomieniu produkcji wyrobu. Przy tym, chwila t_o rozpoczęcia produkcji jest oczywiście późniejszą chwilą od t_D o czas potrzebny na przygotowanie produkcji, która wymaga niekiedy inwestycji modernizacyjnych.

Wielkość N_D jest określona wielkością popytu, równego całkowitej sprzedaży $\gamma_D^\circ = \gamma^\circ (t_D)$ w chwili podejmowania decyzji o uruchomieniu produkcji. Mianowicie

$$N_D = \gamma^\circ (t_D) T^\circ$$

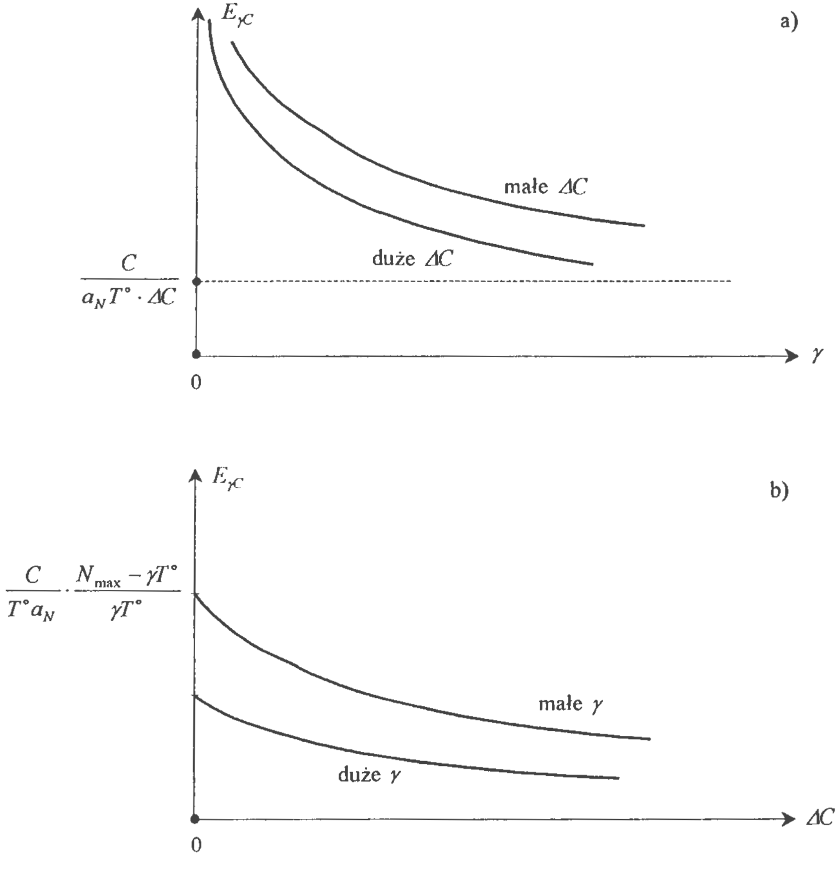
Wielkość ω jest trendem wzrostu (lub malenia) popytu określonym na podstawie znajomości zmian popytu w przeszłości.

Wielkość $N_{\max}$ jest oszacowana na podstawie obserwacji związku wartości ΔC° i $\Delta\gamma$ w przeszłości wg wzoru

$$N_{\max} = T^\circ \left[T^\circ \frac{a_N \cdot \Delta\gamma}{\Delta C^\circ} + (\gamma^\circ + \Delta\gamma) \right]$$

lub na podstawie znajomości elastyczności popytu $E_{\gamma C}$ wg wzoru

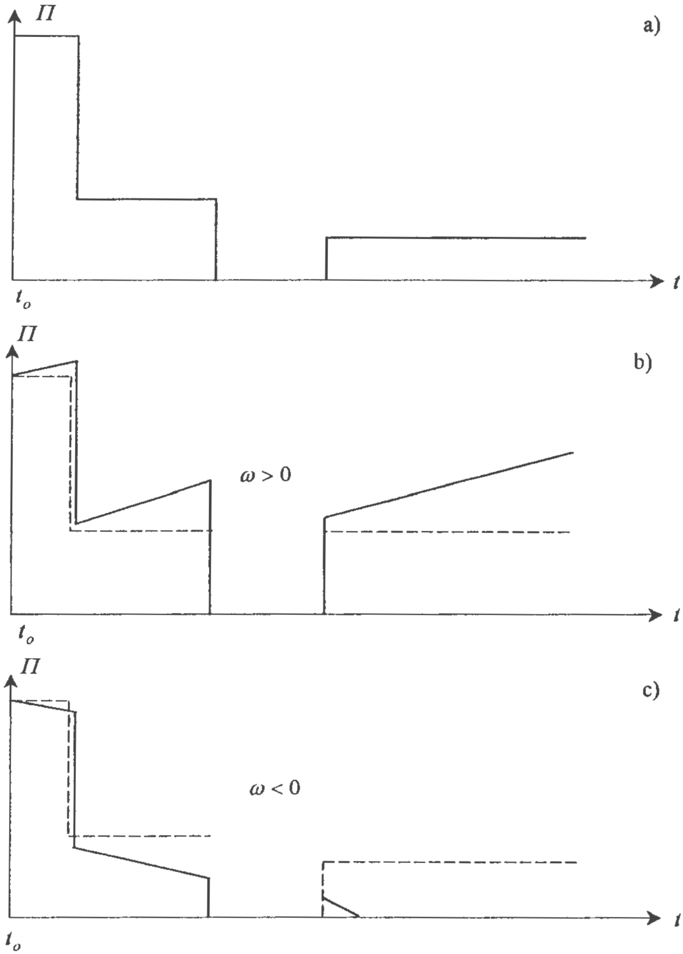
$$N_{\max} = \gamma^{\circ} T^{\circ} \left[\frac{E_{\gamma C}}{C^{\circ}} + (T^{\circ} a_N + \Delta C^{\circ}) + 1 \right]$$



Rys. 12. Wykres wartości elastyczności popytu $E_{\gamma C} = \frac{\gamma' - \gamma}{\gamma} : \frac{C - C'}{C}$ w funkcji wielkości

a) popytu γ (przed obniżką ceny C),
b) obniżki ceny $\Delta C = C - C'$, przy czym γ' jest popytem przy obniżonej cenie C'

Wpływ dynamiki zmian liczby eksploatowanych wyrobów na przebieg funkcji $\Pi(t)$ jest pokazany na rys. 13.



Rys. 13. Modyfikacja popytu $\Pi(t)$ wywołana uwzględnieniem zmienności liczby nabywców

a) bez uwzględnienia zmiennej liczby nabywców (patrz rys.10)

b) dla rosnącej liczby nabywców ($\omega > 0$)

c) dla malejącej liczby nabywców ($\omega < 0$)

3. Wpływ postępu technicznego

Postęp techniczny objawia się ciągła zmianą parametrów technicznych wyrobów, zwiększającą efekty eksploatacji wyrobów, a w rezultacie nieustającym wzrostem wielkości Z.

Każda, dostatecznie duża, pozytywna zmiana wartości korzyści Z wynikających z eksploatacji urządzeń, zwiększa wielkość popytu na dotychchczas sprzedawane wyroby – na korzyść tych wyrobów, które zapewniają użytkownikowi wzrost tej korzyści o wartość Δz.

Fakt istnienia postępu technicznego zmusza nas do liczenia się z możliwością zaniknięcia popytu na planowany do produkcji wyrób, wskutek pojawienia się wyrobu konkurencyjnego, dającego większe korzyści użytkownikowi.

Oznaczmy symbolem $\Delta z'$ przyrost korzyści wyrobu konkurencyjnego (który może pojawić się – lecz nie musi) w stosunku do korzyści przynoszonych przez wyroby eksploatowane w chwili t, natomiast symbolem Δz oznaczymy przyrost korzyści z eksploatowanego wyrobu, którego produkcję planujemy uruchomić – względem korzyści przynoszonych przez analogiczne wyroby w chwili obecnej.

W rezultacie, powinnyśmy umieć ocenić: ryzyko pojawienia się na rynku do chwili $t \geq t_o$ (po rozpoczęciu sprzedaży naszego wyrobu) wyrobu konkurencyjnego dla którego $\Delta z' > \Delta z$.

Pierwszy przypadek gdy $t = t_o$, dotyczy sytuacji gdy konkurencyjny wyrób „przechwytuje” cały popyt a my z nowym wyrobem zostajemy, mówiąc obrazowo „na lodzie”.

