

57 / 1980

Krzysztof Żuchowski

ANALIZA MECHANIZMÓW DYSPECJI  
ENERGII FAL ELEKTROMAGNETYCZNYCH  
W OŚRODKU ZJONIZOWANYM  
SŁABO SPRĘŻONYM

P. 269

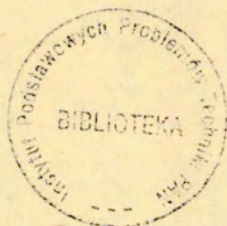


WARSZAWA 1980

Prace Zakładu Teorii Fal Elektromagnetycznych  
Praca nr 184

Praca wpłynęła do Redakcji dnia 8 grudnia 1980 r.

Zarejestrowana pod nr 57/1980



57104



Na prawach rękopisu

-----  
Instytut Podstawowych Problemów Techniki PAN  
Nakład 170 egz. Ark.wyd.0,9. Ark.druk. 1,5 .  
Oddano do drukarni w styczniu 1980 r.  
Nr zamówienia 13/o/80  
-----

Warszawska Drukarnia Naukowa, Warszawa,  
ul.Śniadeckich 8

Żuchowski Krzysztof

Zakład Teorii Fal Elektromagnetycznych

ANALIZA MECHANIZMÓW DYSYPACJI ENERGII FAL  
ELEKTROMAGNETYCZNYCH W OŚRODKU ZJONIZOWANYM  
SŁABO SPRĘŻONYM

Streszczenie

W pracy przedstawiono podstawowe mechanizmy prowadzące do dysypacji fal plazmowych, a w konsekwencji także elektromagnetycznych w ośrodku silnie zjonizowanym i słabo sprzężonym. Taki ośrodek plazmowy jest dobrze opisany przez równanie Własowa w odniesieniu do magnetosfery, gdzie zderzenia praktycznie nie zachodzą w małej skali czasu. Główne mechanizmy przedstawiające dysypacje fal w takim ośrodku to tłumienie Landaua, teoria quasi-liniowa oraz teoria słabej turbulencji. Poza tym podano zależność pomiędzy współczynnikiem ekstynkcji dla fal elektromagnetycznych a korelacjami pól fal rozproszonych w ośrodku. Ponadto omówiono zastosowanie przedstawionych rozważań do magnetosfery i jonosfery.

Wstęp

Ośrodek zjonizowany /plazmowy/ uważany jest za "słabo sprzężony" /weak coupled/ jeżeli stosunek średniej energii potencjalnej cząsteczek ośrodka do ich średniej energii kinetycznej jest wielkością znacznie mniejszą od jedności [1], [2]. Równoważny powyższemu warunek słabości sprzężenia wymaga aby było dużo cząsteczek w sferze Debye'a, co można przedstawić w postaci

$$/1/ \quad g \equiv 1/n\lambda_D^3 = (4\pi)^{3/2} n^{1/2} (K_B T)^{-3/2} e^3 = (1/6,9)^3 n^{1/2} T^{-3/2} \ll 1$$

Wę wzorze /1/ występują:  $n$  - średnia koncentracja cząsteczek ośrodka plazmowego, czyli ilość cząsteczek przypadających na  $1 \text{ cm}^3$ ,  $\lambda_D = (K_B T / 4\pi n e^2)^{1/2}$  - promień Debye'a, który określa efektywny zasięg ekranowego potencjału kulombowskiego cząsteczki próbnej umieszczonej w danym ośrodku plazmowym,  $T$  - oznacza temperaturę ośrodka wyrażoną w skali Kelwina gdzie  $3/2 K_B T$  jest średnią energią kinetyczną cząsteczki ośrodka, zaś  $e$  - ładunek elementarny i  $K_B$  - stała Boltzmana. Parametr  $g$ , zdefiniowany wzorem /1/, określający sprzężenie ośrodka, nosi nazwę parametru plazmowego. Wzór /1/ został napisany dla ośrodka plazmowego jednoskładnikowego, gdzie na przykład jest uwzględniony tylko ruch elektronów, zaś jony stanowią jedynie neutralizujące tło. Warunek słabego sprzężenia,

$g \ll 1$ , zachodzi nawet dla niezbyt gęstej plazmy laboratoryjnej:  $T = 10^4$ ,  $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $g = 0,33 \cdot 10^{-3}$ . Z wyrażenia /1/ jest widoczne, że ośrodek jest słabo sprzężony, jeżeli ma stosunkowo niską gęstość i wysoką temperaturę. Warunek  $g \ll 1$ , jeżeli chodzi o plazmę gazową, może być tylko nie spełniony w bardzo gęstej plazmie laboratoryjnej, atmosferze gwiazd /także we wnętrzu gwiazd, choć zaliczenie wnętrza gwiazd do plazmy gazowej może wywołać obiekcje/. Natomiast warunek słabego sprzężenia jest na przykład spełniony w warstwie F jonosfery i w różnych obszarach magnetosfery. W ośrodku słabo sprzężonym prędkości cząsteczek ulegają nieznacznym zmianom, - gdyż na ogół skala czasowa obserwacji zjawisk może być krótsza niż średni okres czasu pomiędzy kolejnymi zderzeniami.

Punktem wyjścia dla wszelkich informacji mikroskopowych o ośrodku jest równanie Liouville'a na  $N$ -cząstkową funkcję rozkładu położeń i prędkości  $N$  cząsteczek ośrodka. Tu zakłada się, że ośrodek składa się z  $N$  cząsteczek, gdyż w przeciwnym przypadku oddziaływanie z pominiętymi w opisie cząsteczkami należało by uwzględniać w postaci zadanych z góry sił zewnętrznych lub je zaniedbać. W takim razie równanie Liouville'a jest niewygodne do wykorzystania praktycznego, gdyż liczba cząsteczek ośrodka  $N$

