

Identification du pseudopotentiel de dissipation $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij})$ en fluage biaxial haute température (350°C) de l'aluminium (99,5% en poids) Analyse thermodynamique et modélisation du comportement en fluage primaire et transitoire

C. LEXCELLENT (BESANÇON)

POUR L'ALUMINIUM A5 (99,5% en poids) à haute température (350°), en fluage stationnaire mono-axial (traction) ou biaxial (traction-torsion), des techniques expérimentales (par décrétement ou incrément de contrainte) de mesures des paramètres d'érouissage h et de restauration r , permettent d'identifier un potentiel d'écoulement viscoplastique $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}^n, T)$. L'utilisation de l'analyse thermodynamique de Mandel permet de définir les fonctions thermodynamiques (puissance de dissipation intrinsèque Φ , énergie libre ϕ^m ...) et de montrer que h et r ne dépendent que de la contrainte interne dans le cas d'un érouissage cinématique pur à un seul type de variables internes. Enfin, l'écriture explicite de l'équation de la cinétique de la variable interne (type Bailey Orowan) permet de prévoir les comportements transitoires de l'aluminium A5 à haute température.

Jednoosiowe oraz dwuosiove próby pełzania (rozciąganie oraz rozciąganie ze skręcaniem) przeprowadzone dla ustalonego płynięcia aluminium (99,5% wagowo) przy temperaturze $T = 350^\circ\text{C}$ i zmiennych naprężeniach (malejących i rosnących) pozwalają wyznaczyć parametr wzmocnienia h oraz regeneracji r i przeprowadzić identyfikację potencjału lepkoplastycznego $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}^n, T)$. Zastosowanie analizy termodynamicznej Mandela umożliwia zdefiniowanie funkcji termodynamicznych i wykazanie, że h oraz r zależą wyłącznie od naprężeń wewnętrznych przy czysto kinematycznym wzmocnieniu z jedną zmienną wewnętrzną. Jawną postać równania kinematycznego dla zmiennej wewnętrznej (typu Baileya-Orowana) pozwala przewidzieć przejściowy charakter procesu pełzania aluminium przy wysokiej temperaturze.

Одноосные и двуосные испытания ползучести (растяжение и растяжение со скручиванием), проведенные для установившегося течения алюминия (99,5% по весу), при температуре $T = 350^\circ\text{C}$ и переменных напряжениях (убывающих и возрастающих), позволяют определить параметр упрочнения и регенерации, а также провести идентификацию вязкопластического потенциала $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}^n, T)$. Применение термодинамического анализа Манделя дает возможность определить термодинамические функции и показать, что h и r зависят исключительно от внутренних напряжений, при чисто кинематическом упрочнении с одной внутренней переменной. Явный вид кинематического уравнения для внутренней переменной (типа Байлея - Орована) позволяет предсказать переходный характер процесса ползучести алюминия при высокой температуре.

Nomenclature

Contraintes multiaxiales (traction-torsion)

- σ_{ij} composantes de la contrainte appliquée,
- σ_{zz} traction axiale dans un essai traction-torsion,
- $\sigma_{z\theta}$ contrainte de cisaillement dans un essai de traction-torsion,
- σ'_{ij} composante du déviateur du tenseur des contraintes appliquées $\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \sigma_{kk}$,

X_{ij} composante de la contrainte interne mesurée par la „dip test technique”,

X'_i composante du tenseur déviateur $X'_i = X_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} X_{kk}$,

$q_{ij} = \sigma_{ij} - X_{ij}$ composantes de la contrainte effective,
 $q'_{ij} = \sigma'_{ij} - X'_{ij}$ composantes du déviateur de la contrainte effective,
 $\bar{\sigma}$ contrainte appliquée équivalente

$$\bar{\sigma} = \left(\frac{3}{2} (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}) \right)^{1/2} = \left(\sigma_{zz}^2 + \frac{3}{2} \sigma_{z\theta}^2 + \frac{3}{2} \sigma_{\theta z}^2 \right)^{1/2},$$

\bar{q} contrainte effective équivalente

$$\bar{q} = \left(\frac{3}{2} (\sigma'_{ij} - X'_{ij})(\sigma'_{ij} - X'_{ij}) \right)^{1/2} = \left(\frac{3}{2} (q_{ij} q_{ij}) \right)^{1/2},$$

$$\bar{q} = \left[(\sigma_{zz} - X_{zz})^2 + \frac{3}{2} (\sigma_{z\theta} - X_{z\theta})^2 + \frac{3}{2} (\sigma_{\theta z} - X_{\theta z})^2 \right]^{1/2},$$

\bar{X} contrainte interne équivalente

$$\bar{X} = \left(\frac{3}{2} (X'_{ij} X'_{ij}) \right)^{1/2} = \left(X_{zz}^2 + \frac{3}{2} X_{z\theta}^2 + \frac{3}{2} X_{\theta z}^2 \right)^{1/2}.$$

Déformations multiaxiales

$\dot{\epsilon}_{ij}$ composantes de la vitesse de fluage,
 $\dot{\epsilon}_{zz}$ et $\dot{\epsilon}_{z\theta}$ déformation axiale et déformation en cisaillement dans les essais de traction-torsion,

$\bar{\dot{\epsilon}}$ vitesse de déformation équivalente

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \left(\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}) \right)^{1/2},$$

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \left(\dot{\epsilon}_{zz}^2 + \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{\theta z}^2 + \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{z\theta}^2 \right)^{1/2},$$

s^r valeur stationnaire.

1. Introduction

LES ÉQUATIONS constitutives pour la viscoplasticité (haute température) sont en général difficilement utilisables dans la pratique. Par suite des problèmes complexes posés par la justification expérimentale d'un modèle et par son identification, il paraît intéressant de rechercher „un système d'équations constitutives” utilisable à des températures où le fluage a une grande importance et ce, pour des matériaux usuels.

Depuis le premier Symposium IUTAM „creep in structures” en 1960 [1], les méthodes d'approches en viscoplasticité se sont beaucoup affinées avec les lois à écrouissage isotrope [2, 3, 4] et celles à écrouissage cinématique. Les travaux pour les lois à écrouissage cinématique nous serviront de référence puisque notre approche expérimentale nous permettra d'interpréter le comportement en fluage haute température de l'aluminium en terme d'écrouissage cinématique pur à un seul type de variables internes.

Pour l'école française, c'est principalement à LEMAITRE [4] et CHABOCHE [5] qu'il faut attribuer une structuration de la modélisation mathématique de la plasticité et de la viscoplasticité en utilisant le formalisme de la thermodynamique des processus irréversibles [6]. La première classe de modèles dits à „variables internes”, a été proposée par ROBINSON [7] et CHANG [8] pour le fluage des métaux à haute température en utilisant la représentation de la variable d'état de ONAT [9].

La densité de dislocation (modèle de LAGNEBORG [10]) ou des paramètres équivalents sont utilisés comme variables d'état interne et les effets de restauration sont pris en compte.

Un certain nombre de modèles de comportement à structure héréditaire constitue une seconde classe d'approche du problème [11].

En théorie, il devrait être possible de passer de l'une à l'autre par exemple en déterminant des variables internes à partir de fonctionnelles prenant en compte toutes les valeurs passées des variables contrôlées.

L'un des points d'achoppement est l'introduction d'un potentiel dissipatif ou d'écoulement dans le premier groupe de modèles qui n'interviennent pas automatiquement dans le second groupe.

Cependant, celui-ci constitue une généralisation du principe du travail maximum de Hill et de la règle de normalité [5] dont les vérifications expérimentales sont nombreuses et dont l'extension au cas viscoplastique paraît prometteuse [12].

La comparaison théorique et expérimentale complète des deux approches probablement plus complémentaires qu'opposées n'est pas l'objet du présent travail.

Pour les modèles à „variables internes”, l'originalité du travail de l'équipe de Besançon [13, 14] se situe dans le fait que la construction et la validation du système d'équations viscoplastiques provient essentiellement d'un plan d'expérience et non de l'identification d'un modèle à une courbe expérimentale.

Dans cette optique, le nombre et la nature des variables et des paramètres ont été optimisées et repérées essentiellement à partir de mesures physiques.

Dans le présent travail, principalement à partir de techniques d'incrément ou de décrements de contrainte, nous nous sommes attachés tout d'abord à définir plus précisément la forme du potentiel plastique d'écoulement de RICE [15] $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}, T)$ dans le cas particulier de l'aluminium (99,5 % Al) à haute température. $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}, T)$ détermine dans l'espace des contraintes des surfaces „équipotentielles” [12] que nous déterminerons pour notre alliage. Les variables d'état interne X_{ij} ont été justifiées et utilisées [16] pour caractériser l'état du matériau obtenue pour une température T , des contraintes appliquées σ_{ij} , une histoire de déformation fixée.

Ensuite, la connaissance de ce pseudopotential de dissipation Ω permettra de développer un modèle thermodynamique de comportement viscoplastique à un seul type de variable interne. Avec l'introduction d'une variable interne (de vitesse) duale de la contrainte interne, nous pouvons identifier:

- la puissance de dissipation intrinsèque Φ ,
- l'énergie libre φ^H ,
- la fonction de dissipation D .

L'analyse thermodynamique permet aussi de distinguer de quelles variables dépendent les fonctions d'écrouissage h et de restauration r .

Enfin, pour l'aluminium à haute température, deux applications sont données. La première consiste en une analyse quantitative du fluage primaire pour un essai monoaxial. La seconde est l'identification du comportement transitoire par l'intégration numérique de l'équation de Bailey–Orowan écrite de façon explicite grâce aux mesures en fluage stationnaire de la contrainte interne et des paramètres d'écrouissage et de restauration.

2. Identification du pseudopotentiel de dissipation $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}, T)$

2.1. Conditions et résultats expérimentaux

2.1.1. Matériel expérimental. Les essais biaxiaux ont été réalisés sur une machine asservie à contraintes σ_{zz} et $\sigma_{z\theta}$ constantes [17].

L'aluminium A5 (99,5% d'Al) a été choisi en raison de la bonne connaissance que nous en avons en fluage monoaxial [16], avec l'idée d'étendre au biaxial la notion d'équation d'état plastique étudiée en fluage uniaxial.

Les éprouvettes sont des tubes (longueur $l = 25$ mm, diamètres $\varnothing = 4,5-6,5$ mm) choisis pour leur usinage facile et l'obtention de contraintes relativement homogènes. Par exemple, dans le cas le plus défavorable de la torsion pure, la variation relative de contrainte le long d'un rayon est inférieure à 20% [17].

Les éprouvettes sont homogénéisées par un recuit de 20 min. à 400°C suivi d'une trempe à l'eau glacée ce qui conduit à l'obtention de grains moyens d'environ 0,2 mm.

