

ZASTOSOWANIE METODY TLM DO NUMERYCZNEJ SYMULACJI PRZEPIYU CIEPŁA W NIEJEDNORODNYCH UKŁADACH

Michał Janusz Małachowski¹⁾

Marian Józef Buda²⁾

Donard de Cogan³⁾

Zastosowano numeryczną metodę TLM (Transmission Line Matrix) do symulacji komputerowej przepływu ciepła w trójwymiarowym niejednorodnym ośrodku. Przeanalizowano zależność czasową rozkładu temperatury wzdłuż pręta, którego rdzeń jest wykonany z innego materiału niż pozostała część. Wykazano, że metodę TLM można z powodzeniem stosować do analizy przepływu ciepła w materiałach o znacznym stopniu niejednorodności w których występują skokowe zmiany przewodności.

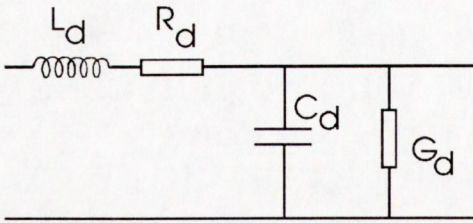
1. WSTĘP

Większość metod numerycznych stosowanych w modelowaniu pól w analizowanych ośrodkach jest związana z dokonaniem dyskretyzacji przestrzennej ośrodka jak i dyskretyzacji czasu. Dyskretyzacja przestrzenna polega na przestrzennym określaniu wartości pól w poszczególnych elementach,

1) Instytut Fizyki Technicznej, WAT
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa

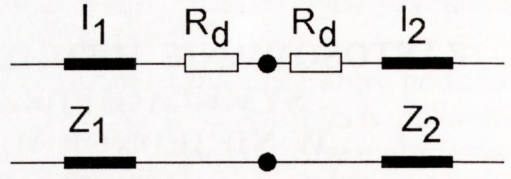
2) Instytut Technologii Materiałów Elektronicznych
ul. Wólczyńska 133, 01-919 Warszawa

3) School Of Information Systems, University Of East Anglia,
Norwich NR4 7TJ, U.K.



Rys. 1

Jednowymiarowa linia transmisyjna w postaci konwencjonalnej.



Rys. 2

Jednowymiarowa linia transmisyjna w metodzie TLM z pojemnościową impedancją Z .

na które ośrodek został podzielony. Ośrodek w którym rozchodzi się fala elektromagnetyczna może być interpretowany jako składający się z elementów sieci elektrycznej zawierających skupione rezystory, indukcyjności, kondensatory i upływności.

Model linii transmisyjnej (na przykład koncentryczny kabel) uzyskujemy łącząc w sposób pokazany na rysunku 1 elementarne elektryczne obwody, gdzie indeksy d przy R , L i C oznaczają odpowiednie wartości przypadające na jednostkę długości linii transmisyjnej. Następnie bada się reakcję tej linii na zmiany czasowe pola, na przykład narastanie impulsu na końcu linii. W tym celu stosuje się standardowe metody prowadzące w przypadku jednorodnej jednowymiarowej linii transmisyjnej do równania różniczkowego o postaci zwanej równaniem telegrafistów [1]

$$\nabla^2 \Phi = A R_d C_d \frac{\partial \Phi}{\partial t} + B L_d C_d \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (1)$$

gdzie Φ oznacza potencjał, t - czas, A i B - stałe.

Z uwagi na możliwość zastosowania metod analizy linii transmisyjnej do problemów przepływu ciepła, będziemy w dalszym ciągu rozpatrywali te linie o małych indukcyjnościach i upływnościach lecz znaczących stratach, co oznacza że R_d jest dostatecznie duże. Wówczas w równaniu telegrafistów można pominąć wyraz z drugą pochodną:

$$\nabla^2 \Phi = A R_d C_d \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2)$$

Element obwodu zastępczego takiej linii, zgodnie z konwencją aprobowaną w literaturze, jest w uproszczony sposób pokazany na rysunku 2, gdzie

Z_1 i Z_2 przedstawiają pojemnościowe impedancje charakterystyczne odcinków bezstratnych o długościach l_1 i l_2 linii transmisyjnych, które łączą sąsiednie węzły, w których skupione są rezystory R_d (tzw. rezystory skupione). Oznacza to, że takie wartości impedancji uzyskamy, gdy miernik impedancji zostanie podłączony między odcinkami pokazanymi w postaci grubych linii (rys. 2).