Oczywiście, jeżeli dostatecznie wcześnie pojawił się nowy, konkurencyjny względem naszego wyrób – przed chwilą t_o uruchomienia produkcji – to mamy szansę wcześniej przerwać przygotowania do produkcji i zmniejszyć swoje straty.

W drugim przypadku gdy konkurencyjny, lepszy (ponieważ $\Delta z' > \Delta z$) wyrób pojawi się w chwili $t > t_o$ fakt ten powoduje raptowne zmniejszenie popytu.

Jeżeli chwila, w której pojawi się konkurencyjny wyrób jest dostatecznie odległa od chwili t_o, to koszty uruchomienia produkcji mogą w pełni zwrócić się a może nawet zdołamy osiągnąć zyski z produkcji wyrobu, którego uruchomienie rozważamy.

Zwróćmy tu uwagę na możliwość świadomej walki konkurencyjnej i na wagę tajemnicy produkcyjnej. Mianowicie, jeżeli konkurencja wie o naszych zamierzeniach uruchomienia produkcji naszego wyrobu a co gorzej, zna parametry wyrobu, które pozwalają jej oszacować wartość ΔZ (przyrost korzyści użytkownika nowego wyrobu, wynikające z wprowadzenia do eksploatacji nowego wyrobu) oraz także ma zamiar uruchomić produkcję konkurencyjnego (względem naszego) wyrobu, to działając świadomie, konkurent może wstrzymać wprowadzenie na rynek nowego wyrobu do chwili t_o „rzucając „ na rynek wyrób konkurencyjny na „chwilę” przed t_o.

Polityka taka ma dla naszych konkurentów niewątpliwe zalety, gdyż naraża nas na pełne wydatki związane z uruchomieniem nowej produkcji, jednocześnie przechwytując cały popyt i zgarniając całą korzyść, na którą liczyliśmy w momencie podejmowania decyzji o uruchomieniu nowej produkcji.

Określmy obecnie ryzyko pojawienia się konkurencyjnego wyrobu (pod warunkiem dochowania tajemnicy produkcyjnej).

W tym celu, oznaczymy symbolem $F_X(t)$ prawdopodobieństwo zdarzenia, że w odcinku czasu od chwili t_o do chwili t pojawi się wyrób konkurencyjny dla którego przyrost korzyści $\Delta z'$ względem korzyści, które przynoszą wyroby eksploatowane w chwili t_D jest większy od wartości $x > 0$.

Dla ustalenia uwagi, przyjmiemy, że wartość x jest stała w związku z czym funkcja $F_X(t)$ zależy tylko od wartości t a ściślej mówiąc od wartości $t - t_D$.

Ponieważ prawdopodobieństwo pojawienia się wyrobu konkurencyjnego (dla którego $\Delta z' > x$) rośnie w czasie, więc funkcja $F_X(t)$ jest funkcją nie malejącą argumentu t czyli

$$F_X(t + \Delta t) \geq F_X(t)$$

dla wszystkich wartości $\Delta t \geq 0$.

Jeżeli nie posiadamy żadnych wiarygodnych danych odnośnie możliwości pojawienia się w określonych momentach czasu nowych, konkurencyjnych wyrobów (zakładamy, że konkurencja także dochowuje tajemnicy produkcyjnej), to przyrost prawdopodobieństwa pojawienia się wyrobu konkurencyjnego na odcinku czasu od chwili t_1 do chwili t_2 (oczywiście, jeżeli wyrób taki nie pojawił się do chwili t_1) winien nie zależeć od położenia odcinka czasu (t_1, t_2).

Oczywiście jeżeli wiemy, że w jakimś odcinku czasu szansa pojawienia się nowego konkurencyjnego wyrobu jest bardzo duża (w stosunku do innych odcinków czasu), to założenie powyższe nie jest prawdziwe i postępowanie w takim przypadku jest inne.

Jeżeli jednak nie mamy żadnej wiarygodnej informacji, to przyrost prawdopodobieństwa nie może zależeć od położenia odcinka czasu (t_1, t_2) a jedynie od jego długości a więc funkcja $F_X(t)$ musi spełniać warunek

$$\frac{F_X(t_2) - F_X(t_1)}{1 - F_X(t_1)} = f_X(t_2 - t_1)$$

gdzie $f_X(t_2 - t_1)$ jest pewną funkcją zależą tylko od różnicy argumentów t_2 i t_1.

Wielkość $F_X(t_2) - F_X(t_1)$ określa przyrost bezwarunkowy prawdopodobieństwa (nie uwzględniając faktu – czy do chwili t_1 pojawił się już jeden lub więcej takich wyrobów – czy też nie pojawił się żaden) pojawienia się wyrobu konkurencyjnego w odcinku czasu (t_1, t_2).

Natomiast wielkość

$$\frac{F_X(t_2) - F_X(t_1)}{1 - F_X(t_1)}$$

określa warunkowy przyrost prawdopodobieństwa – pod warunkiem, że do chwili t_1 nie pojawił się wyrób konkurencyjny.

Z drugiej strony, funkcja $f_X(\Delta t)$ gdzie $\Delta t = t_2 - t_1$ jest ciągłą funkcją swojego argumentu (przyrost Δf_X winien ciągle maleć wraz z maleniem Δt, dążąc do zera), w związku z czym musi istnieć granica, której wartość nie może zależeć od położenia odcinka Δt a więc musi być stałą.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} f_X(\Delta t) = \text{const}$$

Oznaczając stałą symbolem λ_X zapiszemy powyższy warunek w postaci

$$\lim_{(t_2 - t_1) \to 0} \frac{1}{(t_2 - t_1)} \cdot \frac{F_X(t_2) - F_X(t_1)}{1 - F_X(t_1)} = \lambda_X$$

Stałą λ_X nazwiemy intensywnością pojawienia się nowych wyrobów (dla których $\Delta z'$ jest większa od X).

Odwrotność tej wielkości

$$T_X = \frac{1}{\lambda_X}$$

jest oczekiwaną wartością czasu, po którym pojawi się wyrób (konkurencyjny) o poprawionej charakterystyce $\Delta z' > X$.

Ponadto funkcja $F_X(t)$ musi spełniać oczywiste warunki

$$\lim_{(t - t_D) \to 0} F_X(t) = 0$$

$$\lim_{(t - t_D) \to \infty} F_X(t) = 1$$

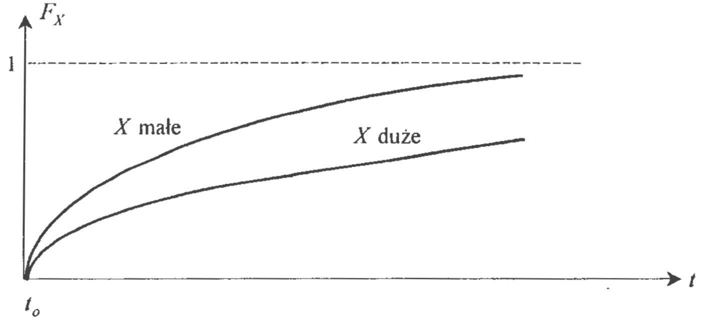
Można się przekonać, że jedyną funkcją spełniającą te warunki jest funkcja o postaci (rys. 14).

$$F_X(t) = 1 - e^{-\lambda_X (t - t_D)}$$

Mianowicie

$$f_X(\Delta t) = \frac{F_X(t_2) - F_X(t_1)}{1 - F_X(t_1)} = \frac{1 - e^{-\lambda_X (t_2 - t_D)} - 1 + e^{-\lambda_X (t_1 - t_D)}}{e^{-\lambda_X (t_1 - t_D)}} =$$

$$= \frac{e^{-\lambda_X (t_1 - t_D)} - e^{-\lambda_X (t_2 - t_D)}}{e^{-\lambda_X (t_1 - t_D)}} = 1 - e^{-\lambda_X (t_2 - t_1)} = 1 - e^{-\lambda_X \Delta t}$$



Rys. 14. Przebieg funkcji $F_X(t)$ wyrażającej prawdopodobieństwo zdarzenia, że do chwili t pojawi się wyrób konkurencyjny dla którego $\Delta z'$ będzie posiadało wartość większą od x

Zauważmy, że dla małych wartości $(t_2 - t_1)$ mamy

$$e^{-\lambda_X (t_2 - t_1)} = 1 - \lambda_X \frac{(t_2 - t_1)}{1!} + \lambda_X^2 \frac{(t_2 - t_1)}{2!} - \lambda_X^3 \frac{(t_2 - t_1)}{3!} + \cdots$$

oraz

$$1 - e^{-\lambda_X (t_2 - t_1)} = \lambda_X (t_2 - t_1) - \lambda_X^2 \frac{(t_2 - t_1)^2}{2!} - \lambda_X^3 \frac{(t_2 - t_1)^3}{3!} + \cdots$$

Tak więc wartość funkcji f_X rzeczywiście zależy wyłącznie od różnicy $(t_2 - t_1)$ chwil t_2 oraz t_1 przy tym

$$\lim_{(t_2 - t_1) \to 0} \frac{f_X (t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = \lim_{(t_2 - t_1) \to 0} \left[\lambda_X - \lambda_X \frac{(t_2 - t_1)}{2_o^{'}} + \lambda_X^3 \frac{(t_2 - t_1)^2}{3_o^{'}} + \cdots \right] = \lambda_X$$

jest wielkością stałą.