Les essais de fluage ont été réalisés à la température de 355°C, dans une gamme de contraintes axiales σ_{zz} de $0,4 \times 10^7$ N/m² à $1,2 \times 10^7$ N/m² et de contraintes de cisaillement $\sigma_{z\theta}$ de 0,2 à $0,6 \times 10^7$ N/m².

Les déformations axiales et de cisaillement sont mesurées respectivement par un L.V.D.T. et un R.V.D.T. (les plus petits changements de déformation détectés sont de l'ordre de 5×10^{-6}) à la fois sur les mors à l'extérieur du four ou dans le cas des déformations axiales directement sur l'éprouvette avec des tiges d'alumine, transmettant l'élongation de l'éprouvette en dehors du four. Actuellement, les imprécisions sur les mesures viennent plus du fait que nous avons à étudier des vitesses de fluage transitoire que du dispositif expérimental qui n'introduit que des erreurs négligeables.

La température est régulée par un système P.I.D., ce qui, dans l'intervalle de température de nos expériences, donne une stabilité avec une précision de 1°C. Le gradient de température le long de l'échantillon étant de $\pm 1^\circ\text{C}$ (des mors en alumine ont été utilisés).

2.1.2. Procédé expérimental. Le procédé (matériel expérimental et manipulations) a été mis au point par MERMET, DELOBELLE et OYTANA [12, 17]. Les quelques rappels et résultats rapportés ci-dessous montrent en fait l'application de leurs méthodes au cas de l'aluminium A5. Ils seront utilisés afin d'écrire une forme de potentiel d'écoulement stationnaire.

L'essai consiste en une généralisation de la méthode de la „dip test technique” au cas du fluage biaxial. Pour une température T , des contraintes σ_{zz} et $\sigma_{z\theta}$ fixées, on réalise un état de fluage stationnaire représenté par le point A (fig. 1). On effectue alors des décrets de contrainte ($\Delta\sigma_{zz}$, $\Delta\sigma_{z\theta}$) et on mesure les vitesses instantanées $\dot{\epsilon}_{zzt}$ et $\dot{\epsilon}_{z\theta t}$ obtenues par un vecteur en chaque point B atteint par décrement (fig. 1) [14].

La connaissance de ces directions d'écoulement permet la détermination expérimentale de l'allure des surfaces équipotentielles auxquelles la vitesse de déformation est normale.

La précision sur la détermination de la direction de l'écoulement est bonne car elle ne nécessite pas la connaissance directe de chacune des composantes de la vitesse de déformation transitoire. Les écarts observés proviennent le plus souvent de ce que à cause du nombre important de points de mesure le temps laissé entre deux essais fait que le

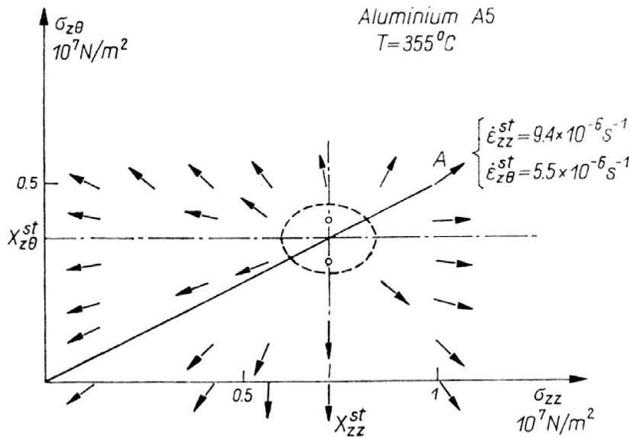


FIG. 1. Directions des vitesses de déformations instantanées après des décrets de contraintes biaxiales effectuées à partir du point de fonctionnement A (fluage stationnaire).

fluage stationnaire peut n'être pas chaque fois atteint. La validité de l'existence et de la forme des équipotentielles est confirmée par les expériences similaires sur d'autres matériaux présentées en [12] et les résultats obtenus avec précision sur le rapport $\dot{\epsilon}_{zz}^{st} / \dot{\epsilon}_{z\theta}^{st}$ (cf. équation (2.2) plus loin).

Les coordonnées du centre de ces équipotentielles X_{zz}^{st} et $X_{z\theta}^{st}$ sont la généralisation biaxiale de la contrainte interne. X_{zz}^{st} et $X_{z\theta}^{st}$ sont identiques à celles définies et mesurées en contrainte uniaxiale par la dip test technique d' AHLQUIST et NIX [18].

Une précaution importante à apporter aux essais consiste à partir d'une même histoire de chargement pour les éprouvettes utilisées. En effet, les études réalisées en fluage monoaxial sur l'A5 [16] et fluage biaxial sur le 2024-T81 Al par G. M. BROWN [19] mettent en évidence une grande dépendance du comportement du matériau avec l'histoire. Il avait été montré que ce résultat pouvait être interprété par l'introduction d'une seule variable interne γ (type dureté de HART [20]).

Dans un premier temps, les éprouvettes utilisées homogénéisées étaient directement soumises au fluage biaxial représenté par le point $A(T, \sigma_{zz}, \sigma_{z\theta})$.

Cependant, il faut noter que la même procédure expérimentale effectuée sur cet alliage et sur l'acier inoxydable 316 [14] où le point A représentait un état viscoplastique donné pas nécessairement stationnaire $(A(\sigma_{zz}, \sigma_{z\theta}, \dot{\epsilon}_{zz}, \dot{\epsilon}_{z\theta}, T))$, a donné de la même façon les équipotentielles et leur centre $(X_{zz}, X_{z\theta})$.

Ce fait permettra d'étendre le potentiel Ω identifié en stationnaire aux états transitoires. Soulignons les imprécisions de positionnement du centre des équipotentielles pour les faibles vitesses $\dot{\epsilon}_{zz}$ et $\dot{\epsilon}_{z\theta}$.

2.1.3. Résultats. L'étude écrite ci-dessous confirme l'extension de la loi puissance en fluage biaxial proposée par [12].

On vérifie (fig. 2) la relation :

$$(2.1) \quad \bar{\epsilon}^{st} = K[\bar{q}^{st}(\sigma, X^{st})]^n \quad \text{avec} \quad n = 2$$

valeur identique à celle trouvée en monoaxial pour l'A5.

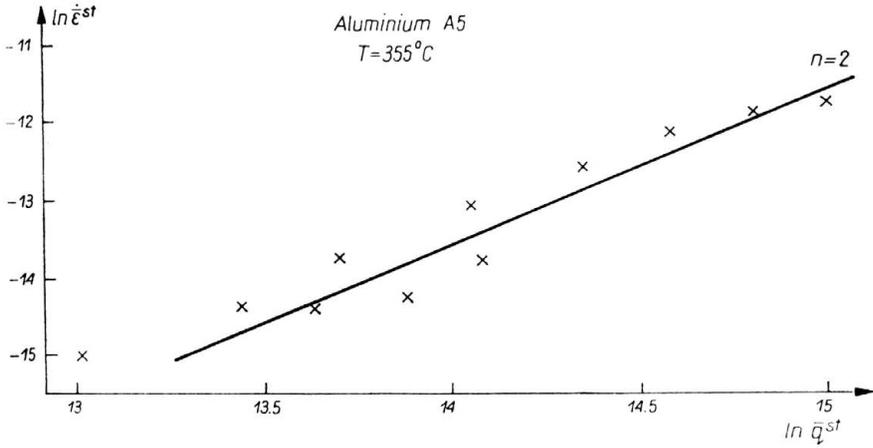


FIG. 2. Sensibilité de la vitesse de fluage stationnaire $\dot{\epsilon}^{st}$ à la contrainte effective équivalente \bar{q}^{st} .

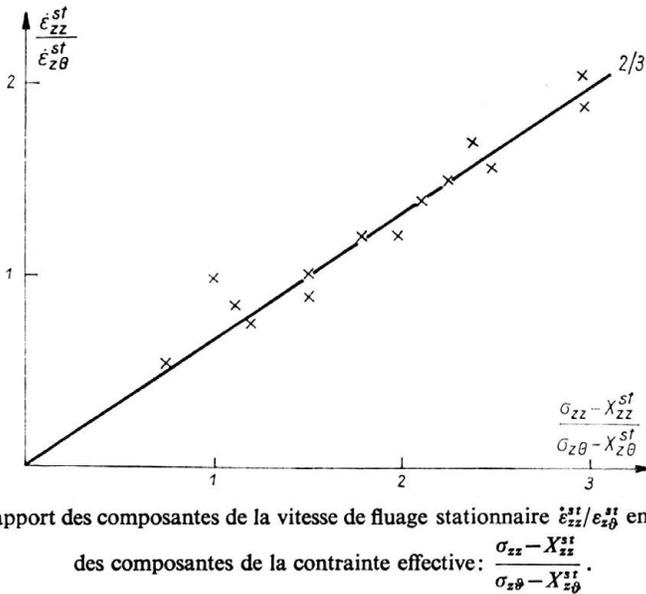


FIG. 3. Tracé du rapport des composantes de la vitesse de fluage stationnaire $\dot{\epsilon}_{zz}^{st}/\dot{\epsilon}_{z\theta}^{st}$ en fonction du rapport des composantes de la contrainte effective: $\frac{\sigma_{zz} - X_{zz}^{st}}{\sigma_{z\theta} - X_{z\theta}^{st}}$.

D'autre part, une formulation voisine de celle de RICE [15] a été utilisée. Nous avons vérifié (fig. 3) la possibilité d'écrire chaque composante de la vitesse sous la forme:

$$\begin{aligned}
 \dot{\epsilon}_{zz}^{st} &= K' \frac{2}{3} (\sigma_{zz} - X_{zz}^{st}) [\bar{q}^{st}]^{n-1}, \\
 \dot{\epsilon}_{z\theta}^{st} &= K' (\sigma_{z\theta} - X_{z\theta}^{st}) [\bar{q}^{st}]^{n-1}, \\
 \dot{\epsilon}_{\theta z}^{st} &= K' (\sigma_{\theta z} - X_{\theta z}^{st}) [\bar{q}^{st}]^{n-1},
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

soit:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{st} = K'' (\sigma'_{ij} - X'_{ij}) [\bar{q}^{st} (\sigma_{ij}, X_{ij})]^{n-1};
 \tag{2.3}$$

qui peut encore s'écrire compte tenu de l'expression de $(\partial\bar{q}/\partial\sigma_{ij})_{st}$:

$$(2.4) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^{st} = K[\bar{q}^{st}]^n \left(\frac{\partial\bar{q}}{\partial\sigma_{ij}} \right)_{st},$$

formulation qui introduit la règle de normalité du vecteur vitesse de déformation dans l'espace des contraintes appliquées:

$$(2.5) \quad \vec{e}_{st} = K[\bar{q}^{st}] \overline{\text{grad}}(\bar{q}^{st}),$$

à la surface $\bar{q}^{st} = \text{Cte}$ au point de fonctionnement $A(\sigma_{zz}, \sigma_{z\theta}, \sigma_{\theta z})$.