jest bardzo duża. W celu zmniejszenia ilości informacji o ośrodku kolejno całkuje się obie strony równania Liouville'a względem współrzędnych i prędkości wszystkich cząsteczek za wyjątkiem 1-szej, za wyjątkiem pierwszych dwóch i tak dalej. Ostatni raz całkuje się  $\mathcal{L}$  Liouville'a względem współrzędnych i prędkości N-tej cząsteczki. Otrzymuje się hierarchie równań BBCKY na zredukowane funkcje rozkładu, która jest równoważna wyjściowemu równaniu Liouville'a. Jednak w praktycznych rozważaniach korzysta się zazwyczaj z dwu pierwszych równań hierarchii. Ponieważ bezwymiarowy parametr plazmowy  $g$  jest małą liczbą, więc można rozłożyć zredukowane funkcje rozkładu występujące w hierarchii w szereg względem parametru plazmowego. W zerowym rzędzie względem parametru plazmowego  $g$  otrzymuje się na 1-dno cząstkową funkcję rozkładu równanie Własowa. Równanie to nie uwzględnia binarnych zderzeń pomiędzy cząsteczkami, które oddziałują pomiędzy sobą za pomocą samouzgodnionego pola elektrycznego, które jest efektem kolektywnego oddziaływania wszystkich cząsteczek ośrodka. Równanie Własowa [1], [2] dobrze opisuje własności ośrodka zjonizowanego słabo sprzężonego dla krótkich czasów lub inaczej mówiąc dla szybkich przebiegów, czyli dla dużych częstości. W drugim rzędzie względem parametru plazmowego otrzymuje się na 1-dno cząstkową funkcję rozkładu równanie Lenarda-Balescu, które oprócz pola samouzgodnionego, analogicznie jak w równaniu Własowa, posiada człon zderzeniowy, uwzględniający zderzenia binarne. Człon zderzeniowy występujący w równaniu Lenarda-Balescu różni się zasadniczo od członu zderzeniowego występującego w równaniu Boltzmana, gdyż zawiera w sobie czynnik ekranujący, który uwzględnia długozasięgowy charakter oddziaływania kulombowskiego. Natomiast równanie Boltzmana nie nadaje się do opisu ośrodka słabo sprzężonego, gdyż nie zawiera pola samouzgodnionego, zaś człon zderzeniowy opisuje jedynie zderzenia cząsteczek naładowanych z neutralnymi. Równanie Boltzmana nadaje się więc tylko do opisu ośrodka słabo zjonizowanego i użyteczność jego dla słabiej zjonizowanych obszarów jonosfery [3] jest nieznaczna. Człon zderzeniowy Boltzmana można jednak rozwinąć dla małych kątów rozproszenia i równanie z takim członem zderzeniowym nosi nazwę równania Landaua. Równanie to nadaje się do opisu ośrodka zjonizowanego [4] i w

praktyce często zastępuje równanie Lenarda-Balescu- gdyż jest od niego analitycznie prostsze, zaś rezultaty otrzymane przy jego pomocy są podobne jak dla równania Lenarda-Balescu [5]. Jednak wychodząc z równania Lenarda-Balescu lub równania Landaua można przy pomocy zmodyfikowanej metody Czapmana-Enskoga lub metody 13-tu momentów Grada uzyskać układ równań dla momentów:  $\eta_{\alpha}$  - koncentracji /gęstości/,  $\underline{V}_{\alpha}$  - prędkości oraz  $T_{\alpha}$  - temperatury cząsteczek ośrodka [4], [5], [6], gdzie rozróżnia typy cząsteczek, na przykład elektrony i protony. Układ równań dla momentów można porównać z fenomenologicznym układem dwupłynowym i dzięki temu wyznaczyć występujące tam fenomenologiczne współczynniki transportu na podstawie danych mikroskopowych, na przykład fenomenologiczne współczynniki częstości zderzeń występujące w równaniach dwupłynowych. W celu wyznaczenia tensora przewodności elektrycznej jonosfery, określającego dysypację fal elektromagnetycznych w jonosferze, przeważnie używa się modelu dwupłynowego [7], [8]. W [7] oraz dalszych pracach tego autora dyskutowane jest mikroskopowe wyznaczanie współczynników częstości zderzeń w zastosowaniu do jonosfery.

Ponieważ rozpraszanie fal elektromagnetycznych w jonosferze daje informacje o korelacjach stochastycznego pola elektrycznego lub mikroskopowego prądu, więc spotykane są prace wyznaczające przewodność elektryczną w oparciu o rozważania stochastyczne. W [9] wyznaczono przewodność elektryczną słabo zjonizowanej jonosfery, w której zderzenia binarne zachodzą jedynie pomiędzy cząsteczkami naładowanymi i neutralnymi. Ruch cząsteczki naładowanej w tym ośrodku został potraktowany jako proces dyfuzyjny i w efekcie przewodnictwo zostało wyznaczone poprzez korelacje mikroskopowego prądu elektrycznego. Przypomina to wzory Greena-Kubo wyrażające reakcje ośrodka przewodzącego na harmoniczne w czasie pole elektryczne poprzez korelacje mikroskopowego prądu elektrycznego [10]. Dla ośrodka słabo sprzężonego można wyrazić reakcje na zewnętrzne pole elektryczne na podstawie uogólnionego równania Langevina, poprzez korelacje stochastycznego pola elektrycznego [11]. Metoda ta funkcjonuje także w obecności stałego pola magnetycznego w ośrodku i wymaga stacjonarności stochastycznego pola elektrycznego.

Własności korelacji mikroskópowego prądu elektrycznego oraz stochastycznego pola elektrycznego w jonosferze, w związku z niekoherentnym rozpraszaniem fal elektromagnetycznych dyskutowane są w [12], [13]. Omówimy teraz bardziej szczegółowo mechanizmy dysypacji fal elektromagnetycznych i plazmowych w ośrodku słabo sprzężonym i silnie zjonizowanym. Warunki takie spełnione są w różnych obszarach magnetosfery.

Równanie Własowa, linearyzacja i tłumienie Landaua.

Wymienione wyżej równanie Własowa z polem samouzgodnionym, dla cząsteczek o ładunku  $e$  i masie  $m$ , w nieobecności pola magnetycznego ma postać [1] :

$$/2/ \quad \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f + \frac{e}{m} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0$$

Występująca w /2/  $f$  - funkcja rozkładu prędkości cząsteczek ma sens gęstości liczby cząsteczek w przestrzeni fazowej, tak, że  $f d\mathbf{r} d\mathbf{v}$  jest równe liczbie cząsteczek w objętości  $d\mathbf{r}$  z prędkościami w przedziale  $d\mathbf{v}$ . Pole elektryczne samouzgodnione, występujące w równaniu Własowa spełnia równanie:

$$/3/ \quad \text{div } \mathbf{E} = 4\pi e (n_i - n_e),$$

gdzie  $n_i = \int f_i d\mathbf{v}$  ,  $n_e = \int f_e d\mathbf{v}$  zaś  $f_e, f_i$  to odpowiednio funkcje rozkładu dla elektronów i jonów. Jeżeli zostanie uwzględnione, pole magnetyczne  $\mathbf{E}$ , to kinetyczne równanie z polem samouzgodnionym dla cząsteczek rodzaju  $\mathcal{L}$  powinno mieć postać:

$$/4/ \quad \frac{\partial f_{\mathcal{L}}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_{\mathcal{L}} + \frac{e_{\mathcal{L}}}{m_{\mathcal{L}}} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] \right\} \cdot \frac{\partial f_{\mathcal{L}}}{\partial \mathbf{v}} = 0,$$

zaś samouzgodnione pola elektryczne  $\mathbf{E}$  i magnetyczne  $\mathbf{B}$  powinny zostać określone na podstawie  $\tau$  Maxwella, w których w charakterze gęstości ładunku elektrycznego  $\rho$  i prądu elektrycznego  $\mathbf{j}$  powinny zostać podstawione odpowiednio:

$$/5/ \quad \underline{j} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int f_{\alpha} d\underline{v} , \quad \underline{j} = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \underline{v} f_{\alpha} d\underline{v} .$$

