5.

SUR UN THÉOREME DE PARTITIONS.

[*Comptes Rendus*, XCVI. (1883), pp. 674, 675.]

SOIENT $s_1, s_2, \ldots, s_i$ des suites de nombres consécutifs, telles que le plus petit terme dans aucune d'elles n'excède de plus de l'unité le plus grand terme dans la suite qui précède ; bien entendu que i peut devenir l'unité et qu'une suite quelconque peut se réduire à un seul terme. On peut envisager ce système de suites comme une partition de la somme des nombres contenus dans leur totalité : alors on aura le théorème suivant :

Le nombre de systèmes de i suites de nombres consécutifs dont la somme est N est le même que le nombre de partitions de N qu'on peut former avec les repétitions de i nombres impairs. Comme exemple, en faisant $N = 10$ et $i = 1, 2, 3$ successivement, on aura d'un côté les divers groupes de partitions

10	9, 1	1, 2, 7	1, 3, 6
1, 2, 3, 4	8, 2	2, 3, 5	
	7, 3	1, 4, 5	
	6, 4		

et de l'autre (en se servant d'un indice supérieur pour signifier le nombre des réflexions de sa base),

5^2	9, 1	3^3, 1	1^2, 3, 5
1^{10}	7, 3	3^2, 1^4	
	7, 1^3	3, 1^7	
	5, 1^5		

En ajoutant ensemble les équations qui, pour la même valeur de N, répondent à toutes les valeurs possibles de i, on retombe sur le théorème bien connu d'Euler que *le nombre des partitions de N, en excluant seulement les répétitions, est le même que le nombre de ses partitions en excluant seulement les nombres pairs.* Ainsi, on peut envisager ce dernier théorème comme un corollaire d'un théorème bien autrement profond et qui n'est pas du tout facile à démontrer, sinon pour le cas le plus simple, c'est-à-dire quand il n'y a qu'une seule suite. Pour ce cas, le théorème peut s'exprimer en disant que *le nombre de suites de nombres consécutifs dont la somme est N est égal au nombre de diviseurs impairs de N.*