2.2. Définition et détermination du potentiel d'écoulement

2.2.1. Règle de normalité. Utilisation des vitesses de fluage stationnaire. RICE [21] introduit un potentiel d'écoulement $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}, \varrho, T)$ (où ϱ est une variable interne scalaire caractéristique d'un écrouissage isotrope) tel que:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}, \varrho, T)}{\partial\sigma_{ij}}.$$

Les résultats de OYTANA, DELOBELLE, MERMET [12] montrent que, d'une manière générale ϱ peut être négligé en cours de fluage à haute température et d'autre part que $\partial\Omega/\partial\sigma_{ij}$ ne dépend que de \bar{q} . Les résultats présentés aux paragraphes précédents sont conformes à ces conclusions (en particulier l'unicité des courbes des figures 1 et 3 et la figure 2); celles-ci, exprimées par (2.4), permettent une détermination de $\partial\Omega/\partial\sigma_{ij}$ par:

$$(2.6) \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^{st} = K\bar{q}^n \left(\frac{\partial\bar{q}}{\partial\sigma_{ij}} \right)_{st} = \frac{\partial\Omega}{\partial\sigma_{ij}}(\sigma_{ij}, X_{ij}^{st}, T)$$

qui par intégration permet d'écrire:

$$(2.7) \quad \Omega = F(\bar{q}, T) + \Phi(X_{ij}, T)$$

avec

$$(2.8) \quad F = \frac{2}{3} \frac{K'}{n+1} \bar{q}^{n+1}.$$

REMARQUE. La détermination de Ω conduisant à (2.7) et (2.8) utilise essentiellement l'écoulement stationnaire étudié au paragraphe précédent. Les résultats obtenus sont en accord avec le modèle de RICE [21] précisé expérimentalement en [5]. La validité du modèle représenté entre autres par (2.6) est admise dans la mesure où nos essais sont en accord avec lui.

2.2.2. Etude de $\Phi(X_{ij}, T)$. La température intervient essentiellement par l'énergie d'activation et ne pose pas de problème direct. Nous considérons dans la suite essentiellement des essais à une température fixée ($T = 355^\circ\text{C}$).

Dans (2.7), Φ reste indéterminée. En utilisant les résultats expérimentaux, la seule relation (2.6) qui porte sur des dérivées ne permet pas la détermination de la constante d'intégration. Seules des conditions supplémentaires imposées à $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}, T)$ peuvent permettre de le faire. Celles-ci seront les suivantes:

Ω est minimum par rapport aux variables internes lorsque le fluage est stationnaire

(c'est-à-dire lorsque $dX_{ij}/dt = 0$). Cette condition, introduite par RICE [15], découle de la méthode thermodynamique qu'il a utilisée pour définir Ω .

La règle de normalité est insuffisante pour décrire les lois de comportement du fluage. Il est nécessaire de préciser la loi d'évolution des contraintes internes; celle-ci peut être obtenue à partir de Ω ; ainsi PONTER et LECKIE [22] introduisent la loi physique de Bailey Orowan sous la forme:

$$(2.9) \quad \dot{X}'_{ij} = -h \frac{\partial \Omega}{\partial X_{ij}}$$

où h paramètre d'écroûissage, fonction (à identifier) de $\sigma_{zz}, \sigma_{z\theta}, \dot{\varepsilon}_{zz}, \dot{\varepsilon}_{z\theta}, X_{zz}, X_{z\theta}, T$.

La formulation (2.9) traduit l'usuel "postulat de normalité" non seulement en regard des paramètres externes $\bar{\varepsilon}$ mais aussi en regard des paramètres internes et des forces irréversibles associées.

2.2.3. Condition sur le fluage stationnaire. Elle s'écrit:

$$(2.10) \quad \left(\frac{\partial \Omega}{\partial X_{ij}} \right)_{st} = -\dot{\varepsilon}_{ij}^{st} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial X_{ij}} \right)_{st} = 0.$$

De plus, la figure 3 et des expériences du type de celle montrée sur la figure 1 confirment un résultat montré en [12] sur d'autres alliages:

$$(2.11) \quad \frac{X_{ij}^{st}}{\sigma_{ij}} = p$$

avec p scalaire indépendant des indices mais dépendant de la contrainte appliquée (plus précisément de $\bar{\sigma}$) et de la température.

(2.10) et (2.11) montrent que Φ ne dépend que de \bar{X} , on posera:

$$(2.12) \quad \Phi(X_{ij}, T) = G(\bar{X}, T).$$

A une température donnée, G ne dépend que de \bar{X} et peut donc être déterminé par des essais purement uniaxiaux. La concordance de ces résultats et ceux obtenus en traction-torsion constituant alors en fait une confirmation expérimentale et rhéologique du modèle physique et rhéologique utilisé.

2.2.4. Détermination de $G(X)$. D'après (2.9) et (2.12) la relation:

$$(2.13) \quad \dot{X}'_{ij} = h \left[\dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{\partial G(\bar{X})}{\partial X_{ij}} \right]$$

devient:

$$(2.14) \quad \frac{d\bar{X}}{dt} = h \left(\bar{\varepsilon} - \frac{dG(\bar{X})}{d\bar{X}} \right)$$

d'où

$$(2.15)_1 \quad \left(\frac{d\bar{X}}{dt} \right)_{st} = 0 = h \left(\bar{\varepsilon}_{st} - \left(\frac{dG(\bar{X})}{d\bar{X}} \right)_{st} \right).$$

En fait, $\bar{\varepsilon}$ dépend de \bar{q} , le passage de $\bar{\varepsilon}^{st}(\bar{q}^{st})$ à $\bar{\varepsilon}^{st}(X^{st})$ nécessite la connaissance de la relation entre \bar{X}_{st} et $\bar{\sigma}$. Cette relation unique quel que soit le rapport $\sigma_{zz}/\sigma_{z\theta}$ est montrée sur la figure 4.

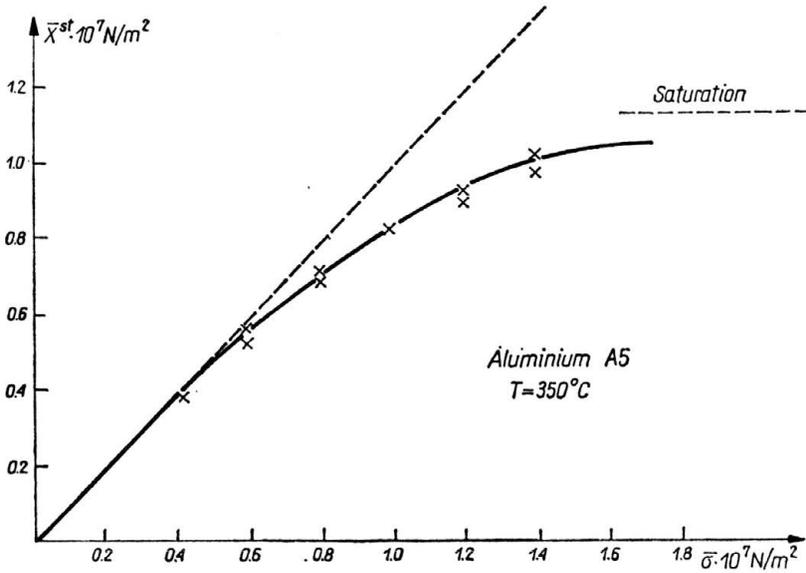


FIG. 4. Evolution de la contrainte interne équivalente \bar{X}_{st} avec la contrainte appliquée équivalente $\bar{\sigma}$.

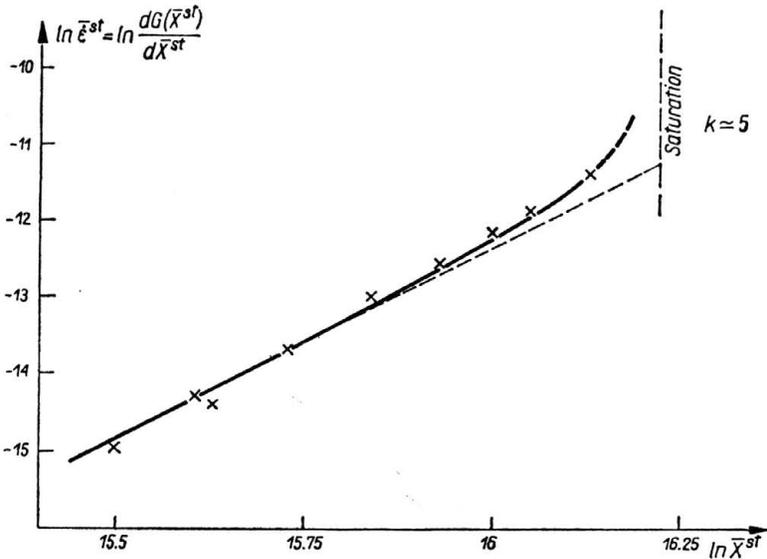


FIG. 5. Dépendance de la vitesse de fluage stationnaire $\bar{\epsilon}_{st}$ à la contrainte interne équivalente \bar{X}_{st} .

On peut maintenant tracer (fig. 5) la courbe $\text{Ln } \bar{\epsilon}_{st}$ en fonction de $\text{Ln } \bar{X}_{st}$ avec les valeurs obtenues en fluage stationnaire par les méthodes décrites précédemment (fig. 1).

Nous obtenons une fonction puissance entre $\bar{\epsilon}_{st}$ et \bar{X}_{st} :

$$(2.15)_3 \quad \left(\frac{dG}{d\bar{X}} \right)_{st} = \bar{\epsilon}_{st} = C (\bar{X}_{st})^k \quad \text{avec} \quad k = 5.$$

La cinétique de la contrainte interne écrite sous la forme de Bailey Orowan donne:

$$(2.16) \quad \frac{d\bar{X}}{dt} = h\dot{\varepsilon} - r$$

où r paramètre de restauration, ainsi:

$$(2.17) \quad \frac{dG}{d\bar{X}} = \frac{r}{h}.$$

BIROCHEAU [16] sur le même matériau en fluage stationnaire a mesuré r par la méthode de MITRA et MCLEAN [23] et h par la méthode de OIKAWA-SUGARAWA [24] et trouvé une dépendance de r/h avec \bar{X} par une loi puissance d'exposant 4,8. La bonne concordance des deux résultats est d'ailleurs évidente si l'on tient compte de ce que les valeurs de r et h , ainsi déterminées vérifient en stationnaire $r_{st}/h_{st} = \dot{\varepsilon}_{st}$.