W celu uproszczenia zagadnienia i uwypuklenia głównych cech plazmy słabo sprężonej można ograniczyć się do rozpatrywania jedynie zaburzeń podłużnych /fal plazmowych/ o niewielkim natężeniu. Wobec tego należy wykonać linearyzacje równania /2/, wokół stanu równowagi  $f_0$ , któremu wskutek założonej globalnej neutralności ośrodka i jednorodności towarzyszy zerowe pole elektryczne. Natomiast z zaburzeniem rozkładu  $f'$ :  $f = f_0 + f'$  związane jest niezerowe pole elektryczne  $\underline{E}$ , o potencjale skalarnym  $\Psi$ . Korzystając z założenia jednorodności można napisać liniowe równanie oddzielnie dla każdej harmoniki względem  $\underline{x}$ . Po podstawieniu  $f' = f'(\underline{v}, t)$ ;  $\Psi = \Psi(t) \exp(i \underline{k} \cdot \underline{x})$  i linearyzacji, równania /3/ i /4/ przybierają postać:

$$/6/ \quad \frac{\partial f'}{\partial t} + i \underline{k} \cdot \underline{v} f' + i \underline{k} \Psi \frac{e}{m_e} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \underline{v}} ,$$

$$/7/ \quad k^2 \Psi = -4\pi e \int f' d\underline{v} .$$

Prawidłowe rozwiązanie tego układu zawdzięczamy Landauowi, który rozwiązał ten układ przyjmując, że w chwili  $t = 0$  włączony jest zewnętrzne oddziaływanie, które wytwarza pewne początkowe zaburzenie  $g(\underline{v})$ . Zadanie polega na określeniu ewolucji czasowej zaburzenia  $f'$ . Asymptotyczne rozwiązanie tego zagadnienia, na przykład  $\Psi(t) \sim e^{-i\omega_k t}$ , jest wyznaczone przez  $\mathcal{E}(k, \omega_k) = 0$  gdzie  $\omega \rightarrow \omega_k$

$$/8/ \quad \mathcal{E}(k, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k m_e} \int \frac{P}{\omega - kv} \frac{\partial f_0}{\partial v} dv - \frac{4\pi e^2}{k m_e} \frac{\pi i}{|k|} \left. \frac{\partial f_0}{\partial v} \right|_{v=\omega/k}$$

$\omega_k \rightarrow \omega$

Jeżeli elektrony mają rozkład maxwellowski, określony przez rozkład o temperaturze  $T$ , to przenikalność elektryczna może być przedstawiona w postaci:



$$/9/ \quad \varepsilon(k, \omega) = 1 + \frac{m_e \omega_{pe}^2}{k^2 T} (1 + i \sqrt{\pi} z W(z)),$$

gdzie  $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi e^2 n/m_e}$  - częstość plazmowa dla elektronów,  $z = \omega/k v_{er}$ ,  $v_{er} = \sqrt{2T/m_e}$  - średnia prędkość termiczna,

$$W(z) = e^{-z^2} + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-z^2 + \xi^2} d\xi$$

Przyrównując /9/ do zera, można znaleźć część rzeczywistą i urojoną zespolonej częstości  $\omega$ . Przy małych  $k \ll 1/\lambda_D$ ,  $\lambda_D$  - promień Debye'a, wyrażenie dla części rzeczywistej ma postać:

$$/10/ \quad \omega^2 = \omega_{pe}^2 + \frac{3T}{m_e} k^2,$$

zaś część urojona /dekrement tłumienia  $\gamma$  /:

$$/11/ \quad \gamma = -\omega_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{(kd)^2} \exp\left(-\frac{1}{2k^2 d^2}\right)$$

Dekrement tłumienia uwidacznia bezderzeniową dysypację fal plazmowych, czyli tłumienie Landaua. Z tłumieniem Landaua związana jest część urojona  $\varepsilon(k, \omega)$  w /8/, więc jest ono związane z pochłanianiem fali przez cząsteczki będące z nią w rezonansie. Dla pewnych rozkładów  $f_0(v)$ , które posiadają drugie niewielkie maksimum lokalne, dla dużych prędkości cząsteczek, dekrement  $\gamma$  zmienia znak i mamy niestabilność. Obecność stałego pola w ośrodku, nie zmienia toku powyższych rozważań, tylko wprowadza komplikacje rachunkowe.

Teoria quasi-liniowa [14], [15].

W niestabilnej plazmie dowolne małe zaburzenie początkowe, włączając w to szумы termiczne, narastają w czasie. Amplituda tego zaburzenia osiąga taką wielkość, że zaczyna wpływać na uśrednione charakterystyki plazmy. Gdy niestabilność jest taka, że narasta tylko jeden z możliwych modów rozchodzących się w

plazmie, to powstanie nowy ruch laminarny. Jeżeli w plazmie może rozwijać się wiele oddziaływujących ze sobą modów, co wymaga statystycznego podejścia, to stan taki można nazwać turbulentnym. W przypadku słabej niestabilności można zaniedbać oddziaływanie modów ze sobą, czyli ograniczyć się do liniowego ich opisu, lecz badać ich wpływ na ośrodek. Ten wpływ może spowodować ograniczenie wykładniczego narastania szumów w ośrodku. Nazywa się to teorią quasi-liniową. Dochodzi tu dodatkowe równanie przedstawiające powolną zmianę uśrednionej części rozkładu prędkości cząsteczek. Dla danego składnika  $\mathcal{L}$ , np. elektronów, mamy następujące równania na funkcje rozkładu:

$$/12a/ \quad \frac{\partial f_{0\mathcal{L}}}{\partial \mathcal{L}t} + \frac{e_{\mathcal{L}}}{m_{\mathcal{L}}} \left\langle \underline{E} \frac{\partial f'_{\mathcal{L}}}{\partial \underline{V}} \right\rangle = 0$$

$$/12b/ \quad \frac{\partial f'_{\mathcal{L}}}{\partial t} + \underline{V} \frac{\partial f'_{\mathcal{L}}}{\partial \underline{r}} + \frac{e_{\mathcal{L}}}{m_{\mathcal{L}}} \underline{E} \frac{\partial f_{0\mathcal{L}}}{\partial \underline{V}} = 0,$$

gdzie  $\langle \quad \rangle$  oznacza uśrednienie.

