Bedeutung

der

theoretischen Mechanik.

Von

Rudolf Lipschitz

in Bonn.

Berlin SW. 1876.

Verlag von Carl Habel.

(C. G. Lüderitz'sche Verlagsbuchhandlung.)

33. Wilhelm-Straße 33.

Die Anwendung der Mathematik auf die Natur entstammt dem unablässigen Verlangen des Menschengeistes, die Fülle der wahrgenommenen Erscheinungen durch Gedanken zusammenzufassen. Diejenigen Erscheinungen, auf welche die Mathematik bisher mit der größesten Consequenz angewendet worden ist, sind die im Laufe der Zeit erfolgenden Ortsveränderungen der Körper im Raume. Die Wissenschaft, welche diese Ortsveränderungen betrachtet, nämlich die theoretische Mechanik, hat eine Anzahl von Grundbegriffen unserer Naturanschauung geschaffen, und die Behandlungsweise der mechanischen Probleme ist zu einem Vorbild für die Kunst geworden, an die Natur Fragen zu richten. Nichts desto weniger scheint es mir ein Gebot der Zeit, auf die Bedeutung der theoretischen Mechanik nachdrücklich aufmerksam zu machen; denn trotz der großartigen Wirkungen, welche von dieser Wissenschaft herrühren, schreitet die wahre Anerkennung ihrer Bedeutung nur höchst langsam fort.

Das vollständige System der theoretischen Mechanik existirte anderthalb hundert Jahre, ehe man sich entschloß, dasselbe für die Construction der Maschinen zur strengen Richtschnur zu nehmen. Wenn unsere Techniker gegenwärtig durchgehends die hinreichenden Kenntnisse besitzen, um bei jeder Aufgabe die Principien der Mechanik wirklich zu Rathe zu ziehen, so gebührt das Verdienst zum bedeutendsten Theil einem Manne der neueren Zeit, Redtenbacher, dem Begründer der Wissenschaft des Maschinenbaues.

Die Vervollkommnung der Maschinenconstruction geht bei den Zielen, welche die Technik verfolgt, mit der Verwerthung der chemischen Processe Hand in Hand, und diese Vereinigung hat glänzende Resultate geliefert. Unter den Ereignissen, welche den gegenwärtigen Aufschwung der Chemie begünstigt haben, spielt gewiß die Aufstellung der mechanischen Wärmetheorie eine wesentliche Rolle. Auch kann im Grunde Niemand bezweifeln, daß die chemischen Vorgänge Bewegungsvorgänge sind. Und dennoch wäre es ein Irrthum, zu glauben, daß in den Kreisen derer, welche sich heutzutage der Chemie widmen, eine tiefere Einsicht in die Bedeutung der theoretischen Mechanik verbreitet sei. Eben so wenig ist diese Einsicht der Mehrzahl von denjenigen geläufig, welche die organische Natur zu erforschen streben.

Die Hülfsmittel zur Aufsuchung neuer Thatsachen haben sich für die verschiedenen Zweige der Naturwissenschaft so sehr gesteigert, das Gesichtsfeld ist in solchem Maße ausgedehnt, daß es immer schwerer fällt, auch nur für einen Zweig den vollen Ueberblick zu behalten. Dadurch wächst aber der Werth der theoretischen Mechanik als eines Fundaments für jeden einzelnen Theil der Naturwissenschaft. Denn klein ist bei der Mechanik die Zahl der Voraussetzungen, und nur die Entfaltung derselben reich. Man darf nicht erwarten, daß die Mechanik alle Räthsel der Natur löse, aber sie giebt jedem Forscher die Kraft der Disciplin.

Eine Ursache, weshalb die Mechanik in viel weiterem Umfange gerühmt als gekannt ist, liegt wohl in der Meinung, ihr Wesen könnte nicht ohne höhere mathematische Kenntnisse aufgefaßt werden. Ich möchte versuchen, das Gegentheil zu zeigen. Um die Bedeutung dieser Wissenschaft anschaulich zu machen, habe ich vor, eine Reihe von Hauptmomenten der geschichtlichen

Entwickelung treu zu schildern, welche die Anwendung der Mathematik auf die Natur genommen hat, und deren Ergebniß die Ausbildung der theoretischen Mechanik gewesen ist.