Ostatecznie więc $F_X(t)$ - prawdopodobieństwo zdarzenia, że w czasie od t_D do t pojawi się wyrób konkurencyjny dla którego $\Delta z' > X$ będzie określone wzorem

$$F_X(t) = 1 - e^{-\frac{t - t_o}{T_X}}$$

gdzie T_X jest oczekiwaną wartością odstępu czasu, po jakim zwykle pojawia się nowy (konkurencyjny) wyrób dla którego $\Delta z' > X$. Oczywiście T_X jest rosnącą funkcją X co oznacza, że nowe wyroby o dużej wartości $\Delta z'$ pojawiają się znacznie rzadziej aniżeli nowe wyroby o małych wartościach $\Delta z'$ - o nieznacznie różniących się parametrach technicznych (względem wyrobów dotychczas produkowanych).

Można przyjąć, że dla znacznego przedziału zmian wartości X, wartość T_X będzie określona wyrażeniem

$$T_X = h \cdot x^{\nu}$$

gdzie h oraz ν są pewnymi stałymi, których wartości należy oszacować.

Oszacowanie tych wartości można przeprowadzić następująco. Należy wyróżnić w historii rozwoju wyrobu, przynajmniej trzy przypadki wprowadzenia wyrobów przy określonych wartościach $\Delta z_1, \Delta z_2, \Delta z_3$ (względem korzyści przynoszonych przez eksploatacje dotychczasowych urządzeń) w chwilach $t_1, t_2, t_3 < t_D$.

Następnie z układu równań

$$t_2 - t_1 = h(\Delta z_2)^{\nu}$$

$$t_3 - t_2 = h(\Delta z_3)^{\nu}$$

wyznaczamy szukane wartości h i ν. W naszym przypadku będą one równe

$$\nu = \frac{\log \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1}}{\log \frac{\Delta z_3}{\Delta z_2}}$$

oraz

$$h \cong (t_2 - t_1)$$

Oczywiście podana metoda jest dość prymitywna ze względu na dokładność i ma znaczenie jedynie ilustracyjne. Celem zapewnienia niezbędnej dokładności należałoby wyróżnić większą liczbę chwil, w których pojawiały się wyroby o nowych, parametrach technicznych, powodujących określony przyrost korzyści i na tej podstawie oszacować wartości h i ν metodą najmniejszych kwadratów.

Jeszcze dokładniejsze wyniki otrzymamy gdy wielkości h i ν oszacujemy przy pomocy estymatorów o możliwie najmniejszym błędzie (zwanym, w statystyce matematycznej, estymatorami efektywnymi).

Dalej załóżmy, że wartości h oraz ν są znane a prawdopodobieństwo zdarzenia, że w czasie od t_D do t pojawi się wyrób konkurencyjny dla każdego $\Delta z' > X$ jest równe

$$F_X(t) = 1 - e^{-\frac{t - t_D}{hx^{\nu}}}$$

Dysponując funkcją $F_X(t)$ możemy łatwo wyznaczyć prawdopodobieństwo zdarzenia, że konkurencja „przechwyci" popyt wprowadzając na rynek swój wyrób.

Mianowicie, prawdopodobieństwo takiego zdarzenia jest równe wartości $F_X(t)$ dla $X = \Delta z$, ponieważ tylko wprowadzenie na rynek wyrobu konkurencyjnego dla którego $\Delta z' > X$ (czyli $\Delta z' > \Delta z$) zmniejsza popyt na produkowane przez nas wyroby do zera.

Prawdopodobieństwo, że popyt nie spadnie do zera będzie więc równe

$$1 - F_{\Delta z}(t)$$

W rezultacie, obliczoną w poprzednich punktach wartość $\Pi(t)$ popytu pod warunkiem, że nie pojawi się wyrób konkurencyjny, należy pomnożyć przez prawdopodobieństwo tego warunku a więc przez wielkość (rys. 15):

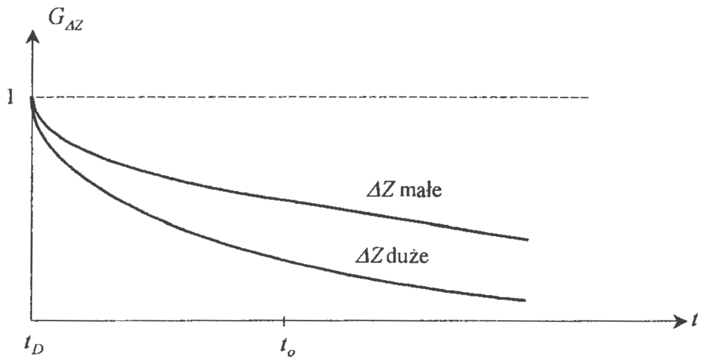
$$G_{\Delta Z}(t) = 1 - F_{\Delta Z}(t)$$

którą nazwiemy pewnością popytu (niezawodnością popytu).

Oczywiście więc, oczekiwana wartość popytu $P(t)$ będzie określana wzorem

$$P(t) = \Pi(t) \cdot G_{\Delta Z}(t) = \Pi(t) \cdot e^{-\frac{t-t_D}{h(\Delta Z)}}$$

uwzględniając możliwości pojawienia się (wskutek nieustającego postępu technicznego) wyrobów konkurencyjnych.



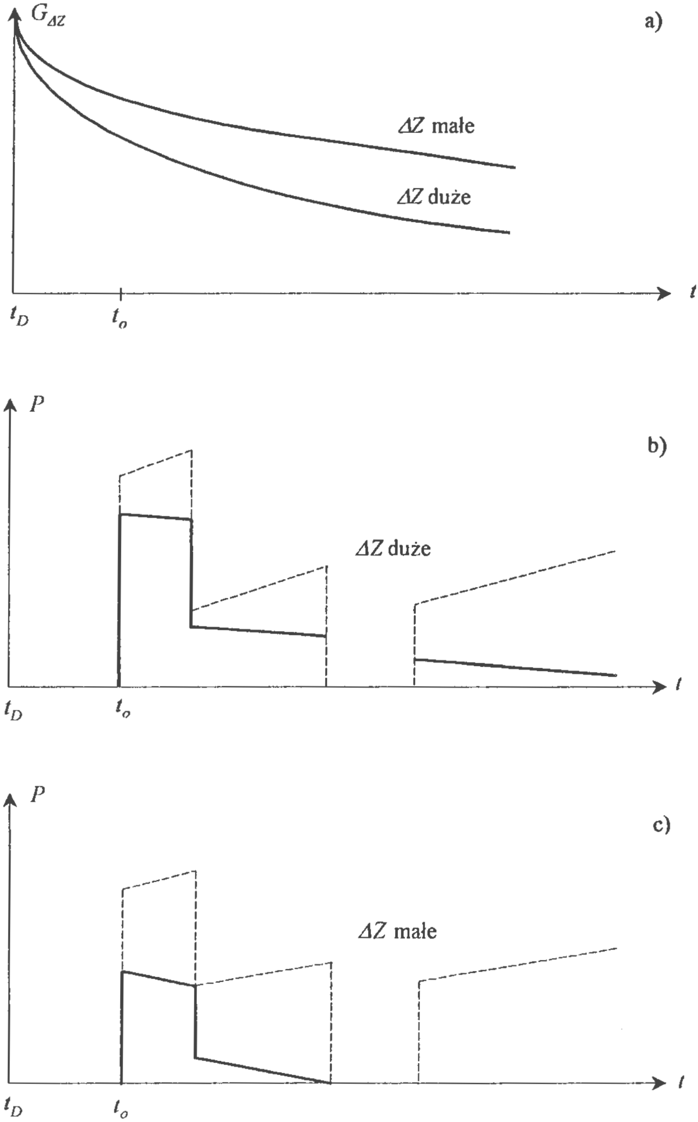
Rys. 15. Przebieg funkcji $G_{\Delta Z}(t)$ wyrażającej prawdopodobieństwo zdarzenia, że do chwili t nie pojawi się wyrób konkurencyjny dla którego $\Delta z'$ będzie większa od Δz

Wpływ postępu technicznego w rezultacie którego pojawiają się wyroby o wzrastającej efektywności ich zastosowania – o zmieniających się skokowo wartościach ΔZ - powoduje niepewność zbytu naszego wyrobu, rosnącą wraz ze wzrostem czasu t_o - uruchomienia produkcji nowego wyrobu względem chwili $t_D < t_o$ podejmowania decyzji o uruchomieniu produkcji. Im większa jest różnica $t_o - t_D$, określająca czas potrzebny na uruchomienie produkcji tym mniejszą mamy pewność, że popyt na rozważany wyrób utrzyma się do chwili rozpoczęcia produkcji.