Współczynnik  $\mathcal{L} \ll 1$  w równaniu /12a/ oznacza powolną zmianę w czasie, natomiast równanie /12b/ jest takie samo jak w teorii liniowej. Pole elektryczne można zapisać:

$$/13/ \quad \underline{E}(t, \underline{r}) = \sum_{\underline{k}} \underline{E}_{\underline{k}}(\mathcal{L}t, \omega, \underline{k}) e^{-i\omega t + i\underline{k} \underline{r}}$$

i podobnie

$$/14/ \quad f_{\mathcal{L}} = f_{0\mathcal{L}}(\underline{V}, \mathcal{L}t) + \sum_{\underline{k}} f'_{\mathcal{L}\underline{k}}(\underline{V}, \mathcal{L}t) e^{-i\omega t + i\underline{k} \underline{r}}$$

Poza tym zakłada się, że korelacja pola elektrycznego jest postaci:

$$/15/ \quad \langle \underline{E}(\underline{x} + \underline{\xi}) \underline{E}(\underline{x}) \rangle = \sum_{\underline{k}} |\underline{E}_{\underline{k}}|^2 e^{i\underline{k} \underline{\xi}}$$

Podstawiając te równania do /12b/ i korzystając także z wyrażenia  $f'_{\mathcal{L}\underline{k}}$  przez  $f_{0\mathcal{L}}$  otrzymamy:

$$/16/ \quad \frac{\partial f_0}{\partial t} + v \frac{\partial f_0}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial v} D_v \frac{\partial f_0}{\partial v},$$

gdzie

$$/17/ \quad D_v = \frac{\pi e_x^2}{m_x^2} \int |E_k|^2 \delta(\omega_k - kv) dk.$$

W przypadku występowania stałego pola magnetycznego, zamiast  $D_v$  wystąpi wielkość tensorowa i zamiast pochodnych cząstkowych względem  $x$  i  $v$  odpowiednie gradienty. Poza tym zachodzi równanie:

$$/18/ \quad \frac{\partial |E_k|^2}{\partial t} + v_r \frac{\partial |E_k|^2}{\partial x} = 2\gamma_k |E_k|^2,$$

gdzie inkrement  $\gamma_k$  dany jest wzorem:

$$/19/ \quad \gamma_k = -\frac{1}{2} \sum_l \frac{4\pi e_l^2}{k} \int \frac{\partial f_{0l}}{\partial v} dv \operatorname{Im} \frac{1}{\omega - kv}.$$

Postać inkrementu zależy od uśrednionej funkcji rozkładu  $f_{0l}$ , jednak w odróżnieniu od teorii liniowej ulega on powolnym zmianom wraz z  $f_{0l}$  i może nawet zmienić znak i powodować tłumienie zaburzeń. Wtedy stanie się dekrementem. To jaką teorią należy się posługiwać, liniową czy quasi-liniową, zależy od skali czasowej obserwacji.

### Słaba turbulencja [14], [15]

Jeżeli poziom szumów w ośrodku plazmowym nie jest mały, to przybliżenie quasi-liniowe jest niedobre i zaczynają dochodzić do głosu oddziaływanie fal /modów/ ze sobą oraz oddziaływanie fal z cząsteczkami. Gdy poziom ten nie jest na tyle duży, aby wpływać na dyspersyjne własności fal /w jednorodnym ośrodku tak jest, gdy energia szumów jest dużo mniejsza od energii termicznej plazmy/, to ten turbulentny proces można opisać w języku słabo oddziaływujących fal. Taka turbulencja nosi nazwę słabej.

W celu opisu słabej turbulencji można posłużyć się teorią

zaburzeń, czyli przeprowadzić rozłożenie równań względem małego parametru. Tym małym parametrem jest stosunek energii oddziaływania fal do ich całkowitej energii. W zerowym przybliżeniu otrzymamy zbiór nie oddziałujących fal. W następnym przybliżeniu wystarczy uwzględnić tylko człony proporcjonalne do energii fal, to znaczy kwadratowe względem amplitudy. Przy uwzględnieniu cieplnego ruchu cząsteczek, wskutek oddziaływania, kwadratowego względem amplitud trzech fal mogą się indukować procesy "łączenia się fal" i "rozpadu fal". Może także zachodzić kombinacyjne rozproszenie fal na cząsteczkach. Oddziaływanie trzech fal jest procesem rezonansowego oddziaływania i ma miejsce w plazmie wtedy, gdy istnieje w niej szerokie widmo fal. Jeżeli liczba fal jest bardzo duża, to faza każdej fali, na skutek oddziaływania z innymi falami, może się zmieniać w czasie w skomplikowany i nieregularny sposób.

Niech  $N_{\underline{k}}$  oznacza gęstość liczby fal w przestrzeni liczb falowych, więc  $N_{\underline{k}} d\underline{k}$  oznacza liczbę fal przypadającą na przedział  $d\underline{k}$ . Poza tym mamy  $N_{\underline{k}} = |a_{\underline{k}}|^2$ , gdzie  $a_{\underline{k}}$  składowa fourrierowska amplitudy fali. W przybliżeniu chaotycznych faz interesujemy się tylko powolną uśrednioną zmianą  $N_{\underline{k}}$  z czasem. Po uśrednieniu względem faz można otrzymać

$$/20/ \quad \frac{\partial N_{\underline{k}}}{\partial t} = \sum_{\underline{k}'} V_{\underline{k}'\underline{k}\underline{k}''} \langle a_{\underline{k}'}^* a_{\underline{k}} a_{\underline{k}''} \rangle e^{-i(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})t}$$

gdzie  $V_{\underline{k}'\underline{k}\underline{k}''}$  - macierzowy element oddziaływania fal. Dla niezbyt dużych amplitud mamy słabą korelację pomiędzy amplitudami różnych fal. Niech  $a_{\underline{k}} = a_{\underline{k}}^0 + \delta a_{\underline{k}}$ , gdzie  $a_{\underline{k}}^0$  - główna część amplitudy, niezależna od czasu,  $\delta a_{\underline{k}}$  - mała poprawka uwzględniająca korelacje fal. Równanie dla  $\delta a_{\underline{k}}$  ma postać:

$$/21/ \quad \frac{\partial}{\partial t} \delta a_{\underline{k}} = \sum_{\underline{k}'} V_{\underline{k}'\underline{k}\underline{k}''} a_{\underline{k}'}^0 a_{\underline{k}''}^0 e^{-i(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})t}$$