Die Griechen hielten den Pythagoras, der in dem siebenten Jahrhundert vor Christi Geburt lebte, für den Entdecker eines mathematischen Gesetzes, welches das Wesen der Töne betrifft. Der Inhalt dieses Gesetzes besteht in Folgendem. Eine Saite von bestimmter Dicke, Spannung und Länge möge einen gewissen Ton hervorbringen. Dann giebt eine Saite von derselben Dicke und Spannung, aber der halben Länge, einen höheren Ton, welcher mit dem ersten Ton auf das vollkommenste consonirt, nämlich die obere Octave des ersten Tones. Der bequemeren Vorstellung wegen werde der zuerst genannte Ton zum Grundton und seine Saitenlänge zur Einheit genommen, dieser Ton heiße in unserer Bezeichnungsweise A, dann giebt eine Saite von der Länge $\frac{1}{2}$ das nächst höhere a, ferner eine Saite von der Länge $\frac{2}{3}$ die obere Quinte des Grundtones, nämlich den Ton E, eine Saite von der Länge $\frac{3}{4}$ die obere Quarte des Grundtons, nämlich den Ton D. Hieraus wird geschlossen, daß die Saitenlänge der Quarte D zu der Saitenlänge der Quinte E in dem Verhältniß von $\frac{3}{4}$ zu $\frac{2}{3}$, das heißt in dem Verhältniß von 9 zu 8 steht. Wenn also zwei Töne das Intervall eines ganzen Tones haben, so beträgt die Saitenlänge des tieferen Tones $\frac{9}{8}$ von der Saitenlänge des höheren Tones. Mit Hülfe dieser Vorschrift lassen sich die Saitenlängen für die Töne berechnen, welche noch fehlen, um die Octave von dem Grundton A bis zu dem nächst höheren a auszufüllen. Wenn man mit dem höheren a beginnt und von diesem, welches die Saitenlänge $\frac{1}{2}$ haben soll, herabsteigt, so folgt in dem Intervall eines ganzen Tones der Ton G und hat nach der angegebenen Vorschrift die Saitenlänge $\frac{9}{16}$, welche $\frac{9}{8}$ von der Saitenlänge $\frac{1}{2}$ des Tones a beträgt; hierauf folgt wieder in dem Intervall eines ganzen Tones der Ton F und hat die

Saitenlänge $\frac{81}{128}$, welche $\frac{9}{8}$ von der Saitenlänge $\frac{9}{16}$ des Tones G ausmacht. In gleicher Weise folgt bei dem Heruntergehen auf die Quarte D, welche die Saitenlänge $\frac{3}{4}$ hat, in dem Intervall eines ganzen Tones der Ton C mit der $\frac{9}{8}$ mal größer genommenen Saitenlänge $\frac{27}{32}$, und hierauf ebenfalls in dem Intervall eines ganzen Tones der Ton B mit der wieder $\frac{9}{8}$ mal größer genommenen Saitenlänge $\frac{243}{256}$. Auf diese Weise sind die Saitenlängen der Zwischenstufen gefunden, die so definirte Tonleiter A, B, C, D, E, F, G, a ist die dorische Tonleiter, und das Verhältniß der Saitenlängen für die beiden Töne A und B, desgleichen für die beiden Töne E und F, bei denen das Intervall eines halben Tones auftritt, bekommt den Werth 256 zu 243.