Przeciwnie, pewność ta rośnie wraz ze wzrostem wartości ΔZ, to znaczy wraz ze wzrostem różnicy w opłacalności eksploatacji wyrobu którego produkcję zamierzamy uruchomić w stosunku do opłacalności eksploatacji wyrobów dotychczas eksploatowanych.

Powyższe wnioski są także zgodne z intuicyjnym odczuciem pewności popytu.

Na rys. 16 pokazano wpływ postępu technicznego na przewidywany – oczekiwany kształt funkcji popytu $P(t)$.



Rys. 16. Modyfikacja popytu wywołana uwzględnieniem możliwości pojawienia się na rynku wyrobu konkurencyjnego dla $\Delta Z' > \Delta Z$

a) przebieg funkcji $G_{\Delta Z}(t)$-prawdopodobieństwa nie pojawienia się wyrobu konkurencyjnego

b) przebieg popytu $P(t)$ dla dużej wartości ΔZ

c) przebieg popytu $P(t)$ dla małej wartości ΔZ

Liniami przerywanymi oznaczono prognozę popytu $\Pi(t')$ bez uwzględnienia konkurencji

Rozdział IV

KORZYŚĆ PRODUCENTA WYROBU MIERNIKIEM SUKCESU FIRMY I FUNDAMENTEM JEJ ROZWOJU

W rozdziale tym zajmiemy się określeniem korzyści, jakie możemy osiągnąć w przypadku gdy podejmiemy produkcję wyrobów dla których określiliśmy prognozę zbytu na ustalonych rynkach.

W punkcie pierwszym ustalona jest wielkość ogólnej sprzedaży uwzględniająca: sumę popytów na różnych rynkach, ewentualny podział rynków między wielu producentów tego samego wyrobu oraz wpływ czynników poza handlowych (politycznych). W punkcie tym, przyjmując, że cena sprzedaży jest ustalona, wyznacza się prognozę korzyści producenta, jako iloczynu sumarycznej wielkości sprzedaży oraz ceny zbytu (uwzględniając przeliczniki walutowe, koszty transportu i koszty ceł ochronnych).

W punkcie drugim, rozważony jest sposób maksymalizacji korzyści poprzez wybór optymalnej, fabrycznej ceny zbytu C_o, która oczywiście nie może być mniejsza od jednostkowych kosztów G_o produkcji wyrobu.

W tym samym punkcie rozważana jest sytuacja ustalania optymalnych, fabrycznych cen zbytu – oddzielnie dla każdego z rynków. Należy podkreślić, że jest to sprzeczne z dobrymi obyczajami handlowymi lecz może mieć sens w tym przypadku, gdy dla określonego kierunku ekspansji handlowej celowo obniżamy cenę fabryczną aby zrekompensować wpływ ceł ochronnych, godząc się na mniejsze kwoty, uzyskane ze sprzedaży lecz w zamian uzyskując zwiększenie długości serii produkcyjnych, co dodatnio wpływa na obniżkę kosztów produkcji. Może to mieć także sens w tych przypadkach gdy celowo podwyższamy cenę fabryczną ograniczając popyt na określonym rynku w zamian za możliwość zwiększenia sprzedaży na innym rynku.

W punkcie końcowym, do wyznaczonej uprzednio maksymalnej korzyści, która wyliczona została przy założeniu niezmienności cen, wprowadza się poprawkę uwzględniającą ruch cen. Przy czym zmianę cen określa się na podstawie dotychczasowego trendu zmiany struktury cen.

W następnym rozdziale podane są niektóre, ważniejsze uwagi do metodyki określania kosztów produkcji, które były uwzględniane przy ustalaniu jednostkowego kosztu własnego wyrobu G_o bez uwzględnienia zmiany kosztu w zależności od długości serii produkcyjnej.

1. Prognoza wielkości sprzedaży

W poprzednich punktach podaliśmy metodę wyznaczania prognozy popytu $P(t)$ dla nieokreślonego bliżej rynku. Celem wyznaczenia prognozy wielkości sprzedaży musimy bliżej określić nasz rynek, na którym sprzedaż mamy zamiar prowadzić.

Oczywiście najczęściej zdarza się, że planujemy sprzedaż wyrobu jednocześnie na wielu rynkach. Wtedy całkowita sprzedaż będzie sumą sprzedaży na poszczególnych rynkach. Musimy więc umieć oszacować popyt dla każdego rynku oddzielnie.

Zdefiniujemy obecnie rynek z punktu widzenia prognozy sprzedaży wyrobu, którego produkcję planujemy uruchomić.

Rynkiem będziemy nazywali określoną grupę potencjalnych nabywców wyrobu, którego produkcję zamierzamy uruchomić. Przy tym każdy potencjalny odbiorca może być zaliczony do jednego i tylko jednego rynku.

Zauważmy, że dla określenia popytu na nowe wyroby na danym rynku nr $m = 1, 2, \ldots, M$ niezbędna jest znajomość następujących wartości:

$\Delta\alpha_m(t)$ - zmiany opłacalności na m-tym rynku eksploatacji wyrobu nowego względem dotychczasowego (bez uwzględnienia kosztów amortyzacji) dla t należącego do przedziału $(t_o, t_o + T_o)$,

C_m - ceny nowego wyrobu na m-tym rynku oraz ceny C_m' dotychczas eksploatowanych wyrobów,

T_m - okresu (normatywnego) eksploatacji nowego wyrobu na m-tym rynku oraz T_m' normatywnego okresu eksploatacji dotychczasowych wyrobów. Wartość T_m może być przyjęta jako równa wartość T_{Em} ekonomicznego okresu eksploatacji,

r_m - współczynnika oprocentowania bankowych pożyczek na zakup wyrobów interesującego nas rodzaju (na m-tym rynku),

a_m - współczynnika określającego konserwatyzm klientów oraz podatność na reklamę nowości w dziedzinie interesujących nas wyrobów (na m-tym rynku),

$N_m^{\max}$ - maksymalnej chłonności m-tego rynku,

γ_m - aktualnej wielkości sprzedaży wyrobów analogicznego typu na m-tym rynku,

ω_m - trendu wzrostu (zmniejszania się) sprzedaży wyrobów analogicznego typu na m-tym rynku,

h_m, v_m - współczynników określających częstość pojawiania się nowych wyrobów na m-tym rynku,

Na podstawie znajomości tych wielkości, możemy wyznaczyć wartości następujących wielkości:

$$\Delta Z_m = \frac{1}{T_m}\int_{t_o}^{t_o+T_m}\left[\left(\alpha_m(t) - \frac{C_m}{T_m}\right) - \left(\alpha_m'(t) - \frac{C_m'}{T_m'}\right)\right]dt = \frac{1}{T_m}\int_{t_o}^{t_o+T_m}\Delta\alpha_m(t)dt + \left(\frac{C_m'}{T_m'} - \frac{C_m}{T_m}\right)$$

$$N_m(t) = \frac{\gamma_m T_m + \omega_m(t - t_o) + N_m^{\max}\Delta Z_m\varepsilon}{1 + \Delta Z_m\varepsilon}$$

$$F_{\Delta Z_m}(t) = 1 - e^{-\frac{t-t_o}{h_m \Delta Z^{v_m}}}$$

W przypadku gdy nieznana jest wartość T_m możemy przyjąć, jako równą wartości $T_E m$. Przypomnijmy, że wartość $T_E m$ możemy wyznaczyć z równania

$$\frac{\alpha_o(T_E m)}{C_m} - \left(\frac{1}{T_E m} - \rho_m\right)\frac{1-(1+r_m)^{-T_E m}}{\ln(1+r_m)} = 0$$

gdzie

$$\alpha_o(T_E m) = \int_{t_o}^{t_o+T_E m} \alpha_m(t)(1+r_m)^{-(t-t_o)}dt$$

W tym więc przypadku potrzebna jest znajomość przewidywanego przebiegu $\alpha_m(t)$ dla nowego wyrobu w czasie $t \geq t_o$ oraz dodatkowo - oprocentowanie ρ_m na danym rynku.