Rozwiązanie /21/, przy zaniku korelacji, gdy  $t \rightarrow -\infty$  ma postać:

$$/22/ \quad \delta a_{\underline{k}} = \sum_{\underline{k}'} V_{\underline{k}'\underline{k}\underline{k}''} a_{\underline{k}'}^0 a_{\underline{k}''}^0 \Pi \delta(\omega_{\underline{k}'} + \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}})$$

Podstawiając /22/ do /20/ można otrzymać kinetyczne równanie słabej turbulencji dla oddziaływania trzech fal:

$$/23/ \quad \frac{\partial N_{\underline{k}}}{\partial t} = \int W_{\underline{k}\underline{k}'} (N_{\underline{k}'} N_{\underline{k}''} - N_{\underline{k}} N_{\underline{k}''} - N_{\underline{k}} N_{\underline{k}''}) \delta(\omega_{\underline{k}} - \omega_{\underline{k}''} - \omega_{\underline{k}'}) d\underline{k}'$$

gdzie  $W_{\underline{k}\underline{k}'} = W_{\underline{k}'\underline{k}} = W_{\underline{k}\underline{k}''} = 2\pi V_{\underline{k}\underline{k}'\underline{k}''}^2$  prawdopodobieństwo przejścia. Dla dwu pozostałych fal równania wyglądają analogicznie. Prawdopodobieństwa przejścia z dużą zmianą  $\underline{k}$  są mniejsze niż ze zmianą równą samej wartości  $|\underline{k}|$ .

Konkurencyjnym procesem, do oddziaływania trzech fal, też w przybliżeniu kwadratowym względem amplitud drgań jest indukowane rozpraszanie fal na cząsteczkach. Rozproszenie następuje przy wypełnieniu rezonansowego warunku

$$/24/ \quad \omega_{\underline{k}} \pm \omega_{\underline{k}'} - (\underline{k} \pm \underline{k}')v = 0$$

Jeżeli wyjściowe fale mają prędkości fazowe znacznie przewyższające termiczne prędkości cząsteczek, to będzie mógł zajść warunek /24/ tylko ze znakiem minus i mamy do czynienia z kombinacyjnym rozproszeniem fal na cząsteczkach. Równanie dla tego procesu ma postać:

$$/25/ \quad \frac{\partial N_{\underline{k}}}{\partial t} = N_{\underline{k}} \int P_{\underline{k}\underline{k}'} N_{\underline{k}'} \delta[\omega_{\underline{k}} - \omega_{\underline{k}'} - v(\underline{k} - \underline{k}')] (\underline{k} - \underline{k}') \frac{\partial f_0}{\partial v} d\underline{v} d\underline{k}'$$

W /25/:  $P_{\underline{k}\underline{k}'}$  - element macierzy, proporcjonalny do prawdopodobieństwa rozproszenia, zaś funkcja  $\delta$  uwzględnia rezonansowy charakter oddziaływania fal z cząsteczkami. Przy rozpraszaniu mamy zachowaną liczbę fal:  $N_{\underline{k}} + N_{\underline{k}'} = \text{const}$  oraz  $P_{\underline{k}\underline{k}'} = P_{\underline{k}'\underline{k}}$

Jeżeli procesy oddziaływania trzech fal są niemożliwe do zrealizowania, wtedy głównym mechanizmem przenoszenia energii pomiędzy różnymi falami jest indukowane rozproszenie fal. Przykładem takiego procesu jest jonowo-dźwiękowa turbulencja.

#### Jonowo dźwiękowa turbulencja

Anomalna rezystywność plazmy. Przy przepływie bardzo silnego prądu elektrycznego przez rozrzedzoną plazmę często obser-

wuje się silny wzrost jej rezystywności. Z reguły ta rezystywność znacznie przewyższa wielkość określoną przez binarne zderzenia kulombowskie. Na przykład anomalna rezystywność ma miejsce przy przechodzeniu fali uderzeniowej poprzecznie do kierunku pola magnetycznego. Jeżeli plazma jest rzadka i zderzenia kulombowskie nie odgrywają roli, to taka fala uderzeniowa nazywa się bezzderzeniową. Anomalna rezystywność często wyznacza szerokość i strukturę bezzderzeniowej fali uderzeniowej. Anomalna rezystywność uwidacznia się także przy przepływie prądu elektrycznego wzdłuż kierunku pola magnetycznego i może być wykorzystana do szybkiego przekazania plazmie energii w wyniku wydzielania się ciepła Joula. Szczegółowe badania eksperymentu turbuletnego grzania plazmy wykazały, że w tym czasie wzbudza się szumy jonowo-dźwiękowe o częstości bliskiej częstości plazmowej dla jonów  $\omega_{pi}$ . Elektrony w takich warunkach pobierają energię od zewnętrznego pola elektrycznego znacznie efektywniej niż jony /gdyż elektrony są znacznie lżejsze/ i łatwo wytwarzają się warunki do wzbudzenia jonowego dźwięku /temperatura elektronowa znacznie przewyższa temperaturę jonową i dryfowa prędkość elektronów przewyższa prędkość dźwięku/.

Inkrement narastania drgań jonowo-dźwiękowych, przy przepływie prądu elektrycznego ma, co do rzędu wielkości, wartość:

$$/26/ \quad \gamma \sim \omega \sqrt{\frac{me}{m_i}} \left( \frac{U}{c_s} \cos \Theta - 1 \right),$$

gdzie  $U$  - dryfowa prędkość elektronów, zaś  $\Theta$  - kąt pomiędzy  $U$  i wektorem falowym  $k$  fali jonowo-dźwiękowej. Niestabilność rozpoczyna się, gdy prądowa prędkość przewyższa prędkość dźwięku. Przy tym inkrement niestabilności jest mały w porównaniu z częstością, tak, że jest podstawa do posługiwania się przybliżeniem słabej turbulencji. Główną rolę w formowaniu jonowo-dźwiękowego widma powinien grać proces indukowanego rozproszenia na jonach. Efektywna częstość zderzeń, która określa anomalną rezystywność, jest wyznaczona przez rozproszenie elektronów na fluktuacjach fali jonowo-dźwiękowej:

$$/27/ \quad \nu_{ef} \sim \omega_{pe} \frac{\xi}{nT}$$

gdzie  $\xi$  - gęstość energii szumów jonowo-dźwiękowych.