Równanie (2) w swej formie przypomina równanie opisujące przepływ ciepła w ciele stałym. Zapiszemy je w postaci uogólnionej uwzględniając fakt, że przewodność ciepła K może być nieliniową funkcją temperatury:

$$\nabla[K(T)\nabla T(x,y,z,t)] + H(x,y,z,t) = dC_p \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} \quad (3)$$

gdzie T jest temperaturą, H - gęstością generowanego ciepła, d - gęstością ośrodka, C_p - jego ciepłem właściwym.

W przypadkach gdy analityczne rozwiązania są niewystarczające, równanie (3) można rozwiązać numerycznie stosując np. metodę różnic skończonych. Jednak w zagadnieniach trójwymiarowych do analizy przebiegów czasowych ta metoda jest niewygodna, skomplikowana oraz często występują problemy niestabilności liczenia.

W wielu przypadkach jest wygodniejsze pod wieloma względami stosowanie metody TLM (Transmission Line Matrix). Metoda TLM do numerycznej analizy zagadnień elektromagnetycznych jest szeroko aprobowana [2 - 6].

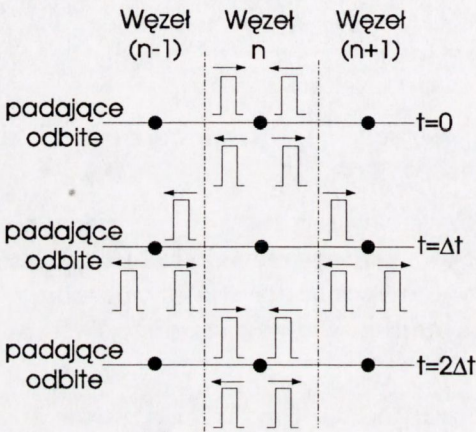
Ze względu na formalne podobieństwo równań (2) i (3) metodę TLM zaczęto stosować do problemów dyfuzyjnej propagacji ciepła w jedno, dwu i trzywymiarowej przestrzeni układu Kartezjańskiego [7], sferycznego [8] i cylindrycznego. Uzyskano dobrą zgodność z metodą różnic skończonych i elementów skończonych.

W metodzie TLM rozważa się rozwiązanie obwodów przez uwzględnienie propagacji impulsów o kształcie funkcji delta wzdłuż linii transmisyjnych, które w przypadku jednowymiarowym są równoległe do siebie i ułożone w kierunku propagacji sygnału. Bierze się pod uwagę rozpraszanie na poszczególnych elementach, na które rozważany ośrodek został podzielony do celów analizy numerycznej [1, 2, 3]. Wszystkie linie transmisyjne charakteryzują się tym samym czasem opóźnienia Δt , tak że wszystkie impulsy osiągają kolejne strefy rozpraszania jednocześnie. Charakterystyczna impedancja linii Z_0 może być obliczona z zależności $Z_0 = (L_d/C_d)^{1/2}$. Ponieważ prędkość wzdłuż linii transmisyjnej $\Delta x/\Delta t = (L_d/C_d)^{1/2}$ to

$$Z_o = \frac{\Delta t}{C_d \Delta x} \quad (4)$$

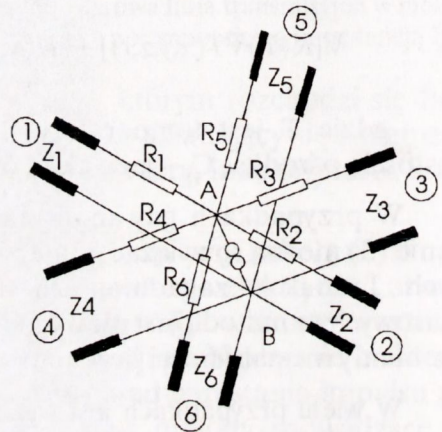
gdzie Δx oznacza rozmiary elementu, Δt - krok czasowy. Współczynnik odbicia na rezystorze $\rho = (1 + 2Z_o/R)^{-1}$, gdzie $R = R_d \Delta x$.