Zakładając, że wartość T_m jest znana, prognoza popytu na danym rynku jest określona, jeżeli znane są wartości

$$\Delta\alpha_m(t),\ C_m,\ C'_m,\ T_m,\ T'_m,\ r_m,\ a_m,\ N_m^{\max},\ \gamma_m,\ \omega_m,\ h_m,\ v_m$$

Stąd wynika, że dwa rozłączone zbiory odbiorców należy uważać za dwa niezależne rynki, jeżeli odbiorcy do nich należący, różnią się wartością chociażby jednego z wyżej wymienionych parametrów. Przy tym, wartości porównywanych parametrów są średnimi statystycznymi, określonymi dla poszczególnych zbiorów odbiorców.

Z definicji tej wynika możliwość elastycznego podejścia do problemu podziału na rynki. Mianowicie, jeżeli do podanego wyżej określenia w miejsce słów „różnią się wartością chociażby jednego parametru" wstawimy słowa „różnią się wartością chociażby jednego parametru o więcej aniżeli wynosi ustalona tolerancja", to wszystkich potencjalnych odbiorców możemy podzielić na dowolną liczbę rynków, zależną od wielkości przyjętej tolerancji.

W szczególnym przypadku może to być podział na następujące rynki: Unijny, wschodni, arabski, północno-amerykański itp.

Oczywiście, w zależności od szczegółowości rozbicia zbioru potencjalnych odbiorców na rynki, otrzymamy różną dokładność całkowitej prognozy zbytu i sprzedaży.

W szczególności, zwróćmy uwagę, że cena C_m nowego wyrobu na m-tym rynku zależy także od odległości m-tego rynku, gdyż do kosztu sprzedaży należy doliczyć koszt transportu.

Jeżeli numer $m = 0$ przyporządkujemy rynkowi krajowemu a C_o jest fabryczną ceną zbytu, to cenę sprzedaży na m-tym rynku wyznaczymy uwzględniając przelicznik walutowy η_{om}, koszt transportu K_m^T (w dewizach) oraz stawkę celną K_m^C

$$C_m = \eta_{om}C_o + K_m^T + K_m^C$$

Podobnie, wielkość T_m może zależeć od rynku, gdyż z powodów klimatycznych, techniczny okres eksploatacji może znacznie różnić się od ustalonego w naszym kraju.

Wielkości T_m może także zależeć od kultury technicznej, od przyjętej praktyki przemysłowej i przepisów państwowych, dotyczących amortyzacji wyrobów. Podobnie wielkość N_m^{max} zależna od elastyczności popytu jest różna na różnych rynkach.

Dla rynku krajowego nie zawsze jest konieczne określenie wartości h_m, v_m, szczególnie jeżeli nie są to wyroby powszechnego użytku. Mianowicie, stosując określoną politykę importową możemy na rynek krajowy nie dopuszczać wyrobów konkurencyjnych (wtedy do wzoru na T_m należy podstawić $v_m = h_m = \infty$ lub przyjąć $T_m = \infty$).

Uwzględniając powyższe uwagi, możemy dla każdego wyróżnionego rynku określić popyt

$$P_m(t)$$

Celem wyznaczenia wielkości sprzedaży na m - tym rynku musimy uwzględnić dodatkowo, następujące okoliczności.

Po pierwsze, musimy ocenić prawdopodobieństwo zdarzenia, że „wejdziemy" na rynek uwzględniając politykę antyimportową danego państwa, prowadzoną na rynku oraz ogólną „atmosferę polityczną".

Po drugie, musimy uwzględnić fakt ewentualnej współpracy (jeżeli taka ma miejsce) z innymi organizacjami w dziedzinie sprzedaży planowanego do produkcji wyrobu. Drugą okoliczność możemy uwzględnić bez trudu gdy współpraca przemysłów na wspólnych rynkach jest zagwarantowana odpowiednimi umowami. W tym celu oznaczmy symbolem δ_m (którego wartość zmienia się od zera do jedności) tę część popytu na m - tym rynku, która zgodnie z umowami o współdziałaniu na obcych rynkach, zaspokajamy własną produkcją.

Uwzględnienie wpływu polityczno-gospodarczych stosunków jest o wiele trudniejsze, tym niemniej musi być dokonane. Załóżmy, że wpływ ten jest oceniony liczbą q_m wyrażającą wartość prawdopodobieństwa, że polityczna sytuacja na m - tym rynku będzie korzystna dla nas. Przy tym, wartość q_m ma uwzględnić możliwość dotarcia na m - ty rynek tylko ze względu na trudności polityczno-gospodarcze, które mogą objawić się niechęcią do zawierania z nami kontraktów handlowych. Należy zwrócić uwagę, że trudności spowodowane konkurencją innych firm oraz wysokością barier celnych nie należy brać pod uwagę przy ustalaniu wartości q_m, gdyż okoliczności te uwzględnia określone poprzednio prawdopodobieństwo $G_{\Delta Z}$ pewności popytu oraz współczynnik δ_m podziału rynków, natomiast wpływ stawek celnych jest uwzględniany przy określeniu ceny C_m nowego wyrobu na m - tym rynku.

W rezultacie uwzględnienia wszystkich powyższych wielkości, prognoza sprzedaży $S_m(t)$ na rynku nr m wyrazi się wzorem

$$S_m(t) = q_m \, \delta_m \, P_m(t)$$

a prognoza całkowitej sprzedaży wzorem

$$S(t) = \sum_{m=1}^{M} S_m(t) = \sum_{m=1}^{M} q_m \, \delta_m \, P_m(t)$$

Ostatecznie prognozowany dochód z planowanej sprzedaży nowego wyrobu na m - tym rynku będzie równy

$$C_o \cdot \eta_{om} \cdot S_m(t)$$

a całkowity dochód przeliczony na złotówki będzie równy

$$C_o \cdot S_m(t)$$

gdzie C_o jest przyjętą ceną krajową, identyczną dla wszystkich rynków. Ponieważ, jak to było w punktach poprzednich, popyt $P_m(t)$ a w szczególności liczba wyrobów $N_m^{\max}$, którą może wchłonąć dany rynek, jest zależna od wartości

$$\Delta C_m = C'_m - \left(C_o \eta_{om} + K_m^T + K_m^C\right)$$

gdzie C'_m jest ceną dotychczasowych wyrobów a C_o jest ceną krajową wyrobu (którego podjęcie produkcji rozważamy) więc interesującą sprawą jest wyznaczenie takiej ceny C_o nowego wyrobu dla której iloczyn

$$D(t, C_o) = C_o \cdot \sum_{m=1}^{M} \delta_m \, q_m \, P_m(t, C_o)$$

osiąga wartość maksymalną.

Inną sytuację będziemy mieli gdy drogą negocjacji ustalamy na każdym rynku cenę wyrobu, niezależnie od innych cen (także niezależnie od ceny krajowej).