Aux contraintes internes pas trop élevées ($\bar{X}_{st} \leq 0,9 \cdot 10^7$ N/m²), la relation linéaire obtenue (Figure 5) conduit à:

$$(2.18) \quad G(\bar{X}) = \frac{C}{k+1} (\bar{X})^{k+1} + G_0 \quad \text{avec} \quad k = 5.$$

2.2.5. Ecriture du pseudo potentiel $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij})$. Dans ce cas, le potentiel est complètement déterminé et s'écrit:

$$(2.19) \quad \Omega(\sigma_{ij}, X_{ij}) = \frac{K}{n+1} \left[\frac{3}{2} (\sigma'_{ij} - X'_{ij})(\sigma'_{ij} - X'_{ij}) \right]^{\frac{m+1}{2}} + \frac{C}{k+1} \left[\frac{3}{2} (X'_{ij} X'_{ij}) \right]^{\frac{k+1}{2}} + \Omega_0$$

avec la double règle de normalité:

$$(2.20) \quad \dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \dot{X}'_{ij} = -h \frac{\partial \Omega}{\partial X_{ij}}.$$

Nous obtenons une écriture du pseudo potentiel Ω identique à celle de ROBINSON [7] mais notre approche essentiellement basée sur l'expérience est différente.

3. Modèle thermodynamique du comportement viscoplastique à un seul type de variable interne

La forme de Ω ainsi obtenue permet d'interpréter le comportement de l'A5 à haute température en fluage biaxial (traction σ_{zz} et torsion $\sigma_{z\theta}$) en terme d'érouissage cinématique à un seul type de variable interne (les contraintes internes).

Avec MANDEL [25], nous supposons que l'ensemble de toutes les valeurs à t des contraintes internes et des variables commandées (les contraintes externes appliquées) donnent complètement l'état de l'échantillon à t , incluant les effets de l'histoire antérieure de déformation. Cette hypothèse a été vérifiée en fluage monoaxial [16]. Elle exclut la prise en compte de la „plasticité instantanée”.

L'application des acquis de la thermodynamique avec variables internes de COLEMAN et GURTIN [6] en fluage biaxial permet d'identifier les fonctions thermodynamiques.

3.1. Puissance intrinsèque de dissipation

Soit un élément de matière soumis à un processus de déformation viscoplastique infinitésimal permettant de passer de l à l' , l'élément est en équilibre sous l'effet conjugué des contraintes externes et des contraintes internes.

La différence entre un processus réel et un processus réversible purement conceptuel (les forces internes associées aux paramètres internes sont équilibrées par des forces externes fictives) donne le travail mécanique dissipé sous forme de production d'entropie $s^{(t)}$ [26]

$$(3.1) \quad \rho T ds^{(t)} = dW^D = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} - X_{ij} da_{ij} \geq 0$$

et la puissance intrinsèque dissipée s'écrit:

$$(3.2) \quad \Phi = \dot{W}^{(D)} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - X_{ij} \dot{a}_{ij} \geq 0$$

où \dot{a}_{ij} non encore explicitée est la variable interne de déformation duale de la contrainte interne X_{ij} .

3.2. Détermination de l'énergie libre d'Helmoltz

$\{T, \varepsilon_{ij}^e, a_{ij}\}$ est l'ensemble des variables indépendantes pour la fonction d'énergie libre.

Pour un essai isotherme, avec non prise en compte de la déformation élastique, φ^H devient seulement fonction des a_{ij} :

$$(3.3) \quad \varphi^H = \varphi^H(a_{ij})$$

avec

$$(3.4) \quad X_{ij} = \rho \frac{\partial \varphi^H}{\partial a_{ij}}$$

ce qui donne dans ce cas:

$$(3.5) \quad \rho d\varphi^H = \rho \frac{\partial \varphi^H}{\partial a_{ij}} da_{ij} = X_{ij} da_{ij}.$$

Le bilan énergétique se traduit par le fait que la composante viscoplastique de l'énergie libre est égale à la différence entre le travail viscoplastique effectué et le travail dissipé:

$$(3.6) \quad \rho \varphi^H = \int_0^t \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} - \int_0^t \Phi dt.$$

3.3. Application au fluage biaxial (haute température) de l'aluminium

La deuxième règle de normalité (traduction de la cinétique de la contrainte interne) est donnée par:

$$(2.9) \quad \dot{X}'_{ij} = -h \frac{\partial \Omega}{\partial X_{ij}}.$$

L'analyse thermodynamique de Mandel permet d'identifier \dot{a}_{ij} à \dot{X}'_{ij}/h .

$$(3.7) \quad \frac{\dot{X}'_{ij}}{h} = \dot{a}_{ij} = \frac{\partial \Omega}{\partial (-X_{ij})}.$$

Le potentiel d'écoulement a été déterminé en fluage stationnaire. Ce fait limite la variance du phénomène car lorsque les contraintes externes sont fixées, dans l'état stationnaire pour une histoire antérieure fixée, les contraintes internes, les vitesses d'écoulement sont fixées... Cela entraîne une difficulté à séparer les variables mise en jeu dans la déformation viscoplastique.

Ainsi, comme nous l'avons vu, les mesures fiables de h et de r (coefficient de restauration), ne sont possibles qu'à l'état stationnaire et il est difficile de savoir de quelles variables dépendent ces paramètres :

$$(3.4) \quad X_{ij} = \varrho \frac{\partial \varphi^H}{\partial a_{ij}},$$

$$(3.8) \quad \dot{X}_{ij} = \varrho \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \varphi^H}{\partial a_{ij}} \right) = \varrho \frac{\partial^2 \varphi^H}{\partial a_{ij} \partial a_{mn}} \dot{a}_{mn},$$

$$(3.9) \quad \varrho \frac{\partial^2 \varphi^H}{\partial a_{ij} \partial a_{mn}} \frac{\partial \Omega}{\partial (-X_{mn})} = h \frac{\partial \Omega}{\partial (-X_{ij})},$$

$$(3.10) \quad \varrho \frac{\partial^2 \varphi^H}{\partial a_{ij} \partial a_{mn}} = \frac{1}{2} (\delta_{im} \delta_{jn} + \delta_{in} \delta_{jm}) h,$$

$$(3.11)_1 \quad h = \varrho \frac{\partial^2 \varphi^H}{\partial a_{ij} \partial a_{ij}},$$

φ^H fonction quadratique des a_{ij} , $\varphi^H = \varphi^H(a_{ij} a_{ij})$.

Ainsi, le paramètre d'écrouissage ne peut être fonction que des paramètres internes a_{ij} ou X_{ij} .

De la dérivation de Ω par rapport aux contraintes internes :

$$(3.11)_2 \quad \dot{a}_{ij} = \frac{\partial \Omega}{\partial (-X_{ij})} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \frac{X'_{ij}}{X} C(\bar{X})^k = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\beta}_{ij}.$$

Il résulte que le terme de restauration r dans une équation type Bailey Orowan :

$$(3.12) \quad \frac{1}{h} \frac{dX}{dt} = \dot{\varepsilon} - \frac{r}{h}$$

sera lui aussi fonction uniquement des paramètres internes, puisque $\dot{\beta}_{ij}$ lié aux seules contraintes internes.

Ces résultats sont en accord avec les formulations de r et h de PONTÉ et LECKIE [22] et de CHANG [8].

Ainsi,

$$(3.13) \quad \varepsilon_{ij} = a_{ij} + \beta_{ij}.$$

Cette partition est importante pour analyser la réponse dissymétrique du fluage cyclique (traction compression) et permet de donner une signification physique aux β_{ij} .

Détermination de la fonction de dissipation D

La fonction $D(\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{a}_{ij})$ a la définition suivante :

$$(3.14) \quad \sigma_{ij} = \frac{\partial D}{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}} \quad \text{et} \quad (-X_{ij}) = \frac{\partial D}{\partial \dot{a}_{ij}}.$$

La transition de Ω à D s'opère par transformation de Legendre compliquée par la forme de Ω . Mais plus simplement:

$$(3.15) \quad \begin{aligned} dD &= \frac{\partial D}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}} d\dot{\epsilon}_{ij} + \frac{\partial D}{\partial \dot{a}_{ij}} d\dot{a}_{ij}, \\ dD &= \sigma_{ij} d\dot{\epsilon}_{ij} + (-X_{ij}) d\dot{a}_{ij}, \end{aligned}$$

de même: $\Omega = \Omega(\sigma_{ij}, -X_{ij})$:

$$(3.16) \quad \begin{aligned} d\Omega &= \frac{\partial \Omega}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial \Omega}{\partial (-X_{ij})} d(-X_{ij}), \\ d\Omega &= \dot{\epsilon}_{ij} d\sigma_{ij} + \dot{a}_{ij} d(-X_{ij}), \end{aligned}$$

ainsi,

$$(3.17) \quad d\Phi = d\Omega + dD.$$

Ainsi, D peut être choisi tel que:

$$(3.18) \quad D = \Phi - \Omega$$

ce qui rejoint l'analyse mathématique de MOREAU [27]:

$$\bar{\beta} = \left(\frac{2}{3} \dot{\beta}_{ij} \dot{\beta}_{ij} \right)^{1/2}$$

soit:

$$(3.19) \quad \bar{\beta} = C(\bar{X})^k$$

ce qui donne:

$$(3.20) \quad D(\bar{\epsilon}, \bar{\beta}) = \left[\frac{1}{K} \right]^{1/n} \frac{n}{n+1} (\bar{\epsilon})^{\frac{n+1}{n}} + \left(\frac{1}{C} \right)^{\frac{1}{k}} \frac{k}{k+1} (\bar{\beta})^{\frac{k+1}{k}}$$

et deux écritures de Φ .:

$$(3.21) \quad \Phi(\sigma_{ij}, X_{ij}) = K[\bar{q}]^{n+1} + C(\bar{X})^{k+1},$$

$$(3.22) \quad \Phi(\dot{\epsilon}_{ij}, \dot{a}_{ij}) = \left(\frac{1}{K} \right)^n (\dot{\epsilon})^{\frac{n+1}{n}} + \left(\frac{1}{C} \right)^k (\dot{\beta})^{\frac{k+1}{k}},$$

D constitue une grandeur physique au même titre que la puissance dissipative Φ .