Rys. 2 przedstawia jednowymiarową linię wzdłuż której odbywa się propagacja impulsów. Rys. 3 pokazuje opisany wyżej mechanizm propagacji impulsów w przypadku jednowymiarowym gdy one są jednakowej wysokości w obu kierunkach rozproszenia.



Rys. 3

Propagacja impulsów wzdłuż jednowymiarowej linii transmisyjnej.



Rys. 4

Trójwymiarowy model TLM.

Najmniejszy element dyskretny ciała stałego pod względem parametrów elektrycznych może być przedstawiony jak na rys. 4, w przypadku trójwymiarowym. Generator prądowy na rys. 4 modeluje generację ciepła w tym elemencie. Komórki zawierające rezystory R połączone za pomocą pojemnościowej bezstratnej linii transmisyjnej Z modelują odpowiednio cieplną oporność i cieplną pojemność. Jeżeli w taki obwód wprowadzimy wąski impuls potencjału (skok temperatury), to będzie on w ogólnym przypadku rozprzestrzeniać się w trójwymiarowym ośrodku a jego kierunek oraz zwrot przesuwania się można określić liczbami od 1 do 6 (rys. 4). Gdy impulsy przesuwają się wzdłuż napotkanych elementów będą ulegały rozproszeniu na węzłach tych elementów.

W następnym momencie rozproszone impulsy łączą się tworząc wypadkowy impuls w węźle. Ten impuls będzie rozwiązaniem lokalnym równania (2) po każdym skończonym (krótkim) przedziale czasu. Jak wspomniano, metoda TLM polega na określaniu wypadkowej wysokości impulsów po wprowadzeniu ich do obwodu linii transmisyjnej. Konwencja numerowania impulsów z uwzględnieniem kierunku i zwrotu jest pokazana na rys. 4. Załóżmy, że oś x pokrywa się z kierunkami 1, 2, oś y i z z kierunkami 3, 4 itd. oraz $R_1 = R_2 = R_x$, $R_3 = R_4 = R_y$ itd. oraz niech impedancja charakterystyczna Z nie zależy od kierunku. Niech ${}_k V_j^i$ jest impulsem napięciowym padającym (indeks i) na węzeł z kierunku j przy k -tej iteracji (upłynął czas $k\Delta t$). Stosując teorię obwodów Thevenina i Nortona otrzymamy, że potencjał węzła Φ wynosi:

$${}_k \Phi = \left[\frac{2({}_k V_1^i + {}_k V_2^i)}{R_x + Z} + \frac{2({}_k V_3^i + {}_k V_4^i)}{R_y + Z} + \frac{2({}_k V_5^i + {}_k V_6^i)}{R_z + Z} \right] \frac{1}{Y} \quad (5)$$

gdzie $Y = \frac{2}{R_x + Z} + \frac{2}{R_y + Z} + \frac{2}{R_z + Z}$

W przypadku trójwymiarowym pojemność węzła można podzielić na trzy linie transmisyjne w każdym prostopadłościennie o wymiarach Δx , Δy i Δz . Zatem na podstawie (4)

$$Z = \frac{\Delta t}{c/3} \quad (6)$$

oraz wprowadzając pojemność cieplną C_p otrzymujemy

$$C = dC_p \Delta x \Delta y \Delta z \quad (7)$$

Impedancja charakterystyczna może być różna dla sąsiadujących węzłów gdy zastosowana jest zmienna przestrzenna dyskretyzacja. Impulsy padające na węzeł ulegają częściowemu rozproszeniu. Ich wartości określają następujące zależności:

$$\begin{aligned} {}_k V_{1,2}^s &= \frac{1}{R_x + Z} [Z {}_k \Phi + (R_x - Z) {}_k V_{1,2}^i] \\ {}_k V_{3,4}^s &= \frac{1}{R_y + Z} [Z {}_k \Phi + (R_y - Z) {}_k V_{3,4}^i] \\ {}_k V_{5,6}^s &= \frac{1}{R_z + Z} [Z {}_k \Phi + (R_z - Z) {}_k V_{5,6}^i] \end{aligned} \quad (8)$$