Jeżeli symbolami $C_{om} = C_m / \eta_{om}$ oznaczymy przeliczoną na złotówki cenę sprzedaży wyrobu na m - tym rynku, to sumaryczny dochód będzie równy

$$\sum_{m=1}^{M} C_{om} \, \delta_m \, q_m \, P_m(t, C_{om})$$

W tym przypadku należy dążyć aby wynegocjowana cena C_{om} maksymalizowała dochód

$$C_{om} \, \delta_m \, q_m \, P_m(t, C_{om})$$

oddzielnie dla każdego rynku. Przy tym cena sprzedaży na rynku będzie równa

$$C_m = C_{om} \cdot \eta_{om} + K_m^T + K_m^C$$

2. *Przychód ze sprzedaży*

W poprzednim punkcie określiliśmy całkowity przychód $D(t)$, jaki uzyskujemy w chwili t ze sprzedaży wyrobu na wszystkich rynkach. Wielkość ta wyrażona w jednostkach pieniężnych na jednostkę czasu, jest określona wzorem

$$D(t, C_o) = C_o \sum_{m=1}^{M} \delta_m \, q_m \, P_m(t, C_o)$$

Ponieważ oczekiwana wielkość popytu wyraża się wzorem

$$P_m(t, C_o) = \Pi_m(t) e^{-\frac{t-t_o}{h_m \Delta Z_m^{v_m}}}$$

więc po podstawieniu, wzór na dochód $D(t, C_o)$ będzie miał postać

$$D(t, C_o) = C_o \sum_{m=1}^{M} \delta_m \, q_m \, \Pi_m(t) e^{-\frac{t-t_o}{h_m \Delta Z_m^{v_m}}}$$

Zwróćmy następnie uwagę na fakt, że wielkość $\Pi_m(t)$ zależy także od ΔZ_m. Mianowicie, wielkość $\Pi_m(t)$ określona jest następującym wyrażeniem

$$\Pi_m(t) = N_m(t)\left[\varphi_{1m}(t) + \varphi_{2m}(t) + \varphi_{3m}(t)\right]$$

gdzie

$$\varphi_{1m}(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T_m} & \text{dla } t_o \le t < t + T_m' - \overset{*}{\tau}(\Delta Z_m') \\ 0 & \text{dla pozostałych wartości } t \end{cases}$$

$$\varphi_{2m}(t) = \begin{cases} \dfrac{T_m' - \overset{*}{\tau}(\Delta Z_m)}{T_m'} \cdot \dfrac{\Delta Z_m}{a_m} & \text{dla } t_o \le t_o + \dfrac{a_m}{\Delta Z_m} \end{cases}$$

$$\varphi_{3m}(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{T_m} & \text{dla } t_o + T_m \le t \\ 0 & \text{dla pozostałych wartości } t \end{cases}$$

$$N_m(t) = \frac{\gamma_m T_m' + \omega_m (t - t_o) + N_m^{\max} \cdot \Delta Z_m \varepsilon}{1 + \Delta Z_m \varepsilon}$$

Przebiegi poszczególnych składowych popytu są pokazane na rys. 10 i 11.

W efekcie, wartość sumy zależy silnie od wartości ΔZ_m. Oczywiście popyt $P_m(t)$ oraz $\Pi_m(t)$ rośnie wraz z wartością ΔZ_m, tak jak to pokazano na rysunku 16.

Powyższe wyrażenia, określające popyt, są oczywiście ważne tylko wtedy gdy wartość ΔZ_m jest większa od zera. W przypadku gdy ΔZ_m jest równe zeru należy oczekiwać, że nie będzie popytu na nowy model, który nie przynosi wzrostu korzyści, ponieważ w takim przypadku bezpieczniej (i taniej) jest eksploatować wyrób dotychczasowy – znany i sprawdzony.

W przypadku gdy wartość ΔZ_m (na danym rynku) jest równa zeru przyjmiemy, że popyt $P_m(t)$ jest także równy zeru.

Zwróćmy następnie uwagę na fakt, że wielkość ΔZ_m, zależy od ceny sprzedaży C_m nowego wyrobu, przy czym

$$C_m = \eta_{om} C_o + K_m^T + K_m^C$$

gdzie C_o jest fabryczną ceną zbytu.

Zależność ta jest określona wzorem

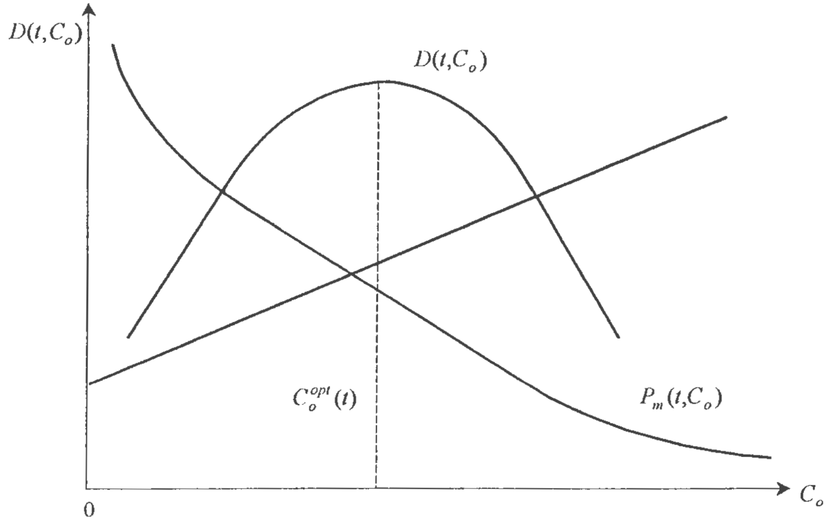
$$\Delta Z_m = \frac{1}{T_m} \int_{t_o}^{t_o+T_m} \Delta \alpha_m(t) dt + \frac{C_m^{'}}{T_m} - \frac{\eta_{om} C_o + K_m^T + K_m^C}{T_m}$$

Przeanalizujmy obecnie przebieg zmian wartości $D(t, C_o)$, która określona jest iloczynem dwóch czynników: C_o oraz

$$S(t, C_o) = \sum_{m=1}^{M} \delta_m q_m P_m(t, C_o)$$

Wartość pierwszego czynnika C_o rośnie proporcjonalnie wraz ze wzrostem C_o, natomiast wartość drugiego czynnika maleje, ponieważ wraz ze wzrostem C_o maleje ΔZ_m, co wywołuje zmniejszenie popytu $P_m(t)$.

W rezultacie, mamy sytuację w której wartość $D(t, C_o)$ zależy od dwóch czynników, z których jeden rośnie a drugi maleje wraz ze wzrostem wartości C_o. W efekcie powoduje to, że przebieg wartości $D(t, C_o)$ ma kształt pokazany na rys. 17.



Rys. 17. Przykładowy przebieg wartości $D(t,C_o)$

Na rysunku tym widzimy, że istnieje taka wartość $C_o^{opt}(t)$ ceny zbytu C_o, przy której dochód ze sprzedaży osiąga wartość maksymalną. Tłumaczy się to tym, że przy cenie C_o bliskiej kosztom produkcji G_o, dochód będzie mały, pomimo dużej sprzedaży $S(t,C_o)$. Podobnie przy wysokiej cenie, pomimo dużego dochodu uzyskanego ze sprzedaży każdej sztuki wyrobu, całkowity dochód będzie malał, ponieważ sprzedaż $S(t,C_o)$ będzie niewielka.

Zwróćmy uwagę, że jeżeli cena zbytu C_o osiągnie wartość kosztów produkcji G_o, to uzyskany zysk będzie równy zeru.

Z drugiej strony, jeżeli cena zbytu osiągnie wartość $C_o^{\max}$, to także uzyskamy „zerowy" dochód. Wielkość graniczna $C_o^{\max}$ możemy określić z równości

$$\max_m \left\{ \frac{1}{T_m'} \int_{t_o}^{t_o+T_m} \Delta\alpha_m(t)dt + \frac{C_m'}{T_m'} - \frac{\eta_{om} C_o^{\max} + K_m^T + K_m^C}{T_m} \right\} = 0$$

W rezultacie, interesująca nas optymalna wartość C_o^{opt} ceny zbytu, jest zawarta w granicach

$$G_o < C_o^{opt} < C_o^{\max}$$

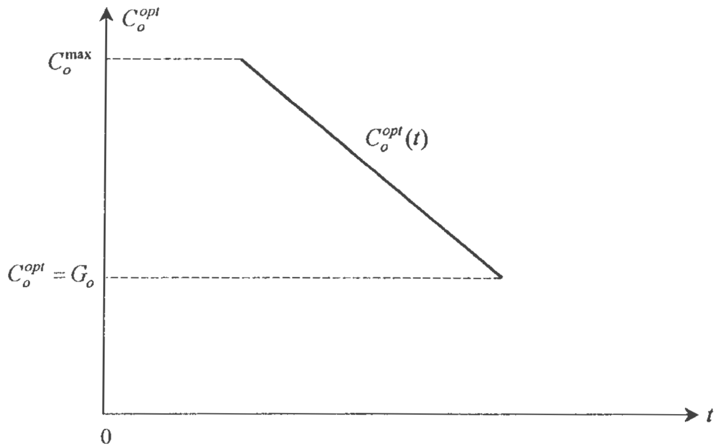
Ze względu na złożoną, nieróżniczkowalną postać wzoru na wartość $D(t,C_o)$, najprostszym sposobem wyznaczenia wartości C_o^{opt} i maksymalnej wartości $D^{\max}(t)$ (dochodu uzyskiwanego przez sprzedaż wyrobu po cenie optymalnej C_o^{opt}) jest obliczanie ciągu wartości $D(t,C_o)$ dla rożnych wartości C_o a następnie ustalenie największej wśród tak obliczonych liczb i zidentyfikowanie odpowiadającej jej wartości $C_o = C_o^{opt}(t)$.

