# Porównanie pola elektromagnetycznego z ośrodkiem sprężystym.

Przez

**Ludwika Silbersteina.**

Rzecz przedstawiona na posiedzeniu wydziału matem.-przyr. dnia 3. lipca 1893 r., ref. czł. Witkowski.

Oznaczając przez $\mu$ i $K$ pojemności indukcyjne: magnetyczną i dielektryczną, przez $C$ przewodnictwo elektryczne właściwe, przez $\Psi$ potencyał elektrostatyczny, wreszcie przez $F_1$, $F_2$, $F_3$ składowe momentu elektrokinetycznego w punkcie $x_1$, $x_2$, $x_3$ i w chwili $t$, wzięte wzdłuż osi prostokątnych $Ox_1$, $Ox_2$, $Ox_3$, mamy następujące trzy ogólne równania różniczkowe pola elektromagnetycznego:

$$4\pi\mu C\frac{\partial F_i}{\partial t}+\mu K\frac{\partial^2 F_i}{\partial t^2}+4\pi\mu C\frac{\partial \Psi}{\partial x_i}+\mu K\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \Psi}{\partial x_i}=-\frac{\partial}{\partial x_i}\sum_1^3\frac{\partial F_i}{\partial x_i}+\nabla^2 F_i,$$
$$i=1,\ 2,\ 3;$$

gdzie $\nabla^2$ oznacza działanie $\sum\limits_1^3\frac{\partial^2}{\partial x_i^{\ 2}}$. Rozważajmy przedewszystkiem zjawiska w polu elektromagnetycznem, z którego usunięto wszelkie przewodniki prądu i w którem potencyał elektrostatyczny wszędzie równa się zeru. W tym przypadku równania powyższe redukują się do następujących:

$$\mu K \frac{\partial^2 F_i}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \sum_1^3 {}_i \frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \nabla^2 F_i; \; i=1,2,3. \tag{1}$$

Co się tyczy sumy trzech pochodnych $\frac{\partial F_i}{\partial x_i}$ przypuszczamy, że jest ona wogóle funkcyą przestrzeni i czasu różną od zera.

Równania różniczkowe ruchu ośrodka sprężystego stałego o gęstości $\rho$, sztywności $B$ i ściśliwości $(A - \frac{4}{3} B)^{-1}$ są:

$$\rho \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = (A - B) \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_1^3 {}_i \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} + B \nabla^2 \xi_i; \; i=1, 2, 3; \tag{2}$$

$\xi_1$, $\xi_2$, $\xi_3$ oznaczają składowe przesunięcia cząstki ($x_1$, $x_2$, $x_3$) w chwili $t$. W równaniach tych założono, że cząstki ośrodka poruszają się bez tarcia i jedynie dzięki siłom sprężystym wewnętrznym i własnej bezwładności. Drgania peryodyczne podłużne rozchodzą się w takim ośrodku z prędkością $\left(\frac{A}{\rho}\right)^{1/2}$, zaś poprzeczne z prędkością $\left(\frac{B}{\rho}\right)^{1/2}$. Wielkości $\rho$, $A$, $B$ określają naturę ośrodka sprężystego; biorąc różne wartości dodatnie tych wielkości, otrzymujemy najróżnorodniejsze ośrodki sprężyste, skoro suma trzech pochodnych $\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i}$ może być funkcyą czasu i współrzędnych wogóle różną od zera. Kładąc $\sum \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} = 0$ dla wszelkich wartości współrzędnych i czasu i zakładając, że stosunek $A : B$ jest skończony, mamy Fresnelowską galaretę nieściśliwą, w której prędkość przewodzenia fal podłużnych jest nieskończenie wielką w porównaniu z prędkością przewodzenia fal poprzecznych, to jest $\left(\frac{B}{\rho}\right)^{1/2}$. Jeżeli natomiast suma $\sum \frac{\partial \xi_i}{\partial x_i}$ jest funkcyą czasu i współrzędnych różną od zera, zaś stosunek $A : B$ wielkością n i e s k o ń c z e n i e m a ł ą wówczas mamy „pianę“ Thomsonowską, w której drgania podłużne rozchodzą się z prędkością nieskończenie małą w porównaniu z prędkością rozchodzenia się drgań poprzecznych, której opór przeciw zmianom objętości jest znikomo mały. Zmieniając stopniowo stosunek wielkości dodatnich $A$, $B$ od zera aż do nieskończoności, otrzymujemy nieskończony szereg innych ciał stałych sprężystych. Agregaty cząstek wszystkich tych ciał sprężystych zachowują równowagę stałą albo też oscylują naokoło niej, skoro tylko $A$ i $B$ mają wartości dodatnie. Toż samo dotyczy piany, dla której $A = 0$ czyli $A : B$ = wielkości nieskończenie małej, jeżeli tylko piana ta wypełnia nieograniczoną przestrzeń, albo też, w przeciwnym przypadku, jeżeli przesunięcia cząstek $\xi_i$ stale równają się zeru na całej powierzchni, ograniczającej pianę, a przynajmniej z wyjątkiem pewnych tylko punktów i linij.