Równanie /25/ dla fal jonowo-dźwiękowych przybiera postać:

$$/28/ \quad \frac{\partial N_k}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial k} (P k^4 N_k^2) = 2 \gamma_k N_k,$$

gdzie  $P \approx \frac{T_i}{T_e} \frac{c_s^2}{nT} 2\pi \Theta^2$  jest proporcjonalne do prawdopodobieństwa rozproszenia, gdzie  $\Theta^2$  średni kwadrat kąтового rozkładu jonowo-dźwiękowych drgań. Czynniki występujący po prawej stronie /28/ uwzględnia pompowanie fal w wyniku niestabilności.

Ponieważ  $\gamma_k \sim k$ , to w przybliżeniu:

$$/29/ \quad N_k \sim \frac{1}{k^2} \ln \frac{k_0}{k},$$

gdzie  $k_0 = 1/\lambda_D$ ,  $\lambda_D$  - długość Debye'a. Energia szumów wynosi:

$$\xi_k = \omega_k N_k \sim \frac{1}{k} \ln \frac{k_0}{k}$$

Widmo /29/ jest w dobrej zgodności z eksperymentami dotyczącymi bezzderzeniowych fal uderzeniowych.

#### Współczynnik ekstynkcji dla fal elektromagnetycznych.

W związku z tym, że w teorii quasi-liniowej i w teorii słabej turbulencji występuje konieczność uśrednienia po fazach pola fali plazmowych przedstawimy zależność współczynnika ekstynkcji fali elektromagnetycznej od korelacji pól lub prądów występujących w ośrodku [16], [17].

Obecność fluktuacji prowadzi do tego, że fala elektromagnetyczna przechodząc przez ośrodek materialny, jednocześnie z uśrednionym prądem wytwarza losowe fluktuacje prądu  $\delta \underline{j}'$ , które są źródłami pól rozproszonych  $\underline{E}'$  i  $\underline{H}'$ , tak, że:

$$/30/ \quad \text{rot } \underline{H}' = \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{D}'}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \delta \underline{j}', \quad \text{rot } \underline{E}' = - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{H}'}{\partial t},$$

gdzie wektor indukcji  $\underline{D}$  jest związany z natężeniem pola elektrycznego za pomocą tensora liniowej przenikalności elektrycznej  $\epsilon_{ij}(\underline{r}, t)$ :

$$/31/ \quad D_i(\underline{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\underline{r}' \varepsilon_{ij}(\underline{r} - \underline{r}', t - t') E_j(\underline{r}', t').$$

Całkowity współczynnik ekstynkcji  $h$  wygodniej jest wprowadzić jako stosunek energii  $Q$ , wydzielającej się w jednostce objętości i w jednostkowym czasie w postaci pól rozproszonych do gęstości strumienia energii fali padającej:

$$/32/ \quad h = \frac{Q}{S} = -\frac{1}{S c} \langle \underline{E}' \cdot \underline{\delta}'_j \rangle,$$

gdzie  $\langle \rangle$  oznacza uśrednienie względem ansamblu statystycznego.

Przeprowadzając rozkład fourierowski względem współrzędnych i czasu na podstawie /30/ i /31/ otrzymujemy:

$$/33/ \quad M_{ij}(\underline{k}, \omega) E_j(\underline{k}, \omega) = -\frac{4\pi i}{\omega} \delta'_{ji}(\underline{k}, \omega),$$

gdzie  $M_{ij}$  - tensor makswellowski [4], [15] :

$$/34/ \quad M_{ij}(\underline{k}, \omega) = \varepsilon_{ij}(\underline{k}, \omega) + \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left( \frac{k_i k_j}{k^2} - \delta_{ij} \right),$$

$$/35/ \quad \varepsilon_{ij}(\underline{k}, \omega) = \int_0^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} d\underline{\xi} \varepsilon_{ij}(\underline{\xi}, \tau) \exp[i(\omega\tau - \underline{k} \cdot \underline{\xi})].$$

Wyrażenie na wielkość  $Q$  występującą w /32/ można przy pomocy /33/ napisać w postaci:

$$/36/ \quad Q = 4\pi \int d\underline{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} (\delta'_{je} \delta'_{ji})_{\underline{k}, \omega} A_{ii}^{(a)}(\underline{k}, \omega),$$

gdzie:  $A_{ii}^{(a)} = \frac{1}{2} (M_{ii}^{-1} - M_{ii}^{-1*})$  - antyhermitowska część tensora, którego macierz, jest odwrotna do macierzy makswellowskiego tensora /34/. Zakłada się, że widmo fluktuacji jest stacjonarne i jednorodne, tak że,



$$/37/ \quad \langle \delta_{ji}'(\underline{k}, \omega) \delta_{ji}'(\underline{k}', \omega') \rangle = (\delta_{ji}' \delta_{ji}')_{\underline{k}, \omega} \delta(\underline{k} + \underline{k}') \delta(\omega + \omega').$$

Gęstość strumienia energii występująca we wzorze /32/ ma następującą postać [15]:

$$/38/ \quad S = \frac{\tilde{E}_{0i}^* \tilde{E}_{0j}}{16\pi} \left| \frac{\partial \omega_0}{\partial k_\alpha} \right| \frac{\partial}{\omega_0 \partial \omega_0} (\omega_0^2 \epsilon_{ij}^{(H)}(\underline{k}_0, \omega_0)),$$

gdzie  $\epsilon_{ij}^{(H)}$  - hermitowska część tensora przenikalności elektrycznej /35/. Pole fali padającej  $E_0$  ma postać fali płaskiej:

$$/39/ \quad \underline{E}_0 = \frac{1}{2} (\tilde{\underline{E}} \exp[i(-\omega_0 t + \underline{k}_0 \underline{r})] + \tilde{\underline{E}}^* \exp[i(\omega_0 t - \underline{k}_0 \underline{r})]),$$

przy czym związek pomiędzy częstotliwością  $\omega_0$  i wektorem falowym  $\underline{k}_0$  określa równanie dyspersyjne  $\det M_{ij}^{(H)}(\underline{k}_0, \omega_0) = 0$ .