Biorąc pod uwagę także możliwość odbić na międzywęzłowych nieciągłościach impedancji, występujących jeśli w sąsiadujących ze sobą obszarach zachodzi $R_{d_i} C_{d_i} = R_{d_{i+1}} C_{d_{i+1}}$, co ma miejsce w materiałach niejednorodnych, można obliczyć wysokości impulsów padających w chwili $(k+1)\Delta t$, czyli odpowiadającej temu momentowi $k+1$ iteracji. Umożliwia to relacja

$${}_{k+1}V_j^i(x, y, z) = \Gamma_j {}_kV_j^s(x, y, z) + (1 - \Gamma_j) {}_kV_j^s(u, v, w) \quad (9)$$

gdzie współczynnik odbicia impulsu w kierunku j oblicza się z zależności

$$\Gamma_j = \frac{Z(u, v, w) - Z(x, y, z)}{Z(u, v, w) + Z(x, y, z)} \quad (10)$$

Wartości j, u, v, w dla $j = 1, 2, \dots, 6$ występujące we wzorze (9) są przedstawione w Tabeli 1.

Tabela 1.

j	j'	u	v	w
1	2	$x - 1$	y	z
2	1	$x + 1$	y	z
3	4	x	$y - 1$	z
4	3	x	$y + 1$	z
5	6	x	y	$z - 1$
6	5	x	y	$z + 1$

Powtarzając wyliczenia zgodnie ze wzorami (5) - (10) otrzymamy zależną od czasu zmianę temperatury w każdym węźle trójwymiarowej przestrzeni.

Jak z powyższego wynika, metoda TLM numerycznego modelowania zależnego od czasu rozkładu napięcia lub temperatury jest stosunkowo prosta. Dodatkową zaletą tej metody jest łatwość ustalania różnych warunków brzegowych. Można wprowadzić warunek stałego napięcia, stałego natężenia prądu, zwarcia, otwartego obwodu, warunków pośrednich między wyżej wymienionymi a także dopasować sąsiednie linie transmisyjne.

W przypadku zastosowania metody TLM w analizie termicznej wymienione warunki oznaczają odpowiednio: stałą różnicę temperatury, stały strumień ciepła (stan stacjonarny), idealny kontakt termiczny i idealną izolację termiczną.

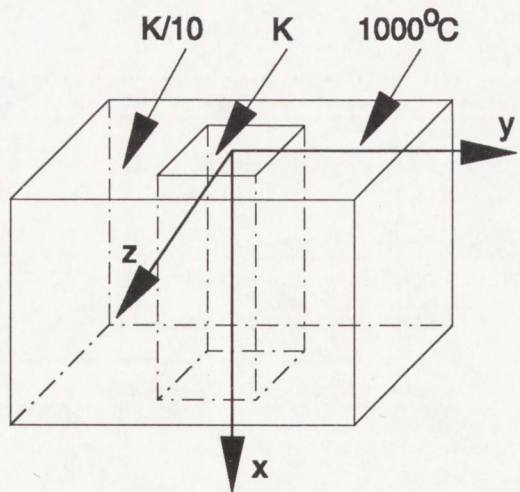
Dyskretny charakter tej metody symulacyjnej umożliwia jej stosowanie do rozwiązywania problemów rozptyłu ciepła gdy jest ono generowane w

różnych częściach rozważanego obiektu, który dodatkowo może być niejednorodny. Przykładem jest analiza rozpraszania mocy w warstwie przewodzącej na podłożu izolacyjnym [10] a także w innych przyrządach półprzewodnikowych [11-14].

W prezentowanej pracy metodę TLM zastosowano do analizy czasowej rozkładu temperatury w niejednorodnym pręcie, zawierającym rdzeń o różniącym się współczynnikiem przewodnictwa cieplnego od pozostałej części tego pręta. Przy obliczeniach należy ustalić warunki brzegowe. Można tego dokonać drogą ustalenia wartości współczynnika odbicia Γ_j . Jeżeli rozważany obiekt jest symetryczny, wtedy do obliczeń można brać połowę lub nawet ćwierć tego obiektu. Jest to uwarunkowane względami symetrii. Na granicy podziału rozważanego obiektu przyjmuje się $\Gamma = 1$, co oznacza, że padające impulsy powracają z niezmienną amplitudą. W przypadku doskonałej izolacji powierzchni obiektu przyjmuje się także $\Gamma = 1$. Jest to równoważne z obwodem rozwartym. Natomiast na granicy gdzie zostały wytworzone warunki doskonałego odprowadzania ciepła (krótkie zwarcie) należy przyjąć wartość $\Gamma = -1$. W przypadkach innych, gdy na granicy występuje częściowy odpływ ciepła w wyniku złej izolacji, konwekcji, promieniowania, należy przyjąć wartości Γ pośrednie między 1 a -1, w zależności od intensywności utraty ciepła na granicy.