Równania różniczkowe ruchu (2) jakiegokolwiek w ogóle z pośród tych wszystkich ośrodków sprężystych stałych są, jak widzimy, zbudowane ze składowych przesunięć $\xi_i$ i zmiennych niezależnych $x_i$ i $t$ zupełnie tak samo, jak równania (1) pola elektromagnetycznego ze składowych $F_i$ momentu elektrokinetycznego i tychże zmiennych niezależnych $x_i$ i $t$; zachodzi tylko różnica ze względu na współczynniki pojedynczych wyrazów różniczkowych, zależne z jednej strony od $\mu K$, z drugiej od $\frac{A}{\rho}$, $\frac{B}{\rho}$.

Wyobraźmy sobie, że przestrzeń, w której rozważamy zjawiska elektromagnetyczne, podlegające równaniom (1), jest wypełniona pewnym ośrodkiem sprężystym stałym co do istoty swej, scharakteryzowanym przez dane wielkości $\rho$, $A$, $B$. Otóż, chcąc te zjawiska elektromagnetyczne opisać jako pewne stany odkształcenia mechanicznego i ruchu cząstek materyalnych, należy z pośród wszystkich wyobrażalnych ośrodków sprężystych, o których wyżej była mowa, wybrać ten, którego równania ruchu (2) są zupełnie zgodne z równaniami elektromagnetycznemi (1), t. j. zarówno pod względem wyrazów różniczkowych, jako też i odpowiednich współczynników. W równaniach (1) współczynniki wyrazów $-\frac{\partial}{\partial x_i}\sum\frac{\partial F_i}{\partial x_i}$ i $\nabla^2 F_i$ są sobie równe; kładąc więc także w równaniach (2) szukanego ośrodka sprężystego współczynnik wyrazu $-\frac{\partial}{\partial x_i}\sum\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i}$ równym współczynnikowi wyrazu $\nabla^2\xi_i$, otrzymamy $B - A = B$, czyli $A$ = wielkości nieskończenie małej w porównaniu z $B$. Przedewszystkiem tedy należy do naszego celu obrać ośrodek sprężysty pienisty; równania ruchu dla tego ośrodka będą:

$$(3) \qquad \frac{\rho}{B}\frac{\partial^2\xi_i}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\sum_2^3\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} + \nabla^2\xi_i;\ i = 1,\ 2,\ 3.$$

Następnie współczynnik przy $\frac{\partial^2\xi_i}{\partial t^2}$ powinien być równym współczynnikowi odpowiedniego wyrazu $\frac{\partial^2 F_i}{\partial t^2}$ w równaniach (1), t. j. $\frac{\rho}{B} = \mu K$, czyli prędkość przewodzenia drgań sprężystych poprzecznych w pianie