Das wirkliche Alter dieser Regeln möchte sehr schwierig zu bestimmen sein. Man darf annehmen, daß Platon dieselben von den Pythagoräern überkommen hat. Die Kenntniß Platons von diesen Regeln geht unzweifelhaft aus einer Stelle des Dialogs Timäos hervor. Dort wird nämlich vorgetragen, wie Gott den Leib und die Seele des Menschen gebildet habe, und nachdem von der Mischung der Seele gesprochen ist, heißt es weiter: Er begann aber auf die folgende Weise zu theilen. Und nun wird die Theilung genau in den Verhältnissen beschrieben, welche nach den so eben angeführten Grundsätzen die Saitenlängen der Töne bei einer dorischen Tonleiter haben. Den Abschluß bildet das Verhältniß von 256 zu 243, welches dem Intervall eines halben Tones entspricht. Die Zahlen dieses Verhältnisses sind aber an sich schon viel zu groß, als daß man an eine zufällige Uebereinstimmung denken könnte. Platon empfand die Wirkung der Harmonie auf das Gemüth, er kannte die Zahlenverhältnisse der Saitenlängen einer dorisch gestimmten Octave und nahm an, daß diese Zahlenverhältnisse der menschlichen Seele selbst inne wohnen.

Die Nachricht, daß Pythagoras selbst diese Zahlenverhältnisse entdeckt habe, fließt für uns aus einer sehr späten und trüben Quelle, dem im 4. Jahrhundert nach Christi Geburt von Jamblichus verfaßten Leben des Pythagoras. Jamblichus erzählt, und übereinstimmend berichten Nikomachus und Boethius, daß Pythagoras darüber nachgedacht habe, ob etwa das Gehör durch ein untrügliches Hülfsmittel unterstützt werden könnte, wie das Sehen durch den Cirkel, das Lineal und das Visier, und wie das Gefühl durch die Wage und die Erfindung der Maße unterstützt wird. Da hätte er, an einer Schmiede vorbeigehend, gewissermaßen durch göttliche Fügung, gehört, wie die Hämmer, indem sie das Eisen auf dem Ambos schlugen, consonirende Töne hervorbrachten. Glücklich, einen Weg zur Erreichung seines Zieles gefunden zu haben, hätte er zuerst die Hämmer in der Schmiede geprüft und darauf zu Hause einen Versuch angestellt. Er befestigte nämlich an einem wagerecht angebrachten Stabe vier Saiten von gleicher Dicke und Länge, spannte sie durch vier Gewichte welche sich wie die Zahlen 6, 8, 9 und 12 verhielten und bewirkte so, daß für die erste Saite als Grundton durch die zweite, dritte und vierte Saite die Quarte, die Quinte und die Octave angegeben wurden. Hierauf bestimmte er für das Intervall des ganzen Tones, welches die Quarte und die Quinte des Grundtones bilden, das Verhältniß von 8 zu 9, und aus diesem Verhältniß in der vorhin beschriebenen Weise die Zahlenverhältnisse für eine neue Tonleiter, und diese ist die dorische Tonleiter.

Merkwürdiger Weise wird hier ein Versuch beschrieben, den auf gerade diese Art in der Wirklichkeit weder Pythagoras noch einer seiner Schüler angestellt haben kann. Denn es ist zwar richtig, daß bei zwei Saiten von gleicher Länge und Dicke die stärker gespannte Saite den höheren Ton hervorbringt; es ist aber nicht richtig, daß bei der doppelten Spannung die obere Octave entsteht. Um die obere Octave zu erhalten, muß die vierfache Spannung, für die obere Quinte eine Spannung gleich $\frac{9}{4}$ von der Spannung des Grundtons, für die obere Quarte eine Spannung gleich $\frac{16}{9}$ von der Spannung des Grundtons angewendet werden. Die Spannungen müssen sich bei gleicher Länge und Dicke der Saiten stets umgekehrt wie die Quadrate der Saitenlängen für gleiche Dicke und Spannung der Saiten verhalten, damit die Intervalle dieselben werden. Die Zahlen der verschiedenen Gewichte, welche Jamblichus anführt, sind also nicht aus der Beobachtung, sondern aus der willkürlichen Meinung hervorgegangen, daß diese Zahlen den wirklich beobachteten Zahlen für die entsprechenden Saitenlängen umgekehrt proportional sein müssen. Und zwar hat die Umwandlung des thatsächlich beobachteten Gesetzes für die Saitenlängen in das falsche Gesetz für die Saitenbelastungen wohl dazu stattgefunden, um die Erfindung des Pythagoras in einen näheren Zusammenhang mit jener Sage von der Schmiede zu bringen.