Nous devons dire que dans le cas général, \dot{a}_{ij} n'est pas explicite dans D :

$$\bar{\beta} = \frac{X_{ij}}{X} (\dot{\epsilon}_{ij} - \dot{a}_{ij}).$$

Nous pouvons comparer cette analyse avec celle de Ponter [28] qui introduit $\bar{\Omega}$ dual de Ω , où

$$\bar{\Omega} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} - \Omega = \bar{\Omega}(\dot{\epsilon}_{ij}, X_{ij})$$

avec

$$(3.23) \quad \sigma_{ij} = \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial \dot{\epsilon}_{ij}} \quad \text{et} \quad \dot{X}'_{ij} = h \frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial X_{ij}}.$$

3.4. Application au flUAGE biaxial en chargement proportionnel

Ce travail est fait pour une histoire simple sur un échantillon recuit, le chargement σ_{zz} et $\sigma_{z\theta}$ est fait à $t = 0$.

Il permet d'écrire les rapports de proportion suivants:

$$(3.24) \quad \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_{z\theta}} = \frac{X_{zz}(t)}{X_{z\theta}(t)} = \frac{X_{zz}^{st}}{X_{z\theta}^{st}} = \frac{2}{3} \frac{\dot{\varepsilon}_{zz}(t)}{\dot{\varepsilon}_{z\theta}(t)} = \frac{2}{3} \frac{\dot{\varepsilon}_{zz}^{st}}{\dot{\varepsilon}_{z\theta}^{st}}$$

et ainsi, le comportement de l'A5 peut être interprété comme l'effet d'un écrouissage cinématique avec seulement un paramètre interne \bar{X} et de réduire le comportement à celui en monoaxial avec une contrainte appliquée $\bar{\sigma}$.

Ainsi \bar{q} devient égal à $(\bar{\sigma} - \bar{X})$. Les formes réduites de Ω , Φ , D s'écrivent:

$$(3.25) \quad \Omega = \Omega(\bar{\sigma}, \bar{X}) = \frac{K}{n+1} (\bar{\sigma} - \bar{X})^{n+1} + \frac{C}{k+1} (\bar{X})^{k+1},$$

$$(3.26) \quad \Phi = K(\bar{\sigma} - \bar{X})^{n+1} + C(\bar{X})^{k+1},$$

$$(3.27) \quad D(\bar{\varepsilon}, \bar{a}) = \left(\frac{1}{K}\right)^{1/n} \frac{n}{n+1} (\bar{\varepsilon})^{\frac{n+1}{n}} + \left(\frac{1}{C}\right)^{1/k} (\bar{\varepsilon} - \bar{a})^{\frac{k+1}{k}}$$

avec

$$(3.28) \quad \bar{a} = \bar{\varepsilon} - \bar{\beta} = \frac{X_{ij} \dot{a}_{ij}}{\bar{X}} = \frac{\dot{X}}{h}$$

avec enfin

$$(3.29) \quad \Phi = \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} - \bar{X} \bar{a}.$$

Toutes les règles de normalité en terme de vitesse équivalente ou d'invariants sont vérifiées.

Explication de $\rho\varphi^H$ et de Φ

Quant $h = \frac{h_0}{(\bar{X})^\beta}$, Eq. (3.14), le cas de notre alliage et d'autres alliages à haute température:

$$(3.30) \quad \bar{a} = \frac{\dot{X}(\bar{X})^\beta}{h_0} \Rightarrow \bar{a} = \frac{(\bar{X})^{\beta+1}}{h_0(\beta+1)}$$

et ainsi, $\rho\varphi^H$ est fonction de \bar{a} et pas de $\bar{\varepsilon}$:

$$(3.31) \quad \rho\varphi^H = \frac{[h_0(\beta+1)]^{\beta+1}}{h_0(\beta+2)} [\bar{a}]^{\frac{\beta+2}{\beta+1}},$$

une forme proche de celle de CHABOCHE [5]. Elle permet de vérifier la condition suivante:

$$(3.32) \quad \frac{\partial D}{\partial \bar{a}} = -\frac{\partial \varphi}{\partial \bar{a}} = -\bar{X},$$

Φ prend la forme:

$$(3.33) \quad \Phi = \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} - \frac{(\bar{X})^{\beta+1}}{h_0} \bar{X}.$$

Pour un test de fluage biaxial, l'énergie dissipée à t , sera égale à :

$$(3.34) \quad \int_0^t \Phi dt = \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} - \rho \varphi^H = \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} - \frac{(\bar{X})^{\beta+2}}{h_0(\beta+2)} = \rho T s^{(t)}.$$

3.5. Application à un essai monoaxial de A5 $\sigma_{zz} = 1.10^7 \text{ N/m}^2$, $T = 350^\circ\text{C}$

Sur la figure 6, nous montrons la courbe expérimentale $\varepsilon(t)$, avec dans les mêmes conditions des mesures de contrainte interne par la "dip test technique" d'ALQUIST et NIX [18].

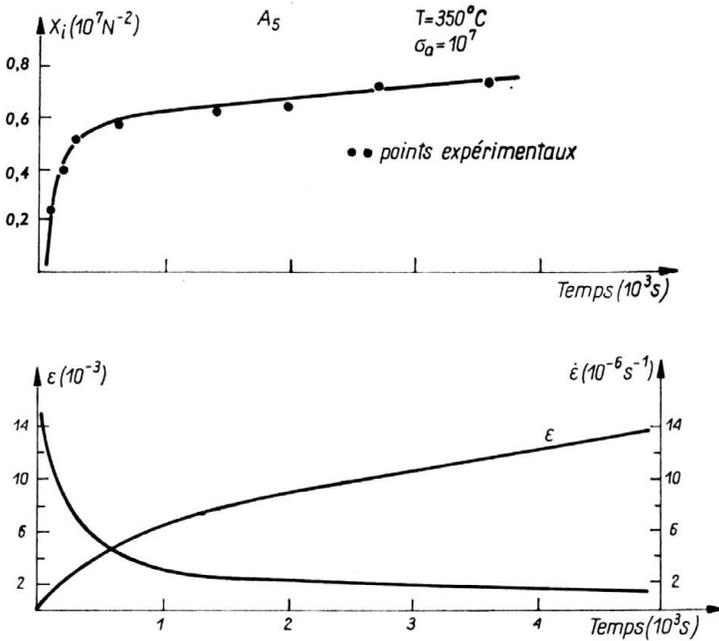


FIG. 6. Evolution de la déformation ε et de sa vitesse $\dot{\varepsilon}$ et de la contrainte interne X_i pendant le fluage primaire au cours du temps.

En monoaxial, l'équation de la cinétique des variables internes se réduit à :

$$(3.35) \quad \dot{a}_i(t) = \dot{\varepsilon}_{zz}(t) - C(X_i)^k.$$

C et k ont été identifiées par le tracé de $\text{Ln } \bar{\varepsilon}^{st}$ en fonction de $\text{Ln } \bar{X}^{st}$ pour différentes valeurs de $\bar{\sigma}$ en fluage biaxial :

$$k = 5, \quad C = 3.8 \cdot 10^{-41}$$

ce qui permet la détermination de $a_i(t)$.

La pente de $\text{Ln } a_i$ en fonction de $\text{Ln } X_i$ pendant le primaire permet de trouver $\beta = 1.5$ (voir figure 7).

La figure 8 montre que la puissance dissipative Φ constitue une part importante de la puissance viscoplastique $\sigma \dot{\varepsilon}$ ce qui souligne l'effet majeur des contraintes internes.

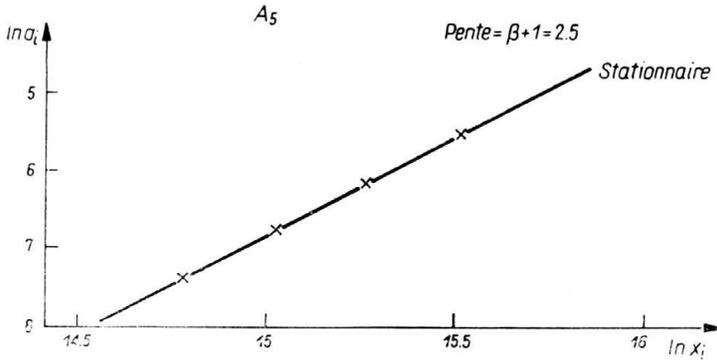


FIG. 7. Pendant le fluage primaire, courbe de $\ln a_t$ en fonction de $\ln X_t$.

Dans la figure 9, pendant le fluage primaire, nous montrons l'évolution du travail viscoplastique $\sigma \dot{\epsilon}$, de l'énergie libre $\rho \varphi^H$, de $\rho T s^{(t)}$ au cours du temps. Nous devons dire que „la variable interne de déformation” est telle que:

$$\text{à } t = 0, \quad X_t = 0, \quad \dot{a}_t(0) = \dot{\epsilon}_{zz}(0).$$

Son évolution apparaît sur la figure 10 pour les premiers temps du fluage (300 premières secondes), il est difficile de séparer $\dot{\epsilon}$ et \dot{a} , peut-être, la raison en est qu'il est difficile de mesurer la contrainte interne par dip test technique quand $\dot{\epsilon}$ varie rapidement.

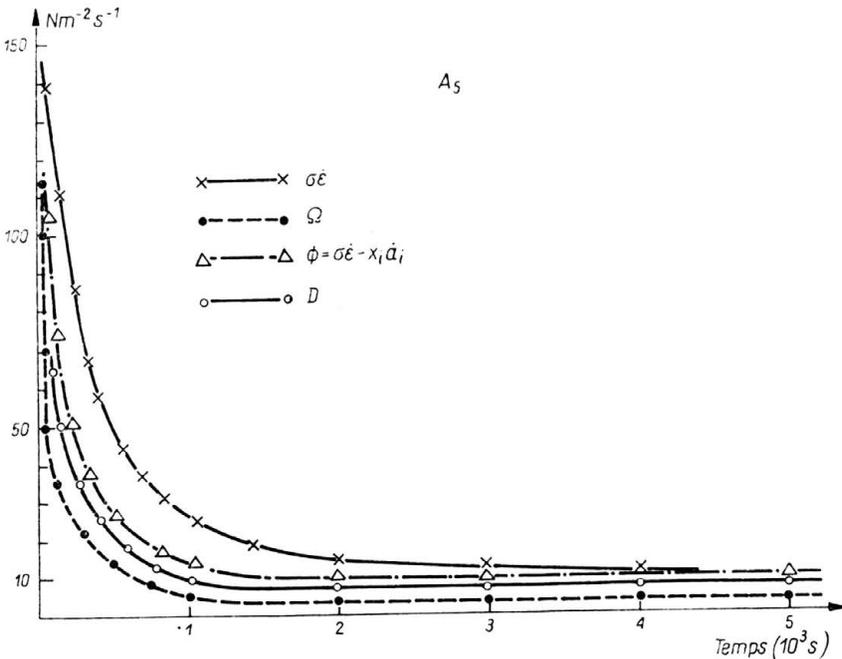


FIG. 8. Evolution de $\sigma \dot{\epsilon}$, Ω , Φ et D avec t .