$\left(\frac{B}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} = (\mu K)^{-\frac{1}{2}}$. Lecz $(\mu K)^{\ \frac{1}{2}}$, czyli liczba jednostek elektrostatycznych elektryczności, zawartych w jednej jednostce elektromagnetycznej, jest według starszych i nowszych obliczeń doświadczalnych, z wielkiem przybliżeniem, równą prędkości przewodzenia poprzecznych drgań świetlnych w dielektryku scharakteryzowanym przez $\mu$ i $K$. Należy więc w celu interpretacyi mechanicznej pola elektromagnetycznego obrać ze wszystkich wyobrażalnych ośrodków stałych sprężystych Thomsonowski eter świetlny o budowie pienistej, ośrodek, który obecnie najlepiej nadaje się do mechanicznego wytłumaczenia praw odbicia się i załamania światła. Skoro już tym sposobem określiliśmy naturę ośrodka materyalnego, który ma dać nam obraz mechaniczny pola elektromagnetycznego, zachodzi pytanie, jakim funkcyom przesunięć $\xi_i$ cząstek tego ośrodka, odpowiadają różne wielkości elektromagnetyczne: moment elektrokinetyczny, indukcya magnetyczna, indukcya elektryczna, i tak dalej.

Składowe $F_i$ momentu elektrokinetycznego z jednej strony i składowe $\xi_i$ przesunięcia cząstki piany z drugiej — czynią teraz zadość temu samemu układowi trzech równań różniczkowych:

$$C\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\sum_1^3 {}_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i} + \nabla^2 \varphi_i\,;\ i = 1,\ 2,\ 3, \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

gdzie $\left(\sum_1^3 {}_i\, \varphi_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$ jest wektorem zależnym od czasu $t$ i współrzędnych $x_1$, $x_2$, $x_3$, zaś $C = K\mu = \frac{\rho}{B}$. (Patrz równ. (1) i (3)). Lecz równania te są linijne, jednorodne i mają stałe współczynniki; skoro więc $F_i$ czynią im zadość z jednej strony, $\xi_i$ z drugiej, otrzymujemy następujące dwa szeregi funkcyj współrzędnych i czasu, które będą rozwiązaniami tychże równań różniczkowych:

I.

składowe momentu elektrokin. $F_i$; $i = 1,\ 2,\ 3$

" indukcyi magnetycznej $a_1 = \frac{\partial F_3}{\partial x_2} - \frac{\partial F_2}{\partial x_3}$, $a_2$, $a_3$

" siły elektrycznej $P_i = -\frac{\partial F_i}{\partial t}$; $i = 1,\ 2,\ 3$

" przesunięcia elektrycznego $f_i = \frac{K}{4\pi} P_i$; $i = 1,\ 2,\ 3$

" siły magnetycznej $\alpha_i = \frac{1}{\mu} a_i$; $i = 1,\ 2,\ 3$

składowe prądu elektrycznego $u_1 = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial\alpha_3}{\partial x_2} - \frac{\partial\alpha_2}{\partial x_3}\right)$, $u_2$, $u_3$

i t. d.

II.

składowe przesunięcia cząstek piany $\xi_i$ ; $i = 1, 2, 3$

„ obrotu . . . . . $\omega_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\xi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial\xi_2}{\partial x_3}\right)$, $\omega_2$, $\omega_3$

„ prędkości przes. . $\dot{\xi}_i = \frac{\partial\xi_i}{\partial t}$; $i = 1, 2, 3$

„ prędkości obrotu . $\dot{\omega}_i = \frac{\partial\omega_i}{\partial t}$ ; $i = 1, 2, 3$

i t. d.

Każdy z tych szeregów można dowolnie przedłużyć, różniczkując powyższe funkcye ze względu na czas i współrzędne, kombinując tak otrzymane rozwiązania za pomocą dodawania lub odejmowania i powtarzając procesy te dowolną liczbę razy, w dowolnym porządku. Otrzymamy tym sposobem dwa nieskończone szeregi funkcyj współrzędnych i czasu, powiedzmy dla krótkości $\varphi_{\text{I}}$ i $\varphi_{\text{II}}$, które będą czyniły zadość równaniom (4) wspólnym pianie sprężystej i polu elektromagnetycznemu. Kładąc tedy jakąkolwiek z funkcyj $\varphi_{\text{I}}$ równą dowolnej stałej $c$ pomnożonej przez jakąkolwiek funkcyę $\varphi_{\text{II}}$:

(5) . . . . . . $$\varphi_{\text{I}} = c\,\varphi_{\text{II}},$$

i wyrażając następnie, za pomocą znanych związków wzajemnych funkcyj $\varphi_{\text{I}}$, wszystkie funkcye $\varphi_{\text{I}}$ przez $\varphi_{\text{II}}$, otrzymamy pewien zupełnie określony model mechaniczny pola elektromagnetycznego, czyli interpretacyę mechaniczną każdej wielkości elektromagnetycznéj za pomocą przesunięcia $\xi$, obrotu $\omega$ i t. d. cząstek piany sprężystej, wypełniającej przestrzeń pola elektromagnetycznego. Ponieważ jednak równań takich jak (5) możemy napisać nieskończenie wiele, przeto otrzymamy tym sposobem nieskończenie wiele modelów mechanicznych pola elektromagnetycznego w pianie sprężystej Thomsona.

Dopóki rozważamy tylko równania różniczkowe ruchu (4), każda z tych interpretacyj mechanicznych zjawisk elektromagnetycznych jest równouprawnioną z każdą inną, odpowiadającą jakiemukolwiekbądź równaniu (5). Skoro jednak uwzględnimy, oprócz równań ruchu (4), także e n e r g i ę pola elektromagnetycznego i porównamy ją z energią mechaniczną odkształconej i drgającej piany, równouprawnienie to natychmiast zniknie.

Jeżeli mianowicie nasz ośrodek materyalny, hypotetyczny, ma być czemś więcej niż modelem pola elektromagnetycznego, jeżeli — wyraźniej mówiąc— zmiany mechaniczne tego ośrodka mają zupełnie i całkowicie odpowiadać zjawiskom elektromagnetycznym, energia elektromagnetyczna E musi być równa energii mechanicznej $E$ odkształcenia i ruchu piany sprężystej. Z pośród wszystkich możliwych równań (5) należy więc wybrać te, które czynią zadość warunkowi

$$\mathrm{E} = E \qquad \ldots \quad (6)$$

w każdej cząstce rozważanej przestrzeni. Otóż energia elektromagnetyczna zawarta w elemencie przestrzeni $d\tau$ w miejscu $(x_1, x_2, x_3)$, gdzie działają siły: magnetyczna $\mathfrak{H}$ i elektryczna $\mathfrak{E}$, wynosi

$$\mathrm{E} = \frac{K}{8\pi}\mathfrak{E}^2 d\tau + \frac{\mu}{8\pi}\mathfrak{H}^2 d\tau = \frac{K}{8\pi}\mathfrak{E}^2 d\tau + \frac{\mu^{-1}}{8\pi}\mathfrak{B}^2 d\tau =$$

$$= \frac{K}{8\pi}\sum_1^3{}_i\left(\frac{\partial F_i}{\partial t}\right)^2 . d\tau + \frac{\mu^{-1}}{8\pi}\left\{\left(\frac{\partial F_3}{\partial x_2} - \frac{\partial F_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial x_3} - \frac{\partial F_3}{\partial x_1}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial F_2}{\partial x_1} - \frac{\partial F_1}{\partial x_2}\right)^2\right\} d\tau; \qquad \ldots\ldots \quad (7)$$

$\mathfrak{B}$ jest indukcyą magnetyczną.

Energia mechaniczna tej samej cząstki piany $d\tau$, równa sumie energii kinetycznej i potencyalnej, wynosi:

$$E = \frac{\rho}{2}\sum_1^3{}_i\left(\frac{\partial \xi_i}{\partial t}\right)^2 . d\tau + \frac{B}{2}\left\{\left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2}\right)^2\right\} . d\tau.\ ^{1)} \qquad \ldots\ldots \quad (8)$$

Jeżeli porównamy wyrazy (7) i (8), pamiętając, że $\frac{\rho}{B}$ ma być równe $K\mu$, zobaczymy, że wymaganiu (6) można uczynić zadość, jedynie kładąc

$$\mathfrak{B}^2 = c^2\omega^2, \quad \mathfrak{E}^2 = c^2\dot{\xi}^2, \qquad \ldots\ldots \quad (9)$$

$$K = \frac{1}{c^2}4\pi\rho, \quad \mu = \frac{c^2}{4\pi B}, \qquad \ldots\ldots \quad (10)$$

gdzie $c$ jest dowolną stałą, jak w ogólnem równaniu (5), $\omega$ — podwójnym kątem skręcenia, $\dot{\xi}$ prędkością wypadkową cząstki piany $(x_1, x_2, x_3)$.