Można także wprowadzić różniczkowy współczynnik ekstynkcji  $dh(\underline{k})$  charakteryzujący energię fal rozproszonych w określonym przedziale liczb falowych  $d\underline{k}$ . Na podstawie wzorów /36/ i /32/ otrzymamy:

$$/40/ \quad dh(\underline{k}) = \frac{d\underline{k}}{S} 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} (\delta_{ji}' \delta_{ji}')_{\underline{k}, \omega} i A_{il}^{(0)}(\underline{k}, \omega).$$

W izotropowym i jednorodnym ośrodku tensor przenikalności elektrycznej wyraża się poprzez dwie skalarne wielkości: podłużną  $\epsilon^l$  i poprzeczną  $\epsilon^{tr}$  przenikalności elektryczne:

$$\epsilon_{ij}(\underline{k}, \omega) = \frac{k_i k_j}{k^2} \epsilon^l(\underline{k}, \omega) + (\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}) \epsilon^{tr}(\underline{k}, \omega).$$

Wobec tego macierz odwrotna  $\{A_{ij}\}$  do macierzy tensora maksymalowskiego ma postać:

$$/41/ \quad A_{ij}(\underline{k}, \omega) = \frac{k_i k_j}{k^2} \frac{1}{\epsilon^l(\underline{k}, \omega)} + \frac{\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}}{\epsilon^{tr}(\underline{k}, \omega) - k^2 c^2 / \omega^2}.$$

Wzór /36/ przybiera przy tym postać:

$$/42/ Q = 4\pi \int d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} (\delta'_{j_l} \delta'_{j_l})_{\mathbf{k}, \omega} \left[ \frac{k_l k_l}{k^2} \frac{\text{Im} \mathcal{E}^l(\mathbf{k}, \omega)}{|\mathcal{E}^l(\mathbf{k}, \omega)|^2} + (\delta_{il} - \frac{k_i k_l}{k^2}) \frac{\text{Im} \mathcal{E}^{tr}(\mathbf{k}, \omega)}{|\mathcal{E}^{tr}(\mathbf{k}, \omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}|^2} \right]$$

Pierwszy czynnik we wzorze /42/ opisuje wydzielenie się energii w ośrodku w postaci rozproszonych fal podłużnych, zaś drugi w postaci rozproszonych fal poprzecznych. Często interesujące jest tylko pole rozproszone w obszarze przezroczystości ośrodka  $\text{Im} \mathcal{E}^l \rightarrow 0$ ,  $\text{Im} \mathcal{E}^{tr} \rightarrow 0$ . Wzory /42/ przybierają w tym przypadku postać:

$$/43/ Q = 4\pi^2 \int d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} (\delta'_{j_l} \delta'_{j_l})_{\mathbf{k}, \omega} \left\{ \frac{k_l k_l}{k^2} \delta[\mathcal{E}^l(\mathbf{k}, \omega)] + (\delta_{il} - \frac{k_i k_l}{k^2}) \delta[\mathcal{E}^{tr}(\mathbf{k}, \omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}] \right\}$$

Także często bywa wykorzystywana następująca terminologia [16]: jeżeli fala rozproszona jest tego samego typu co fala padająca /obie podłużne lub obie poprzeczne/ to mówimy o rozproszeniu fal, jeżeli zaś fala padająca i rozproszona są różnych typów, to mówimy o transformacji fal. Na przykład przy rozpraszaniu fali poprzecznej pierwszy czynnik w formule /43/ odpowiada transformacji, zaś drugi rozpraszaniu fali.

Należy zwrócić uwagę na jeszcze inną formę przedstawienia wielkości Q, która wynika z wzorów /32/, /33/:

$$/44/ Q = -\frac{1}{4\pi} \int d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega (E_i E_m)_{\mathbf{k}, \omega} i M_{im}^{(a)}(\mathbf{k}, \omega)$$

gdzie  $M_{im}^{(a)}$  - antyhermitowska część tensora /33/. Gęstość widmowa dla pól rozproszonych jest zdefiniowana analogicznie do gęstości widmowej dla prądów /37/:

$$\langle E_i(\mathbf{k}, \omega) E_m(\mathbf{k}', \omega') \rangle = (E_i E_m)_{\mathbf{k}, \omega} \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(\omega + \omega')$$

W szczególności dla ośrodka izotropowego z wzoru /44/ otrzymujemy:

$$/45/ \quad Q = \frac{1}{4\pi} \int d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \omega (E_i E'_m)_{\mathbf{k}, \omega} \left[ \frac{k_i k_m}{k^2} \text{Im} \mathcal{E}^l(\mathbf{k}, \omega) + (\delta_{im} - \frac{k_i k_m}{k^2}) \text{Im} \mathcal{E}^{tr}(\mathbf{k}, \omega) \right]$$

Wzór /45/ razem z /32/ i /38/ wyraża współczynnik ekstynkcji fali padającej przez gęstość widmową pól rozproszonych w ośrodku.

### Magnetosfera jako ośrodek słabo sprzężony.

Jak wiadomo /18/, [19], [20], wokół Ziemi, w przestrzeni kosmicznej znajduje się obszar zwany magnetosferą. Obecność magnetosfery związana jest z oddziaływaniem wiatru słonecznego z polem magnetycznym Ziemi. Jeżeli nie występowałby wiatr słoneczny, to zewnętrzna warstwa jonosfery składałaby się z plazmy elektronowo-protonowej. Koncentracja tej plazmy zależałaby od dyfuzji cząsteczek wzdłuż linii sił pola magnetycznego. Poza tym plazma ta przechodziłaby stopniowo w plazmę z przestrzeni kosmicznej.

Jednak wskutek poruszania się wiatru słonecznego w polu magnetycznym Ziemi indukują się w nim prądy elektryczne, które wytwarzają własne pole, oddziałujące z kolei z polem geomagnetycznym. W wyniku tego wiatr słoneczny zmienia swój kierunek i opływa Ziemię i w rezultacie powstają dwa obszary. W pierwszym obszarze znajduje się wiatr słoneczny, zaś w drugim nie ma wiatru słonecznego, tylko wmrózone pole magnetyczne. Ten drugi obszar nazywa się magnetosferą. Granica pomiędzy tymi obszarami nazywa się magnetopauzą. Centralna część magnetosfery nazywa się plazmosferą. Ma ona stosunkowo niską koncentrację cząsteczek naładowanych.

Ogólnie można stwierdzić: że magnetosferą, ze względu na występujące w niej, w różnej skali, niejednorodności czasowe i przestrzenne stanowi niezwykle skomplikowany układ plazmowy. Jednak warunek słabego sprzężenia zachodzi tam lepiej niż dla jonosfery, z powodu na ogół małej koncentracji cząsteczek naładowanych i braku cząsteczek neutralnych.