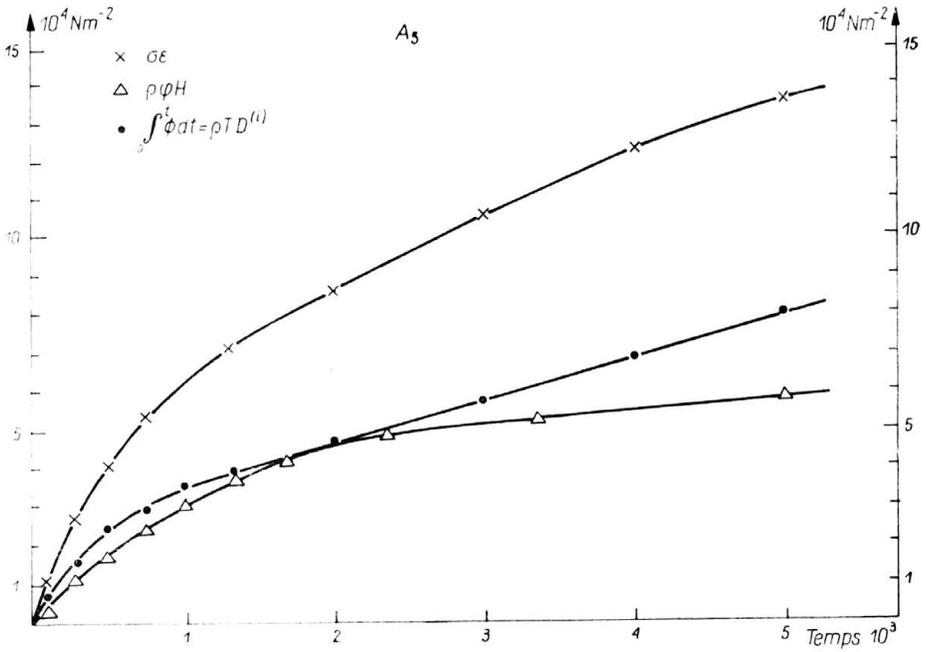


FIG. 9. Travail viscoplastique, énergie dissipative et énergie libre ($X\varrho$) en fonction du temps.

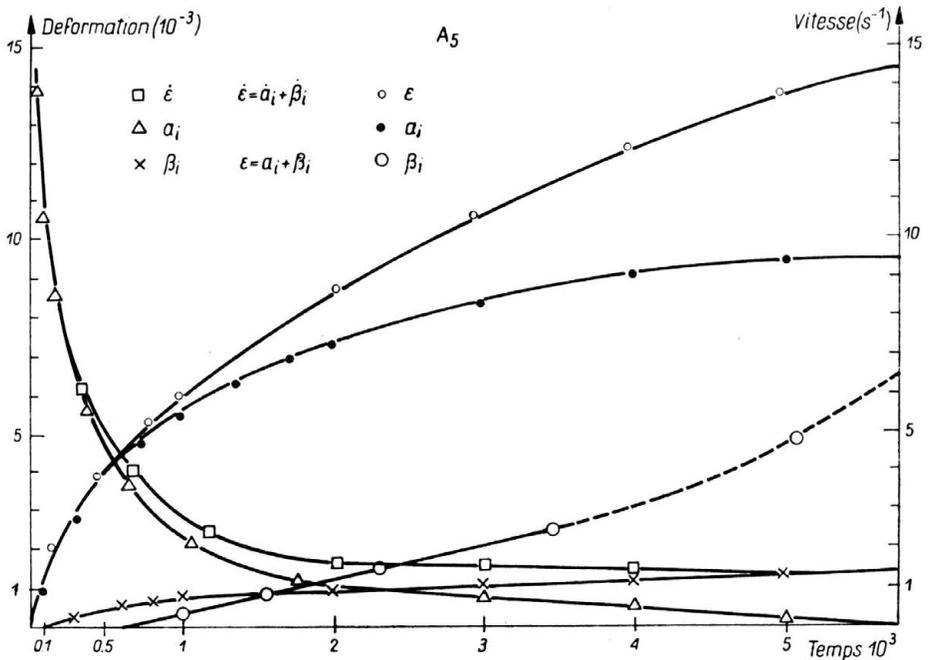


FIG. 10. Séparation de la vitesse de déformation en 2 composantes $\dot{\beta}_i$ (liée aux seules contraintes internes) et $\dot{\alpha}_i$, courbe de ϵ , α_i et β_i .

3.6. Conclusion

L'application de la théorie de Mandel permet de déterminer pour l'A5 en essais de fluage biaxiaux:

la puissance dissipative Φ ,

l'énergie libre $\rho\varphi^H$,

la fonction dissipative D .

Un travail est nécessaire au sujet de la variable interne afin de séparer les effets purs des contraintes internes de la vitesse de déformation viscoplastique.

4. Identification du fluage primaire et des transitoires de l'A5 (monoaxial à 350°C)

4.1. Données en fluage stationnaire

Ce travail a été effectué pour des essais monoaxiaux en fluage traction. D'après l'étude précédente, il est clair que cette identification pourra être étendue pour des essais multiaxiaux tout du moins la classe des chargements proportionnels.

Notre projet est d'utiliser les acquis du fluage secondaire afin de prévoir le comportement en fluage primaire ou après un décretement de contrainte.

En fluage monoaxial, la vitesse de fluage (2.1) s'écrit en fonction de la contrainte effective:

$$(2.1)' \quad \dot{\varepsilon}_{zz}^{st} = K(\sigma_{zz} - X_{zz}^{st})^n \quad \text{avec} \quad n \cong 2.$$

Evidemment, la loi d'évolution choisie de la contrainte interne est l'équation de BAILEY-OROWAN [29]:

$$(4.1)_1 \quad \frac{dX_{zz}}{dt} = h\dot{\varepsilon}_{zz} - r.$$

Cette écriture suppose que:

$$(4.1)_2 \quad X_{zz} = X_{zz}(\varepsilon_{zz}(t), t)$$

alors:

$$dX_{zz} = \left(\frac{\partial X_{zz}}{\partial \varepsilon_{zz}} \right) \frac{d\varepsilon_{zz}}{dt} = 0 \quad d\varepsilon_{zz} + \left(\frac{\partial X_{zz}}{\partial t} \right)_{\varepsilon_{zz} = \text{cte}} dt$$

avec:

$$h = \left(\frac{\partial X_{zz}}{\partial \varepsilon_{zz}} \right) \frac{d\varepsilon_{zz}}{dt} = 0, \quad r = - \left(\frac{\partial X_{zz}}{\partial t} \right)_{\varepsilon_{zz} = \text{cte}}.$$

L'étude thermodynamique a permis de montrer que r et h ne sont fonction que des contraintes internes, ce qui a permis d'obtenir avec les mesures classiques de r , h et X_{zz}^{st} [30]:

$$(4.2) \quad h_{st} = \frac{h_0}{(X_{zz}^{st})^q}, \quad r_{st} = r_0 (X_{zz}^{st})^p, \quad \text{Fig. 11}$$

vérifiant en particulier:

$$(4.3) \quad \dot{\varepsilon}_{zz}^{st} = K(\sigma - X_{zz}^{st})^n,$$

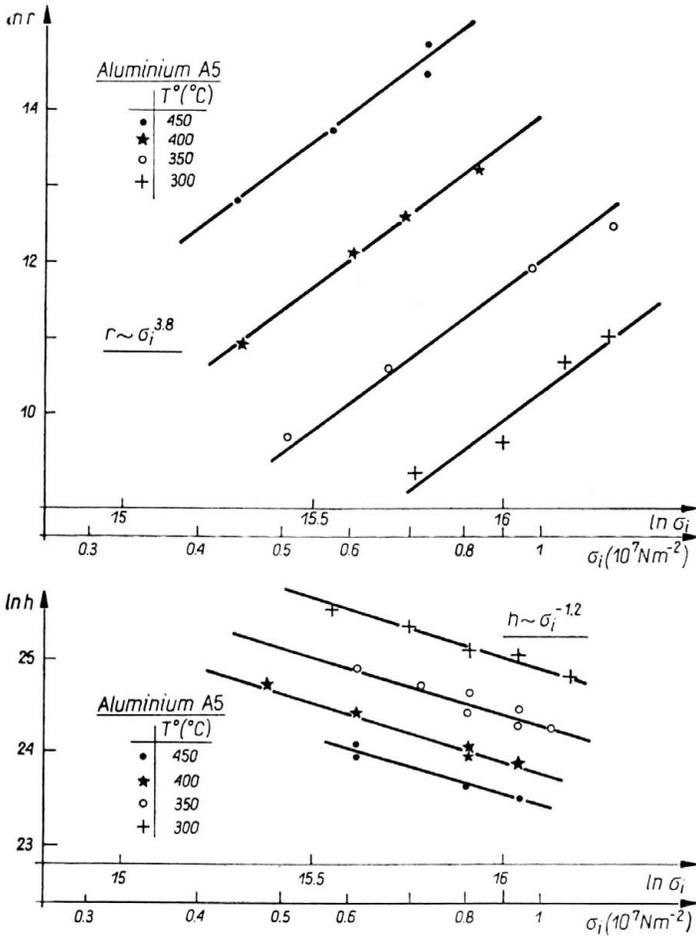


FIG. 11. Détermination des paramètres r —vitesse de restauration et h coefficient d'écroutissage en fluage stationnaire, en fonction de la contrainte interne.

$$\frac{h_0}{(X_{zz}^{st})^q} \dot{\varepsilon}_{zz}^{st} - r_0 (X_{zz}^{st})^p = \left(\frac{dX_{zz}}{dt} \right)_{st} = 0,$$

avec:

- σ, X_{zz} en N/m^2
- $\dot{\varepsilon}_{zz}$ en s^{-1}
- h en N/m^2
- r en $N/m^2 \times s$

K	n	p	q	r_0	h_0
$2,6 \cdot 10^{-19}$	$2 \pm 0,2$	$3,8 \pm 0,2$	$1,2 \pm 0,2$	$\sim 10^{-21}$	$\sim 10^{-19}$

L'essai d'extension en fluage transitoire consistera principalement en la résolution numérique de l'équation différentielle:

$$(4.4) \quad \frac{dX_{zz}}{dt} = \frac{h_0}{(X_{zz})^q} \frac{d\varepsilon_{zz}}{dt} - r_0 (X_{zz})^p$$

avec

$$\dot{\varepsilon}_{zz}(t) = K \operatorname{sgn}(\sigma_{zz} - X_{zz}) |\sigma_{zz} - X_{zz}(t)|^n.$$

Cette approche sera appliquée aux deux cas de fluages transitoires envisagés (primaire-décroissement de contrainte) afin de savoir si les lois d'évolution (4.4) et (4.2) de la contrainte interne, de la vitesse de restauration et du coefficient de consolidation (vérifiées en fluage stationnaire) restent identiques lors d'un processus transitoire: processus de charge active (primaire) ou processus passif de décharge (décroissement).