Istnieje szereg metod doboru ciągu wartości $D(t,C_o)$, zapewniających wyznaczenie $D^{\max}(t)$ i $C_o^{opt}(t)$ z żądaną dokładnością. Nie wnikając w szczegóły tych metod załóżmy, że w ten sposób dla każdej chwili $t \geq t_o$ możemy wyznaczyć odpowiadające jej wartości $D^{\max}(t)$ oraz $C_o^{opt} = C_o^{opt}(t)$. W ten sposób otrzymamy najlepszy program $C_o^{opt}(t)$, zmian ceny zbytu wyrobu, którego produkcję zamierzamy rozpocząć w chwili t_o - gwarantujący maksymalizację zysków.

Nie trudno spostrzec, że funkcja $C_o^{opt}(t)$ będzie malejącą funkcją czasu , tak jak jest to pokazane na rys. 18.

W przypadku gdyby zależało nam na utrzymaniu stałej w czasie ceny zbytu $C_o^{opt}(t) = \text{const}$, co oczywiście ogranicza wartość skumulowanego zysku ze sprzedaży (w porównaniu z wartością uzyskiwaną przy obniżaniu ceny wyrobu w czasie zgodnym z programem $C_o^{opt}(t)$) należałoby cenę C_o^{opt}, stałą dla każdej chwili $t \geq t_o$, wyznaczyć z warunku maksymalizacji skumulowanego dochodu

$$D_o(C_o) = \int_{t_o}^{\infty} D(t,C_o)(1+r)^{-t} dt$$



Rys. 18. Przykładowy przebieg wartości C_o^{opt} w funkcji czasu t

Problemem wyznaczania stałej, niezmiennej ceny C_o^{opt} możemy sformułować następującą. Należy wyznaczyć taką wartość $C_o = C_o^{opt}$, która spełnia warunek

$$\max_{G_o < C_o < C_o^{\max}} D_o(C_o) = D_o(C_o^{opt})$$

Dla porównania, program optymalnej zmiany cen w czasie C_o^{opt} wyznaczaliśmy rozwiązując następujący problem. Należy wyznaczyć takie wartości C_o^{opt} dla kolejnych chwil $t \geq t_o$, które spełniają warunek

$$\max_{G_o < C_o < C_o^{\max}} D_o(t, C_o) = D_o(t, C_o^{opt}(t))$$

gdzie

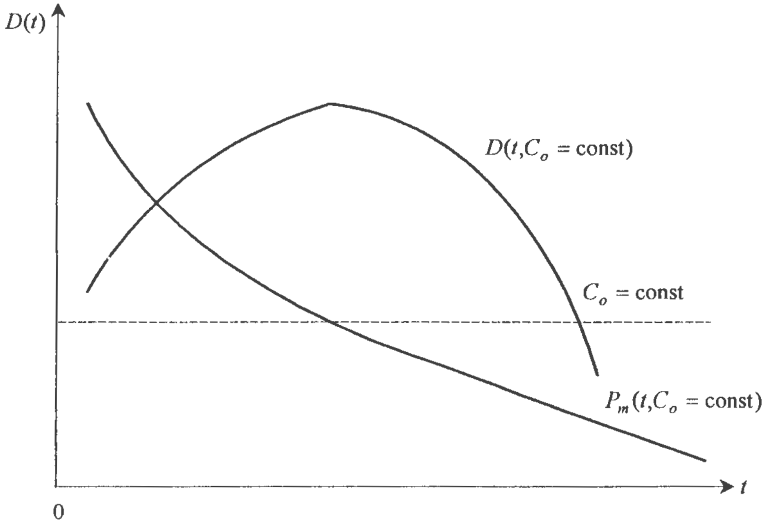
$$D(t, C_o^{opt}(t)) = D^{\max}(t)$$

Porównując sformułowane wyżej problemy możemy stwierdzić, że są one podobne a nawet identyczne, jeżeli pominąć różnice postaci maksymalizowanej funkcji, w związku z czym, także metoda ich rozwiązania jest identyczna.

Na rys. 19 pokazany jest przebieg zmian wartości $D(t)$ w przypadku stosowania stałej ceny zbytu.

Na ogół obniżka ceny zbytu jest w gestii producenta więc utrzymanie stałej ceny wyrobu nie jest uzasadnione.

Zwróćmy uwagę, że tak wyznaczona optymalna, zmienna cena zbytu maksymalizuje zysk ze sprzedaży, jeżeli koszt własny G_o nie zależy od wielkości serii produkcyjnej.



Rys. 19. Przykładowy przebieg zmian wartości $D(t)$, w przypadku stosowania stałych cen zbytu $C_o = \text{const}$.

Oczywiście tak nie jest, ponieważ koszt własny zależy od wielkości serii produkcyjnej, która jest funkcją wielkości serii produkcyjnej, która z kolei jest funkcją wielkości sprzedaży $S(t, C_o)$.

Ale ponieważ wielkość sprzedaży

$$S(t, C_o) = \sum_{m=1}^{M} \delta_m \, q_m \, P_m(t, C_o)$$

zależy od popytu $P_m(t, C_o)$, który jest funkcją ceny zbytu C_o więc w rezultacie koszt własny G_o także, chociaż w sposób pośredni, zależy od C_o co zapiszemy w postaci

$$G_o = G_o(C_o)$$

W rzeczywistości, należałoby więc ze względu na wartość C_o - maksymalizować wielkość

$$Z(t, C_o) = [C_o - G_o(C_o)] \cdot S(t, C_o)$$

to jest chwilowy zysk w miejsce wielkości

$$D(t, C_o) = C_o \cdot S(t, C_o)$$

którą dotychczas optymalizowaliśmy. Względnie maksymalizować zysk skumulowany

$$Z_o = \int_o^{\infty} [C_o(t) - G_o(C_o(t))]\, S(t, C_o(t))\, (1+r)^{-t}\, dt$$

To ostatnie zadanie maksymalizacji zysku skumulowanego, poprzez dobór optymalnego programu zmian ceny jest złożonym zadaniem matematycznym, należącym do klasy zadań wariacyjnych.

Ponadto, często mamy trudności z ustaleniem zależności kosztu własnego produkcji G_o od ceny zbytu C_o. Wynika to z faktu, że jest to zależność pośrednia, dla ustalenia której potrzebna jest znajomość związku między długością serii produkcyjnej i obniżką kosztów produkcji a prognozą sprzedaży $S(t, C_o)$. Związek ten często nie jest jednoznaczny gdyż ustalenie najkorzystniejszej długości serii, w zależności od sprzedaży, jest dostatecznie wyjaśnione tylko dla przypadku gdy sprzedaż jest wielkością stałą w czasie.

W wielu przypadkach możemy ograniczyć się do maksymalizacji $D(t, C_o)$ dochodu uzyskanego ze sprzedaży, wyznaczając w podany sposób optymalną wartość ceny zbytu C_o^{opt}. Dotyczy to szczególnie tych przypadków gdy długości serii produkowanych są dostatecznie duże tak, że dalszy wzrost długości serii powoduje już nieznaczne obniżenie kosztów produkcji - co uzasadnia przyjęcie ich niezmienności.

3. Wpływ zmiany cen

Ponieważ często wzrost płac przewyższa wydajności pracy, pozornie stwarzając zachętę do dalszego wzrostu wydajności, obserwujemy więc ogólną tendencję wzrostu cen (niezależnie od typu gospodarki).

W rezultacie musimy liczyć się z tendencją wzrostu cen. Oznaczmy symbolem $p > 0$ stopę wzrostu ceny C wyróżnionego dobra tak, że

$$C(t + \Delta t) = C(t) \cdot (1+p)^{\Delta t}$$

Jeżeli poszczególne dobra ponumerujemy zmienną $i = 1, 2, \ldots, I$, to oznaczając symbolem p_i stopę dobra nr i otrzymamy jego cenę w przyszłości określoną wzorem:

$$C_i(t + \Delta t) = C_i(t) \cdot (1 + p_i)^{\Delta t}$$

W przypadku gdy wartość p_i są stałe – niezależnie od rodzaju dobra i tak, że

$$p_i = p = \text{const}$$

mówimy o proporcjonalnym wzroście cen i niezmiennej ich strukturze. Zjawisko takie charakteryzuje gospodarkę zrównoważoną – bez napięć.