Na stan elektrodynamiczny magnetosfery duży wpływ mają prądy jonosferyczne, które na dużych szerokościach geomagnetycznych są zależne od pola elektrycznego w magnetosferze [21],

[22]. Jest to problem sprzężenia elektrodynamicznego pomiędzy magnetosferą i jonosferą. W tym sprzężeniu ma udział nawet dolna część jonosfery za pomocą prądów Birkelanda [23]. Dokładne dane o tych prądach pochodzą z różnych badań satelitarnych dokonywanych w ostatnim okresie. Ten fakt świadczy o niezwyklej złożoności procesów zachodzących w dużej skali w magnetosferze. Nawet jeżeli ograniczymy się do plazmosfery i do krótkiej skali czasowej, to wyniki pomiarów będą silnie zależały od pory i szerokości geomagnetycznej. Można to zauważyć na podstawie obserwacji inkrementu lub dekrementu dla fal plazmowych przy pomocy GEOS-1 [24]. Obserwacje dotyczące fal plazmowych wymagają uwzględnienia transformacji fal plazmowych w fale elektromagnetyczne i na odwrót [16], ze względu na to, że urządzenia na satelitach emitują fale elektromagnetyczne, które następnie łatwo transformują się w fale plazmowe.

Badania obejmujące nieco większą skalę czasową wymagają zastosowania teorii quasi-liniowej, naszkicowanej wyżej, lecz z uwzględnieniem stałego pola magnetycznego [25]. Natomiast zastosowanie teorii słabej turbulencji, a właściwie badanie anomalnej rezystywności w związku z indukowanym rozpraszaniem fal magneto-dźwiękowych przedstawione w [26]. Natomiast dane eksperymentalne ujęte pod kątem zastosowania do magnetopauzy teorii słabej turbulencji przedstawione w [27]. Poza tym w [28] otrzymano fenomenologiczny układ równań, w którym współczynniki transportu dla magnetosfery zostały otrzymane na podstawie równania Boltzmana. Człon zderzeniowy w tym równaniu został zmodyfikowany w celu uwzględnienia rozproszenia cząsteczek na turbulentnych pulsacjach zachodzących w magnetosferze. Praca została doprowadzona do konkretnych wyrażeń, które skonfrontowano ze znanymi z eksperymentów danymi.

LITERATURA

- [1] S. ICHIMARU, Basic principles of plasma physics, Benjamin, Massachussetts 1973.
- [2] N.A. KRALL, W. TRIVELPIECE, Fizyka plazmy, PWN, Warszawa 1979.
- [3] I.P. SHKAROFSKY, T.W. JOHNSTON i M.P. BACHYNSKI, The particle kinetics of plasmas, Addison-Wesley, 1966.
- [4] W.P. SILIN, Wstęp do teorii kinetycznej gazów, PWN, Warszawa, 1975.
- [5] W. ROZMUS, Wpływ pola samouzgodnionego na zachowanie asymetryczne plazmy, praca doktorska, IBJ w Świerku, Warszawa 1977.
- [6] R. BALESCU, I. PAIVA-VERETENNICOFF, Kinetic theory of the evolution of collective plasma excitations in an electric field, I. Plasma Phys., 16, 129, /1976/.
- [7] K. SUCHY and K. RAWER, The definition of collision frequencies and their relation to the electron conductivity of the ionosphere, J. Atmosph.Terr.Phys., 33, 1853 /1977/.
- [8] J.L. ALPIERT, Ob elementach tensorsa przewodimosti i koeficientach prelomlenija i zatuchanija magnitoaktywnej stołknowitielnej plazmy, Geomagnetizm i aeronomija, 20, N5, /1980/.
- [9] T. HAGFORS, Conductivity of a weakly ionized plasma as related to particle diffusion in space, Phys.Fluids, 13, 2790 /1970/.
- [10] R. BALESCU, Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics, J. Wiley, 1975.
- [11] Y. OHGUCHI, Comments on "Application of Kubos modified theory of Brownian motion to a plasma", Phys.Fluids, 15, 949 /1972/.
- [12] J. SHEFFIELD, Plasma scattering of electromagnetic radiation, Academic Press, 1975.
- [13] Woprosy fizyki wysokoszirotnej jonosfery, Nauka, Leningrad 1976.
- [14] B.B. KADOMCEW, Kollectiwnyje jawlenija w plazmie, Nauka, Moskwa 1976.

- [15] A.F. ALIEKSANDROW, L.S. BOGDANKIEWICZ, A.A. RUCHADZE, Osnowy elektrodynamiki plazmy, Wyszczaja Szkoła, Moskwa 1978.
- [16] Elektrodinamika plazmy - pod redakcją A.I. Achieziera, Nauka, Moskwa 1974.
- [17] K. ŻUCHOWSKI, Fluktuacje elektrodynamiczne i reakcja ośrodka przewodzącego na zaburzenie zewnętrzne, praca doktorska IPPT PAN, Warszawa 1980.
- [18] W.N. HESS, The radiation belt and magnetosphere Blaisdell, Massachusetts 1968.
- [19] S.I. AKASOFU, S. CHAPMAN, Solar-terrestrial physics, Clarendon Press, Oxford 1972.
- [20] K. SCHINDLER and J. BIRN, Magnetospheric physics, Physics Reports, 47, 111 /1978/.
- [21] E.E. ANTONOWA, O prodałnych tokach w poliamoj magnitosferie i jonosferie, Geomagnetizm i aeronomija, 19, 676 /1979/.
- [22] E.E. ANTONOWA, Prodołnyje polia i toki w wieczernom siektorze awronalnoj magnitosfiery, Geomagnetizm i aeronomija, 19, 871 /1979/.
- [23] Dynamics of the magnetosphere, ed.by. S.I. AKASOFU, Reidel, Dordrecht 1980.
- [24] Advances in magnetospheric physics with GEOS-1 and ISEE ed.by. K. KNOTT, Reidel, Dordrecht 1979.
- [25] A. ROUX and J. SOLOMON, Self-consistent solution of the quasi-linear theory. Application to the spectral shape and intensity of VLF waves in the magnetosphere, J. Atmosph. Terr. Phys., 33, 1457 /1971/.
- [26] W.F. ZACHARCZENKO, B.M. CZISTOSIERDOW, K teoriji elektroprowodimosti turbulientnoj magnitosfernoj plazmy, Geomagnetizm i aeronomija, 19, 292 /1979/.
- [27] D.A. GURNEE et al., Plasma wave turbulence at the Magnetopause. Observations from ISEE-1 and 2, J. Geophys. Res., 84, 7043 /1979/.
- [28] W.S. DANIŁOWA, G.F. KRYMSKIJ, Opriedielienije koeficientow pierienosa dla plazmy s kwazistołknowieniami, Geomagnetizm i aeronomija, 17, 727 /1977/.