2. WYNIKI OBLICZEŃ

Wyżej opisaną metodę numeryczną TLM zastosowano do analizy czasowej zależności rozkładu temperatury w prostopadłościennym pręcie zawierającym rdzeń o różniącym się dziesięciokrotnie współczynnikiem przewodnictwa cieplnego od pozostałej części pręta (rys. 5). Czołowa powierzchnia jest utrzymywana w stałej temperaturze. W wyniku czego ciepło płynie do wnętrza badanego ciała w przybliżeniu osiowo. Prędkość przepływu ciepła jest inna wzdłuż rdzenia niż wzdłuż pozostałej części pręta



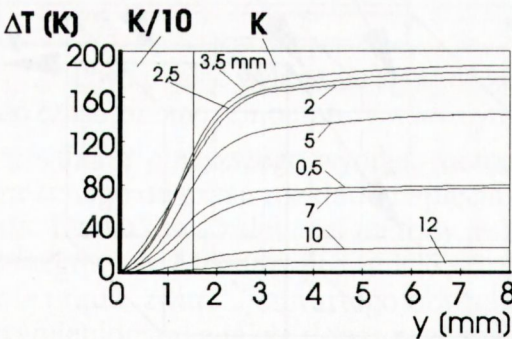
Rys. 5

Niejednorodny prostopadłościan użyty do symulacji komputerowej trójwymiarowego przepływu ciepła. Linia przerywana rozdziela obszary o różnych przewodnościach cieplnych.

otaczającej ten rdzeń (różny współczynnik przewodnictwa). W obliczeniach przyjęto idealną izolację całego pręta. Ze względu na symetrię zagadnienia, obliczenia przeprowadzono jedynie w obszarze 1/4 prostopadłościanu, a przedstawione wyniki dotyczą płaszczyzny $z = 0$.

Oddzielnie analizowano dwa przypadki: gdy współczynnik przewodnictwa rdzenia był 10 razy mniejszy od współczynnika pozostałej części pręta oraz przypadek odwrotny. Jak należało się spodziewać, w układzie pierwszym najwolniejszy przepływ ciepła zachodzi wzdłuż osi pręta. Oczywiście w miarę oddalania się od czołowej powierzchni (utrzymywanej w temperaturze 1000°C) wzdłuż kierunku x temperatura spada. Wyników tego liczenia nie przedstawiono na rysunku. Pokazano natomiast wyniki przyrostów temperatury ΔT wzdłuż kierunku y w różnych odległościach od powierzchni czołowej (rys. 5). W przypadku rdzenia o zmniejszonej przewodności, na płaszczyźnie $x = \text{const}$, najniższa jest temperatura na osi pręta, gdzie $\Delta T = 0$. Zatem w tym przypadku miejscem odniesienia jest oś pręta gdzie oczywiście temperatura maleje w kierunku x .

Numeryczne wyniki przedstawione na rysunku 6 dotyczą prostopadłościanu o wysokości 12 mm posiadającego podstawę kwadratową o boku $a = 16$ mm, wykonanego z miedzi ($K = 399$ W/mK, $d = 8933$ kg/m³, $C = 398$ J/kgK), zawierającego wzdłuż swej osi materiał o przewod-



Rys. 6

Wzrost temperatury w kierunku prostopadłym do osi pręta z rdzeniem żle przewodzącym, po upływie 0,1 s od rozpoczęcia grzania. Liczby przy krzywych oznaczają odległości w mm od grzanej powierzchni.

nictwie $K' = K/10$, o kształcie prostopadłościanu z podstawą kwadratową o boku 3 mm. Sytuacja rozkładu temperatury wzdłuż osi y dotyczy momentu po upływie 0,1 sekundy od chwili rozpoczęcia grzania w warunkach stałej temperatury na powierzchni. Stwierdzono, że aby uzyskać wyniki niezależne od "kroku" czasowego Δt (wzór (6)), należy przyjąć $\Delta t \leq 0,001$ s.