Załóżmy dalej, że w stosunku do przyszłości sądzimy iż rozwój gospodarczy będzie bardziej proporcjonalny aniżeli ma to miejsce do tej pory. Inaczej mówiąc, załóżmy że zarówno gospodarkę światową jak i krajową możemy traktować jako gospodarki zrównoważone.

W rezultacie, we wszystkich wyrażeniach matematycznych, w których mieliśmy do czynienia z cenami i kosztami, musimy pomnożyć wartość tych wielkości przez wielkość

$$(1+p)^t$$

uwzględniającą stały i proporcjonalny wzrost cen. Przykładowo, przy wyznaczaniu wartości ΔZ_m otrzymamy

$$\Delta Z_m(t)=(1+p_m)^t\left\{\frac{1}{T_m}\int_{t_o}^{t_o+T_m}\Delta\alpha_m(\tau)d\tau+\frac{C_m^{'}}{T_m^{'}}-\frac{\eta_{om}C_o+K_m^T+K_m^C}{T_m}\right\}$$

Podobnie otrzymamy

$$D(t,C_o)=(1+p)^t C_o\sum_{m=1}^{M}\delta_m q_m \Pi(t)e^{-\frac{t-t_o}{h_m\Delta Z_m^{v_m}}}$$

Ponieważ także koszt własny produkcji G_o należy pomnożyć przez $(1+p)^t$, to zysk będzie równy

$$Z(t,C_o)=[C_o-G_o(C_o)]\cdot S(t,C_o)\cdot(1+p)^t$$

W efekcie, przy uwzględnieniu proporcjonalnego wzrostu cen zmieniać się będzie głównie skala wartości procesów bez zmiany kształtu przebiegów.

W przypadku nierównomiernego wzrostu cen, może ulec jakościowej zmianie także kształt przebiegów. Celem uwzględnienia wpływu nieproporcjonalnych zmian cen należy znać prognozę wartości p_i dla różnych dóbr.

W naszym przypadku, najważniejsze będą te zmiany, które wpływają na wartość ΔZ_m. W szczególności zależy nam na ocenie: stopy wzrostu ceny wyrobu, produkcje którego zamierzamy rozpocząć oraz stopy wzrostu ceny dóbr, które zużywamy w procesie wytwarzania naszego wyrobu.

Jeżeli oznaczymy: symbolem p stopę wzrostu cen pozostałych dóbr, symbolem p_o stopę wzrostu cen wyrobów interesującego nas rodzaju, symbolem p_α stopę wzrostu cen dóbr wytwarzanych w procesie eksploatacji wyrobu oraz p_K stopę wzrostu cen dóbr niezbędnych do produkcji wyrobu – wtedy wyrażenie na wartość ΔZ_m będzie miało postać

$$\Delta Z_m(t)=(1+p_{\alpha m})^t\frac{1}{T_m}\int_{t_o}^{t_o+T_m}\Delta\alpha_m(\tau)d\tau-\left[\frac{C_m^{'}}{T_m^{'}}-\frac{\eta_{om}C_o}{T_m}\right]\cdot(1+p_o)^t-\frac{K_m^T}{T_m}(1+p)^t-\frac{K_m^C}{T_m}$$

W wyrażeniu tym przyjęliśmy, że stawki celne K_m^C nie ulegają zmianie. W przypadku gdyby stawki celne były określone w procentach od ceny wyrobu wielkości

$$\frac{K_m^C}{T_m}$$

należałoby pomnożyć przez współczynnik

$$(1+p_o)^t$$

Ponadto, jeżeli oznaczyliśmy symbolem G_o koszt własny produkcji, to zgodnie z przyjętymi oznaczeniami, musiałby być skorygowany do wartości

$$G_o(1+p_K)^t$$

Podobnie, cena optymalna C_o^{opt} będzie obecnie zastąpiona wielkością

$$C_o^{opt}(1+p_o)^t$$

Wielkość ta musiałaby spełniać dodatkowe ograniczenie w postaci

$$G_o(1+p_K)^t < C_o^{opt}(1+p_o)^t$$

Jeżeli podzielimy obie strony przez wyrażenie

$$(1+p_o)^t$$

to otrzymamy

$$G_o\left[\frac{1+p_K}{1+p_o}\right]^t < C_o^{opt}$$

W zależności od stosunku wielkości p_K, p_o dodatkowe ograniczenie może rosnąć w czasie lub maleć.

Jeżeli p_K jest większe od p_o, iloraz

$$\frac{1+p_K}{1+p_o}$$

będzie większy od jedności, w rezultacie czego spada opłacalność produkcji. Z drugiej strony wielkość C_o^{max} stanowiąca górne ograniczenie wartości C_o^{opt} będzie się także zmieniać. Mianowicie, jest ona określona równaniem

$$\max_m\left\{\frac{1}{T_m}(1+p_{\alpha m})^t\int_{t_o}^{t_o+T_m}\Delta\alpha_m(\tau)d\tau+\left[\frac{C_m'}{T_m'}-\frac{\eta_{om}C_o^{max}(t)+K_m^C}{T_m}\right](1+p_o)^t-\frac{K_m^T}{T_m}(1+p)^t\right\}=0$$

Łatwo zauważyć, że stopa wzrostu korzyści nie będzie równa żadnej wartości $p_o, p, p_{\alpha 1},\dots,p_{\alpha m},\dots,p_{\alpha M}$ lecz będzie ich wypadkową.

Oznaczmy symbolem $\overset{*}{p}$ wartość stopy wypadkowej przy czym w tym przypadku $\overset{*}{p}$ może przyjmować zarówno wartości dodatnie jak i ujemne. Wtedy górne ograniczenie wartości C_o^{opt} może być zapisane w postaci:

$$C_o^{opt}(1+p_o)^t < C_o^{max}(1+\overset{*}{p})^t$$

dzieląc obie strony przez

$$(1+p_o)^t$$

otrzymamy

$$C_o^{opt} < C_o^{\max}\left(\frac{(1+\overset{*}{p})}{(1+p_o)}\right)^t$$

W szczególności gdy iloraz

$$\frac{1+\overset{*}{p}}{1+p}$$

jest większy od jedności, mamy przypadek gdy opłacalność eksploatacji naszego wyrobu rośnie wskutek ruchu cen, w związku z czym rośnie popyt na wyroby i przesuwa się w górę, górna granica ceny zbytu.

W przeciwnym przypadku maleje opłacalność eksploatacji, maleje liczba eksploatowanych wyrobów i popyt na nie, w rezultacie czego obniża się górna granica ceny zbytu.

Jeżeli powyższe zjawisko występuje jednocześnie ze wzrostem kosztu produkcji wyrobów, ze względu na nieproporcjonalnie szybki wzrost cen tych dóbr, z których produkujemy wyrób, to zwężają się granice tolerancji na wartość C_o^{opt}.

$$G_o\left(\frac{1+p_K}{1+p_o}\right)^t < C_o^{opt} < C_o^{\max}\left(\frac{1+\overset{*}{p}}{1+p_o}\right)^t$$

gdzie

$$\frac{1+p_K}{1+p_o} > 1 \quad \text{oraz} \quad \frac{1+\overset{*}{p}}{1+p_o} > 1$$

i mogą w perspektywie czasu doprowadzić do całkowitego wyeliminowania wyrobu z eksploatacji. W rezultacie, uwzględnienie ruchu cen staje się niezbędnym elementem prognozy wielkości sprzedaży $S(t)$ oraz dochodu $D(t)$.

Podsumowując, należy zwrócić uwagę na bardzo istotną rolę umiejętności szacowania wielkości $p_o, p, p_K, \ldots, p_{\alpha m}, \ldots$ określających strukturalne zmiany proporcji cenowych. W przypadku proporcjonalnego wzrostu cen, niektóre omówione zjawiska nie występują i wymagania odnośnie dokładności oszacowania wartości p nie są tak ostre.

Niestety, przyjęte założenie o równomiernym rozwoju gospodarczym i proporcjonalnym wzroście cen, staje się coraz mniej adekwatne do rzeczywistości, ponieważ coraz bardziej zbliżamy się do stanu wyczerpywania niektórych zasobów materialnych (czystej wody, ropy naftowej itp.) co wywołuje niewystępujący dotychczas, w takiej skali wzrost napięć gospodarczych i nierównomierny wzrost cen.