D'autre part, la comparaison des courbes expérimentales et calculées (au moyen des acquis de l'état stationnaire) permettra de tester la fiabilité de ce modèle écrouissage restauration à une seule variable interne (la contrainte interne X_{ij}).

4.2. Etude théorique:

Les lois de comportement choisies découlent des équations vérifiées en fluage stationnaire:

soient $\sigma^* = \sigma$ contrainte appliquée en primaire ou $\sigma^* = \sigma - \Delta\sigma$ contrainte appliquée après un décrement $\Delta\sigma$ au cours du fluage stationnaire sous la contrainte σ .

Les équations (2.6) deviennent:

$$(4.5) \quad \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{zz}(t) &= K \operatorname{signe}(\sigma^* - X_{zz}(t)) |\sigma^* - X_{zz}(t)|^n, \\ \frac{dX_{zz}}{dt} &= \frac{h_0}{X_{zz}^q} \dot{\varepsilon}_{zz}(t) - r_0 (X_{zz}(t))^p. \end{aligned}$$

En choisissant l'origine des temps à l'instant de l'application de σ^* , les conditions initiales sont:

a) en fluage primaire:

$$\begin{aligned} X_{zz}(0) &= 0 \\ \dot{\varepsilon}_{zz}(0) &= K\sigma^{*n}, \end{aligned}$$

b) pour un décrement:

$$\begin{aligned} X_{zz}(0) &= X_{zz}(\sigma), \\ \dot{\varepsilon}(0) &= K \operatorname{sgn} |\sigma^* - X_{zz}(\sigma)| |\sigma^* - X_{zz}(\sigma)|^n. \end{aligned}$$

En choisissant pour variable normalisée:

$$(4.6) \quad Y(t) = \frac{\dot{\varepsilon}(t)}{K(\sigma^*)^n}.$$

L'équation de Bailey-Orowan prend la forme:

$$(4.7) \quad \begin{aligned} \dot{Y}(t) &= -h_0 K \sigma^{*(n-q-1)} [1 - (\operatorname{sgn} |Y(t)|)^{1/n}]^{-q} \cdot [|Y(t)|]^{\frac{n-1}{n}} \cdot Y(t) \\ &\quad + nr_0 (\sigma^*)^{p-1} [1 - (\operatorname{sgn} Y(t)) |Y(t)|^{1/n}]^p \cdot [|Y(t)|]^{\frac{n-1}{n}}. \end{aligned}$$

Une solution analytique exacte n'a pu être trouvée. Cette équation de la forme:

$$\dot{Y}(t) = f(Y(t))$$

a été résolue par une méthode d'approximation numérique de Runge-Kutta (Méthode de Gill), à pas constant par décade de temps, afin d'obtenir les évolutions de $\dot{\varepsilon}(t)$, $X_{zz}(t)$, $\varepsilon(t)$ au cours des transitoires envisagés.

5. Identification

5.1. Décrément de contrainte

La détermination préalable en stationnaire des paramètres n , K , r_0 , h_0 , p , q permet l'intégration numérique des équations obtenues. Les valeurs retenues (tableau 1), compte tenu des incertitudes expérimentales relativement importantes (voir § 21) sont:

$$\begin{aligned} r_0 &= 1,5 \cdot 10^{-21}, & n &= 2, \\ h_0 &= 1,25 \cdot 10^{19}, & q &= 1,2, \\ K &= 2,6 \cdot 10^{-19}, & p &= 3,8. \end{aligned}$$

La confrontation entre les courbes expérimentales et calculées est rapportée (fig. 12) pour des décrets de contrainte de $0,4$ à $0,6 \times 10^7$ N/m² lors d'un fluage stationnaire de l'Aluminium A_5 sous une contrainte appliquée $\sigma_a = 1,10^7$ N/m².

On doit noter que la déformation élastique initiale a été déduite dans le tracé de la courbe expérimentale, le calcul ne faisant intervenir que la déformation plastique.

La bonne concordance des courbes obtenues semble valider le modèle écrouissage-restauration à une seule variable interne.

On pourrait envisager, pour une analyse plus fine, de scinder la contrainte interne en une composante restaurable et une composante non restaurable pour tenir compte de l'effet de l'histoire antérieure du matériau.

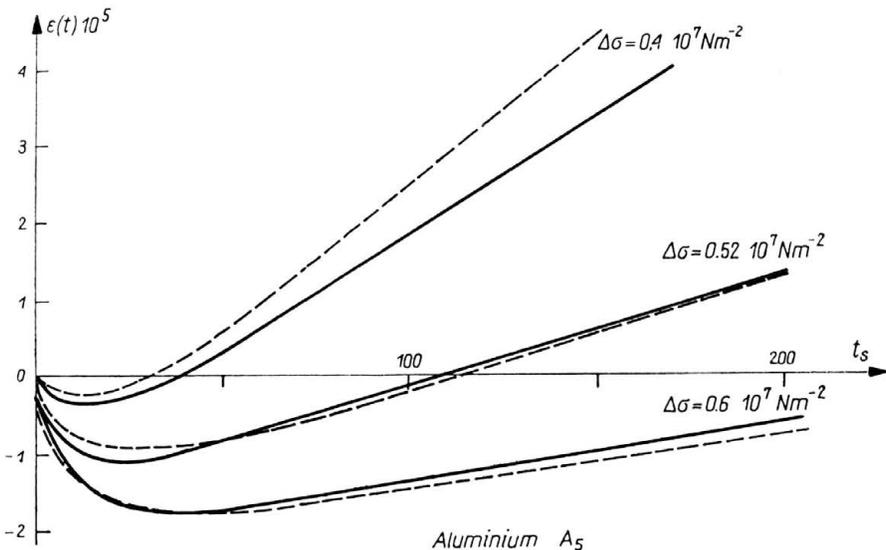


FIG. 12. Confrontation entre le tracé expérimental et l'identification du comportement en fluage transitoire après décrement, des courbes $\varepsilon(t)$.

Il est clair qu'un décrétement total de la contrainte appliquée conduirait à trouver un seuil non nul de contrainte interne, toutefois difficilement décelable à cause des problèmes expérimentaux évidents dans ce cas.

5.2. Fluage primaire

L'identification, en conservant les lois d'évolution et les valeurs numériques des paramètres extrapolés du stationnaire ne permet pas de modéliser correctement le comportement en fluage primaire: les valeurs de r_0 et h_0 semblent environ 200 fois trop grandes, ce qui conduirait à une cinétique d'évolution de la contrainte interne bien trop rapide pour traduire le phénomène physique réel.

Cependant, en conservant le modèle utilisé, on pourra modéliser le comportement en fluage primaire (fig. 13) en donnant aux paramètres les valeurs

$$r_0 = 3 \cdot 10^{-24}, \quad h_0 = 0.7 \cdot 10^{17}.$$

Les valeurs numériques de r et h ainsi choisies coïncident bien avec celles pouvant être déduites directement de l'analyse thermodynamique du primaire (paragraphes 3.4 et 3.5) et en conservant les valeurs identiques pour $K, \sigma_i^{st}, n, p, q$.

Ce résultat peut s'interpréter comme une confirmation du modèle écrouissage restauration et la possibilité de son emploi dans tous les cas à la condition impérative d'envisager des valeurs numériques différentes des paramètres r_0 et h_0 selon qu'on se trouve

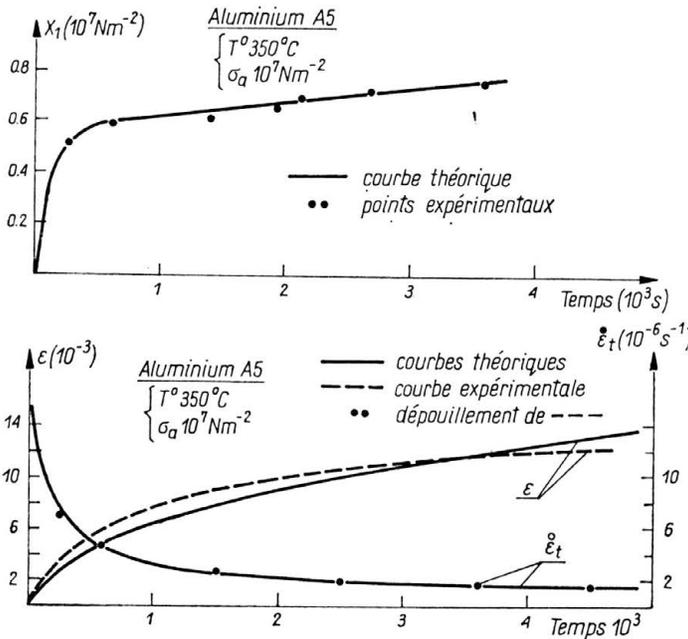


FIG. 13. Comparaison entre le tracé expérimental et l'identification en fluage primaire des courbes $\sigma_i(t), \dot{\epsilon}(t), \epsilon(t)$.

dans un cas de charge passive (évolution au voisinage des conditions expérimentales de mesures X_{zz}^{st} , r , h) ou dans un cas de charge active (pour des valeurs éloignées des conditions stationnaires de mesures).

5.3. Interprétation

Les mesures classiques en fluage stationnaire (contrainte interne, coefficient de consolidation, vitesse de restauration) introduites dans une équation de type Bailey–Orowan permettent de prévoir le comportement passif du matériau pour des décrets de contraintes.

Par contre, lors d'un chargement actif (primaire), il est indispensable de modifier la valeur des paramètres contrôlant la cinétique d'évolution des variables internes.

Nous pensons que ce fait ne met pas fondamentalement en cause le modèle basé sur celui du mouvement des dislocations de LAGNEBORG [31]. ROBINSON, PUGH et CORUM [7] identifient très bien le fluage primaire avec ce modèle en utilisant des mesures de fluage stationnaire et des paramètres déduits de mesures de densité de dislocations dans la loi de croissance de la contrainte interne.

Ce modèle est identique au notre, basé sur l'évolution d'une seule variable interne.

Enfin, une récente publication de Z. MRÓZ [32] montre que les paramètres introduits dans les lois d'évolution de la contrainte interne doivent être différents selon que l'on modélise des processus actifs de charge ou passifs de décharge.

Il intègre à cet effet la mesure de la croissance de „la précontrainte maximale antérieure” qui efface les précédentes histoires de charge.

Dans le cas du décrement, cette „précontrainte interne maximale” est fixée alors qu'elle s'établit seulement en fin de fluage primaire.