---

[1]) Patrz Rozpr. W. Thomsona w Phil. Mag. 1888 Nov.

Otrzymujemy tym sposobem teoryę, według której indukcya magnetyczna $\mathfrak{B}$ jest wprost proporcyonalną do kąta skręcenia $\omega$, siła zaś elektryczna — wprost proporcyonalną do prędkości wypadkowej cząstki piany hypotetycznej, znajdującej się w danem miejscu pola elektromagnetycznego; energia magnetyczna odpowiada energii potencyalnej, elektryczna—energii kinetycznej piany. Co się zaś tyczy kierunków osi obrotu $\omega$ i prędkości $\xi$ względem kierunku indukcyi $\mathfrak{B}$ i siły elektrycznej $\mathfrak{E}$, to równania (9) niczego nie orzekają, tak, iż można przypisać kątom utworzonym przez wektory $\mathfrak{B}$ i $\omega$, $\mathfrak{E}$ i $\xi'$ wartości różne od zera. Najprościej jednak będzie, jeżeli położymy każdy z tych kątów równym zeru, t. j. jeżeli wprost porównywając dwa ostatnie wyrazy w (7) z energią mechaniczną (8), położymy

$$(11) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad F_i = c\,\xi_i\,; \; i = 1,\, 2,\, 3.$$

Wówczas otrzymamy dla składowych $a_i$ indukcyi magnetycznej $\mathfrak{B}$ równania

$$(12) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad a_i = c\,\omega_i\,; \; 1,\, 2,\, 3,$$

gdzie $\omega_i$ jest podwójnym kątem skręcenia naokoło osi $x$; podobnie dla składowych $P_i$ siły elektrycznej

$$(13) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad P_i = -\,c\,\xi'\,; \; i = 1,\, 2,\, 3,$$

ponieważ $\quad P_i = -\,\dfrac{\partial F_i}{\partial t}.$

Według tej teoryi więc indukcya magnetyczna jest wprost proporcyonalną do kąta skręcenia cząstki eteru i działa w kierunku osi obrotu, zupełnie tak samo, jak w teoryi W. Thomsona „wirów molekularnych“, w której otrzymuje on tę interpretacyę na innej drodze. Linie i rurki indukcyjne są według tego liniami i rurkami wirowemi piany sprężystej.

Według równania (11) moment elektrokinetyczny jest proporcyonalny do przesunięcia cząstki eteru i działa w kierunku tegoż przesunięcia.

Siła elektryczna, wzbudzona przez zmianę momentu elektrokinetycznego w czasie, jest według (13) wprost proporcyonalną do prędkości cząstki eteru i działa w kierunku wprost przeciwnym kierunkowi tej prędkości.

Równania (10) orzekają, że pojemność indukcyjna dielektryczna $K$ jest wprost proporcyonalną do gęstości piany $\rho$, zaś pojemność indukcyjna magnetyczna $\mu$ odwrotnie proporcyonalną do sztywności piany $B$[1])

[1]) $\mu$ jest dla wszystkich dotychczas znanych ciał dodatnie; $B$ musi być dodatniem, jeżeli równowaga eteru ma być stałą.

Dla wszystkich dielektryków można z wielkiem przybliżeniem położyć $\mu = 1$ (w układzie elektromagnetycznym jednostek), tak, iż różnym współczynnikom załamania światła dla tych dielektryków będą odpowiadały różne wartości $K$, czyli — według (10) — różne wartości $\rho$, t. j. gęstości hypotetycznego eteru, podczas gdy sztywność $B$ eteru we wszystkich tych dielektrykach będzie prawie jednakową, jak w teoryi Fresnela.