Rysunek 6 pokazuje w jaki sposób przyrosty temperatury między osią prostopadłościanu a otaczającym ją materiałem zależą od odle-

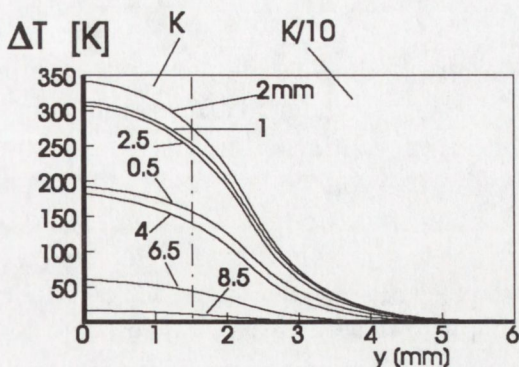
głości od grzanej powierzchni czołowej.

Podobna zależność jest pokazana na rys. 7 w przypadku odwrotnym - gdy rdzeń o kształcie prostopadłościanu (bok $a = 3\text{mm}$) jest wykonany z miedzi, a pozostała jego część z materiału o przewodności $K' = K/10$. Tu wzdłuż osi ciepło płynie szybciej. Na płaszczyźnie $x = \text{const}$ temperatura jest najwyższa na osi pręta spadając w kierunku powierzchni bocznej prostopadłościanu, zatem przyrost temperatury wynosi zero na powierzchni pręta zwiększając się w kierunku jego osi (rys. 7). Oba rysunki dotyczą rozkładu temperatury jedynie na płaszczyznach $x = \text{const}$ oraz tylko wzdłuż prostej będącej prostopadłą do osi i do boku prostopadłościanu.

W celu uproszczenia wyliczeń przyjęto w tej pracy, że parametry materiałowe warunkujące przepływ ciepła nie zależą od temperatury. Z uwagi na dyskretyzację objętości pręta jak i czasu, istnieje możliwość wprowadzenia zależności temperaturowych tych parametrów. Wiąże się to jednak z kilkukrotnym wydłużeniem czasu liczenia. Przy znacznych różnicach temperatury i konieczności uzyskania precyzyjnych wyników, tej trudności nie da się uniknąć.

3. PODSUMOWANIE

Znane są problemy związane z gwałtownym wydzielaniem się i propagacją ciepła w kompozytach włóknistych, zwłaszcza w elektrotechnice. Materiały te charakteryzują się obszarami posiadającymi parametry termiczne skokowo i wielokrotnie różniącymi się od obszarów sąsiednich. Analityczne rozwiązania nawet jeżeli są osiągalne w mniej złożonych przypadkach, są najczęściej niewystarczające. W pracy zastosowano stosunkowo prostą metodę numeryczną zwaną TLM, do przestrzenno-czasowej analizy problemów



Rys. 7

Wzrost temperatury w kierunku prostopadłym do osi pręta z rdzeniem miedzianym, po upływie 0,1 s od rozpoczęcia grzania. Liczby przy krzywych oznaczają odległości w mm od grzanej powierzchni.

przepływu ciepła i wyznaczania wartości temperatury w trójwymiarowym pręcie jako ośrodku zawierającym rdzeń o skokowo i wielokrotnie różniącą się przewodnością ciepła w porównaniu z otaczającą rdzeń częścią pręta. W celu poprawnego wyznaczenia pola temperaturowego w postaci wartości liczbowych, niezbędne jest prawidłowe ustalenie warunków brzegowych i początkowych. Należy także dobrać, w zależności od potrzeb opracowania, podział przestrzenny obiektu. Od tego zależy wartość kroku czasowego stosowanego w wyliczeniach. Ze względu na to, że mechanizm liczenia polega na przesuwaniu się po każdej iteracji impulsu cieplnego o jeden węzeł w głąb obiektu, liczba iteracji powinna być znacznie większa od liczby węzłów w danym kierunku (od wzajemnego stosunku tych liczb zależy błąd popełniony w wyliczeniach).

