

44. Rozwiązać układ równań:

$$x^3 + xy\sqrt{a} + y^3 = a^{3/2}, \quad x^2 + y^2 = a.$$

Pierwsze równanie daje nam: $a^{3/2} - (x^2 + y^2) = a^{3/2} - a$ lub $(x^2 - xy - y^2) = a^{3/2} - a$ biorąc pod uwagę drugie równanie, otrzymamy:

$$(x+y)(a-xy) = a^{3/2}(a-xy), \quad \text{skąd } x+y = a^{1/2} \text{ lub } xy = a.$$

W ten sposób sprowadzamy dany układ do:

$$x^2 + y^2 = a \quad \text{i} \quad x^2 + y^2 = a$$

$$x+y = \sqrt{a} \quad xy = a$$

Z pierwszego układu otrzymujemy:

$$x=0, \quad y=\sqrt{a} \quad \text{bądź} \quad x=\sqrt{a}, \quad y=0,$$

z drugiego zaś mamy dla jednej niewiadomej wartość

$$\pm \frac{\sqrt{3+i}}{2} \cdot \sqrt{a} \quad \text{dla}$$

drugiej $\pm \frac{\sqrt{3-i}}{2} \cdot \sqrt{a}.$

A. Łaparewicz.