Dla składowych przesunięcia elektrycznego, $f_i = \frac{K}{4\pi} P_i$, otrzymamy według (10) i (13):

$$f_i = -\frac{1}{c}\rho\xi'_i;\ i = 1, 2, 3; \tag{14}$$

przesunięcie elektryczne będzie więc wprost proporcynalne do iloczynu z gęstości eteru i prędkości przesunięcia, czyli do momentu ruchu, obliczonego na jednostkę objętości; kierunek zaś przesunięcia elektrycznego będzie wprost przeciwnym kierunkowi tego momentu.

Składowe $\alpha_i$ siły magnetycznej będą, według (10) i (12):

$$\alpha_i = \frac{a_i}{\mu} = \frac{4\pi}{c} B\omega_i;\ i = 1, 2, 3, \tag{15}$$

t. j. wprost proporcyonalne do sztywności eteru.

Indukcya siły elektrycznej przez zmienne (w czasie) pole magnetyczne staje się na mocy powyższej interpretacyi mechanicznej, że tak powiem, „aksyomatycznie zrozumiałą“; skoro bowiem kąty skręcenia cząstek piany (siły magnetyczne) zmieniają się w sposób ciągły w czasie, cząstki piany muszą się podczas tego poruszać i posiadać pewne prędkości określone $\xi'_i$ (siły elektryczne).

Równania (13) dotyczą sił elektrycznych, wywołanych przez zmiany pola magnetycznego, albo — mówiąc wprost — przez zmiany momentu elektrokinetycznego. Gdybyśmy wszakże zastosowali równania interpretacyjne także do sił elektrycznych, odpowiadających nabojom elektrycznym, otrzymalibyśmy dla gęstości przestrzennej $e$ naboju elektrycznego w miejscu $(x_1, x_2, x_3)$ wyraz następujący:

$$e = \sum_1^3 {}_i \frac{\partial f_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{c}\sum_1^3 {}_i \frac{\partial(\xi'_i\rho)}{\partial x_i}, \quad \ldots\ldots \tag{16}$$

t. j. gęstość naboju elektrycznego $e$ byłaby wprost proporcyonalną do prędkości zagęszczania się piany w danej części przestrzeni.

Mówiliśmy dotychczas o dielektryku, mającym własności doskonałego izolatora, t. j. założyliśmy $C = 0$; dla pół-przewodnika, t. j. dla dielektryka, który posiada zdolność przewodzenia $C$ różną od zera, mamy zamiast równań (1) trzy następujące:

$$(17) \quad 4\pi\mu . C\frac{\partial F_i}{\partial t} + \mu.K\frac{\partial^2 F_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\sum_1^3{}_i\frac{\partial F_i}{\partial x_i} + \nabla^2 F_i; \; i = 1,\, 2,\, 3.$$

Równaniom tym będą odpowiadały równania ruchu eteru hypotetycznego:

$$(18) \quad k\frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \frac{\rho}{B}\frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} = -\frac{\partial}{\partial x_i}\sum_1^3{}_i\frac{\partial \xi_i}{\partial x_i} + \nabla^2 \xi_i; \; i = 1,\, 2,\, 3,$$

według (11), t. j.: w pół-przewodniku cząstki piany hypotetycznej poruszają się tak, jak gdyby doznawały oporu z powodu tarcia n. p. o cząstki materyi grubszej; $k$ jest współczynnikiem tarcia. Przez porównanie pierwszych wyrazów równań (17) i (18) i uwzględniając (10), otrzymamy:

$$(19) \quad . \; . \; . \qquad \frac{c^2}{B}\, C = ck; \; C = \frac{1}{c}\, Bk;$$

według tego przewodnictwo elektryczne byłoby wprost proporcyonalne do iloczynu ze sztywności piany $B$ i współczynnika tarcia, $k$, podczas ruchu cząstek jej między cząstkami materyi grubszej pół-przewodzącej.