Ces différents auteurs confortent notre choix de conserver le modèle écrouissage-restauration dans les deux cas envisagés en ajustant les paramètres des lois d'évolution de la contrainte interne selon qu'on sera dans un cas de charge passive (mesures au voisinage de X_{zz}^{st} , r^{st} , h^{st} pour une „précontrainte interne maximale” fixée) ou dans un cas de charge active (loin des conditions stationnaires de mesures des paramètres, lors de l'établissement de la „précontrainte interne maximale” ...).

6. Conclusion générale

Le formalisme thermodynamique permet une écriture synthétique des lois de comportement viscoplastique de l'aluminium (A5) haute température.

Cependant, une meilleure prise en compte de la „précontrainte interne antérieure maximale” permettrait de modéliser les 2 cinétiques du premier primaire et des décrets ultérieurs. Il faut ici remarquer que la modélisation du primaire à la première charge s'opère fréquemment au moyen d'essais de traction dans l'optique de PHILLIPS [33].

Notre approche thermodynamique directement déduite d'un plan d'expérience nécessite:

- a) l'optimisation du nombre de variables internes à inclure dans les lois d'écoulement.

Par exemple, s'il existait de la plasticité instantanée et de l'endommagement, ces variables devraient être intégrées.

b) Les lois d'écoulement reliant les variables externes aux variables cachées (par exemple les contraintes internes).

c) La mesure des paramètres (consolidation-restauration) intervenant dans les cinétiques des variables internes.

Le modèle repose sur l'identification en écoulement cinématique pur d'un pseudo-potential de dissipation $\Omega(\sigma_{ij}, X_{ij})$ seulement fonction de variables de contrainte avec la règle de normalité généralisée (pour les variables externes et internes). ROBINSON [34] par une approche différente aboutit à la même détermination de potentiel avec les mêmes règles. La tentation qui en découle serait la généralisation de ce modèle. Cependant, CHABOCHE [4] et LEMAITRE [5] identifient des pseudopotentiels „hybrides” pour l'écrouissage isotrope d'une part et l'écrouissage cinématique d'autre part, c'est-à-dire où les contraintes jouent le rôle de variables et certaines variables de déformation le rôle de paramètres.

Il semblerait que l'introduction de ces paramètres de déformation permette de vérifier le 2ème principe de la thermodynamique et ainsi en particulier que la dissipation mécanique est positive ou nulle. Donc, il existe une grande latitude de choix de modèles thermodynamiquement acceptables mais l'intérêt de ce formalisme réside en une structuration de la modélisation mathématique de la plasticité et de la viscoplasticité comme l'opèrent Germain Nguyen et Suquet dans „continuum thermodynamics” [35]. Enfin, une extension dans d'autres domaines de la physique tels que les théories des solides microélastiques de type ferroélectrique et ferromagnétique [36] est tout à fait prometteuse.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier vivement Messieurs les Professeurs MRÓZ et RANIECKI pour les fructueuses discussions que nous avons eues sur ce travail lors d'un séjour en Août 1983 à l'Institute of Fundamental Technological Research de Varsovie (Pologne) et du 24th Polish Solid Mechanics Conference (Jachranka 22–27 Août 1983).

Que Monsieur le Professeur SIDOROFF soit remercié pour ses critiques au cours de ce travail ainsi que mes collègues de l'équipe de rhéologie de Besançon.

Références

1. IUTAM Symposium I on Creep in Structure organisé par N. J. Hoff, Proc. Springer Verlag, Berlin 1960.
2. Y. RABOTNOV, *Creep problems in structural members*, North Holland Publ. Company, Amsterdam-London 1969.
3. J. HILT, IUTAM Symposium II on Creep in Structure, Proc. Springer Verlag, Berlin 1970.
4. J. LEMAITRE, *Sur la détermination des lois de comportement des matériaux élastoviscoplastiques*, Thèse d'Etat, 1971.
5. J. L. CHABOCHE, *Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité avec endommagement*, Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales, Thèse d'Etat, 1978.

6. B. D. COLEMAN et M. E. GURTIN, *J. Chemical Phys.*, **47**, 2, 597, 1967.
7. D. N. ROBINSON, C. E. PUGH and J. M. CORUM, *Constitutive equation for describing high temperature inelastic behavior of structural alloys*, "Specialists", Meeting on High-Temperature Structural Design Technology of LMFBRs, April 27–30 1976, International Atomic Energy Agency IWGR/11 44–57, October 1976.
8. S. J. CHANG, (Union Carbide Corporation — Oak Ridge), *A creep-recovery constitutive equation and its time-independent limit*, Developments in Theoretical and Applied Mechanics, vol. 9. Proc. Ninth Southeastern Conference on Theoretical and Applied Mechanics, Session 4B, Material Behavior, May 4–5, 497–507, 1978.
9. E. T. ONAT and FARDSHISHEN, *Representation of creep metals*, ORNL-4783, August 1972.
10. R. LAGNEBORG, *A modified recovery-creep model and its evaluation*, *Met. Sci. J.*, **6**, 127–33, 1972.
11. J. M. TERRIEZ, Institut Mécanique, Grenoble, Thèse d'Etat, 1980.
12. C. OYTANA, P. DELOBELLE, A. MERMET, *Constitutive equations study in biaxial stress experiments*, *J. Eng. Mater. Techn.*, 104/1, 1982.
13. P. DELOBELLE, C. OYTANA, *Experimental study of the flow rules of a 316 stainless steel at high and low stress*, Post SMIRT VII 4th International Seminar on Inelastic Analysis and Life Prediction in High Temperature Environment, Chicago, 29–30 August 1983, *Nuclear Eng. Design*, 333–348, 1984. (Special issue).
14. P. DELOBELLE, C. OYTANA, A. MERMET, ICM IV Stockholm 15–19 August 1983, *Constitutive Laws of 316 Stainless Steel in High Temperature Creep by Biaxial Experiments* (presented by Lexcellent C.). Edited by J. Carlson and N. G. Ohlson, Stockholm, Sweden, Pergamon Press, 1, 141–148, 1983.
15. J. R. RICE, *On the structure of stress-strain relations for time dependent plastic deformation in metals*, *J. Appl. Mech.* **37**, 728–737, 1970.
16. J. BIROCHEAU, *Etude en fluage de la phase β de Cu-Sn, Contribution à l'introduction d'une équation d'état dans le fluage de l'aluminium*, Thèse, Faculté des Sciences et des Techniques de l'Université de Besançon, 1979.
17. P. DELOBELLE, C. OYTANA, A. MERMET, *Appareillage pour l'étude des propriétés rhéologiques des matériaux en régime biaxial à vitesses linéaires, contraintes (σ_{xx} , $\sigma_{x\theta}$), ou déformation (ϵ_{xx} , $\epsilon_{x\theta}$), constantes*, *Revue Phys. Appl.*, **14**, 933–938, 1979.
18. L. N. ALHQUIST, W. D. NIX, *A technique for measuring mean internal stress during high temperature creep*, *Scripta Metall.*, **3**, 679–682, 1969.
19. G. M. BROWN, *Inelastic deformation of an aluminium temperature*, *J. Mech. Phys. Solids*, **18**, 383–396, 1970.
20. E. W. Li CY HART, H. YAMADA, G. L. WIRE, *Phenomenological theory: a guide to constitutive relations and fundamental deformation properties*, *Constitutive Equations in Plasticity*, A. S. ARGON Ed., The M.I.T. Press, Cambridge, Mass., London 149–197, 1975.
21. J. R. RICE, *Continuum mechanics and thermodynamics of plasticity in relation to microscale deformation mechanisms*, *Constitutive Equations in Plasticity*, A. S. ARGON Ed., The M.I.T. Press, Cambridge, Mass, London, 23–75, 1975.
22. A. S. PONTER, F. A. LECKIE, *Constitutive relationships for the time dependent deformation of metals*, *Trans. ASME J. Eng. Mat. Tech.*, **98**, 47–51, 1976.
23. S. M. MITRA, D. McLEAN, *Cold work and recovery in creep at ostensibly constant structure*, *Metal. Sci. J.*, 1–192, 1967.
24. OIKAWA-SUGAWARA, *Instantaneous plastic strain associated with stress increments during the steady creep of Al and Al-5,5 pct at Mg alloy*, *Script. Metall.*, **12**, 85–89, 1978.
25. J. MANDEL, *Variables cachées, puissance dissipée, dissipativité normale*, Colloque du Groupe Français de Rhéologie, Thermodynamique des Comportements Rhéologiques, 7–8 Décembre 1977, Sciences et Techniques de l'Armement. 53, 4ème Fasc., 525–537, 1979.
26. B. RANIECKI, *Thermodynamics aspects of cyclic and monotone plasticity*, Cours du Centre International des Sciences Mécaniques (Udine-Italie), The Constitutive Law in Thermoplasticity, 19–30, July 1982.
27. J. J. MOREAU, *Sur les lois de frottement de viscosité et de viscoplasticité*, *C.R. Hebd. Séan. Acad. Sci.* **271**, 608–611, 1970.

28. A. R. S. PONTER, *General theorems for the dynamic loading of structures for a state variable description of material behaviour*, Inst. Phys. Conf. Ser. **47**, 1, 130-141, 1979.
29. E. OROWAN, *The creep of metal*, J. West Scottl. Iron Steel Inst. **54**, 45-53, 1946.
30. J. BIROCHEAU, L. BORNIER, C. LEXCELLENT, *Détermination de la vitesse de restauration et du coefficient de consolidation dans les alliages d'aluminium A_5 , Al-Si, Laiton β déformés à haute température*, J. Enging. Appl. Sciences **2**, 131-144, 1983.
31. R. LAGNEBORG, *Creep deformation mechanism*, in: Creep of Engineering Materials and Structures, edited by G. BERNASCONI and G. PIATTI, Applied Sciences Publishers, 7-34, 1978.
32. Z. MRÓZ, *Hardening and degradation rules for metals under monotonic and cyclic loading*, J. Enging. Materials Techn., **105**, 113-118, April 1983.
33. A. PHILLIPS, *The foundations of plasticity*, in: Plasticity in Structural Engineering, Fundamentals and Applications, CISM, 241, 1979.
34. D. N. ROBINSON, *Constitutive relationships for anisotropic high temperature alloys*, NASA Technical Memorandum 83 437, Post SMIRT Chicago, August 29-30, 1983.
35. P. GERMAIN, Q. S. NGUYEN, P. SUQUET, *Continuum thermodynamics*, J. Appl. Mech., **50**, 1010-1020, December 1983.
36. G. A. MAUGIN, *Electromagnetic internal variables in electromagnetic continua*, Arch. Mech., **33**, 6, 927-935, 1981.

LABORATOIRE DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES, BESANCON, FRANCE.

Received July 2, 1984.