Na rysunkach 6 i 7 pokazano, w jaki sposób zmienia się temperatura w niejednorodnym pręcie w trakcie przepływu ciepła. Pokazano zmiany temperatury w kierunku poprzecznym do osi pręta w zależności od odległości od grzanej powierzchni. Porównanie wzajemne krzywych dotyczących różnych odległości od grzanej powierzchni pokazuje, że na przykład po upływie 0,1 s największe przyrosty temperatury wzdłuż osi y występują w odległości 3..5 mm od źródła. Wyniki obliczeń dla dłuższych od 0,1 s czasów przepływu ciepła (nie pokazano na rysunkach) wykazują, że miejsce występowania maksymalnych zmian temperatury w kierunku poprzecznym oddala się od grzanej powierzchni oraz różnice temperatury zmniejszają się w miarę wydłużania się czasu przepływu ciepła. Występują duże różnice w rozkładzie temperatury w obu rozważanych przypadkach (rdzeń lepiej lub gorzej przewodzący). Przy czym większe różnice temperatur występują w przypadku lepiej przewodzącego rdzenia. Jednak należy brać także pod uwagę różnice w wielkościach przekrojów poprzecznych do osi pręta w jego części dobrze i źle przewodzącej. W przypadku analizowanym na rys. 6 przeważa przekrój części lepiej przewodzącej a na rys. 7 jest odwrotnie.

Autorom nie jest znana żadna krajowa publikacja dotycząca rozwiązywania problemów przewodnictwa ciepła metodą TLM. Z pewnością byłoby korzystne spopularyzowanie jej w ośrodkach zajmujących się problemami propagacji ciepła. Wydaje się także, że sama metoda nie została dotychczas wszechstronnie przebadana, a wszystkie jej możliwości dotyczące przepływu ciepła oraz innych problemów dyfuzyjnych wymagają dalszych badań.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Johns P.B.: A simple explicit and unconditionally stable routine for the solution of the diffusion equation. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 1977, 11, 1307-1328
- [2] Akhtarzad S. and Johns P.B.: Solution of 6 component electromagnetic fields in three space dimensions by the TLM method. *Elec. Lett.*, 1974, 10, 535-537
- [3] Johns P.B.: The solution of inhomogeneous waveguide problems using a transmission line matrix. *IEEE trans., MTT*, 1974, 22, 209-215
- [4] Johns P.B., Slater G.F.: Transient analysis of waveguides with curved boundaries. *Electr. Lett.*, 1973, 9, 486-487
- [5] Akhtarzad S., Johns P.B.: Transition line matrix solution of waveguides with wall losses. *Electr. Lett.*, 1973, 9, 335-336
- [6] Johns P.B., Mallik A.: EMP response of aircraft structure using transmission line modelling. *EMC 86*, Zurich: 1985
- [7] Pulko S.H., Johns P.B.: Modelling of heat conduction in three-dimensions by the TLM method and the incorporation of non-linear thermal properties. *Comms. in Appl. Numer. Meths.*, 3, 1987, 571-579
- [8] Johns P.B., Pulko S.H.: Modelling of heat and mass transfer in foodstuffs by the TLM methods. Edit. Blanshardj. and Lillford P. *Food Structure and Behaviour*. London, Academic Press, 1987, 199-218
- [9] Johns P.B., Butler G.: The consistency and accuracy of TLM method for diffusion and its relationship to existing methods. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 19, 1983, 1549-1554
- [10] de Cogan D., Henini M.: TLM modelling of the thermal behaviour of conducting films on insulating substrates. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 20, 1987, 1445-1450
- [11] de Cogan D., John S.A.: the calculation of temperature distribution in punch-through structures during pulsed operation using the transmission line modelling (TLM) method. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 15, 1982, 1979-1990
- [12] de Cogan D., John S.A.: A two-dimensional transmission line matrix model for heat flow in power semiconductors. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1985, 18, 507-516
- [13] de Cogan D., Henini M., Shah A.K.: The use of variable mesh transmission line modelling in the analysis of heat flow in power semiconductors. *Proc. 4th Int. Conf. on Numer. Anal. Semicond. Devices, (NASECODE IV)*, 1985, 255-260
- [14] Gui X., Webb P.W., Gao G.: Use of the three-dimensional TLM method in the thermal simulation and design of semiconductor devices. *IEEE Trans. El. Dev.*, 1992, 39, 1295-1302

Praca wykonana w ramach Grantu PB 0697/P4/92/03,
finansowanego przez Komitet Badań Naukowych.