Auf einem festeren Boden ruht unsere Kunde von den Arbeiten des Archimedes, welcher im Jahre 212 vor Christi Geburt bei der Einnahme von Syrakus durch die Römer in hohem Alter sein Leben endigte. Seine beiden Bücher über das Gleichgewicht oder über die Schwerpunkte der ebenen Figuren sind uns erhalten. Archimedes hat hier zuerst das Princip des Hebels aufgestellt und dadurch für die ganze Lehre vom Gleichgewicht die Bahn gebrochen. Er geht davon aus, daß eine Linie, die in zwei Punkten von zwei gleich schweren Gewichten belastet ist, sich im Gleichgewicht befindet, sobald der zwischen den beiden Angriffspunkten in der Mitte liegende Punkt unterstützt ist, und nimmt als selbstverständlich an, daß der in dem Unterstützungspunkt ausgeübte Druck der Summe jener beiden Gewichte, also dem doppelten einzelnen Gewicht gleich ist. Hieraus wird gefolgert, daß, wenn auf einer Linie in lauter gleichen Entfernungen eine Reihe von gleichen Gewichten angebracht ist, die Wirkung dieser Gewichte aufgehoben wird, indem man den Mittelpunkt zwischen den beiden äußersten Gewichten unterstützt, und daß die Wirkung dieser Gewichte genau dieselbe ist, wie die Wirkung eines einzigen in demselben Mittelpunkte angebrachten mit der Summe der einzelnen Gewichte übereinstimmenden Gewichts. Um nun bei einer Linie, die in zwei bestimmten Punkten von zwei ungleichen Gewichten belastet wird, das Gesetz für den Ort des Unterstützungspunktes zu ermitteln, wird zuerst angenommen, daß die gegebenen Gewichte sich wie zwei ganze Zahlen verhalten. Es betrage beispielsweise das eine Gewicht drei Pfund, das andere fünf Pfund, die Angriffspunkte seien um vier Fuß von einander entfernt. Jetzt werde die belastete Linie auf der Seite des Dreipfundgewichts um einen Fuß, auf der Seite des Fünfpfundgewichts um zwei Fuß verlängert. Dann kann das Dreipfundgewicht durch drei einzelne Pfunde ersetzt werden, von denen das mittelste den Angriffspunkt des Dreipfundgewichts behält, die anderen beiden Pfunde aber auf der Linie von dem mittelsten Pfunde rechts und links um einen Fuß abstehen. Es kann gleichzeitig das Fünfpfundgewicht durch fünf einzelne Pfunde ersetzt werden, von denen das mittelste den Angriffspunkt des Fünfpfundgewichts behält, ferner zwei Pfunde nach rechts und zwei Pfunde nach links in der Entfernung von je einem Fuß auf der Linie angebracht sind. Dann bekommen dasjenige Pfund von den dreien und dasjenige Pfund von den fünfen, welche einander am nächsten sind, auch den Abstand von einem Fuß. An die Stelle der Belastung mit einem Dreipfundgewicht und einem Fünfpfundgewicht in der Entfernung von vier Fuß ist also eine Belastung mit 8 einzelnen Pfunden in lauter Entfernungen von einem Fuß getreten, wobei die äußersten beiden Pfunde vermöge der nach beiden Seiten ausgeführten Verlängerung der ursprünglichen Linie um 7 Fuß von einander abstehen. Für diese Anordnung ist die Mitte zwischen den beiden äußersten Pfunden der Unterstützungspunkt, und derselbe Punkt muß auch der Unterstützungspunkt für die ursprüngliche Belastung sein. Der Abstand jener Mitte von dem Angriffspunkte des Dreipfundgewichts beträgt $2\frac{1}{2}$ Fuß, der Abstand derselben Mitte von dem Angriffspunkte des Fünfpfundgewichts $1\frac{1}{2}$ Fuß, mithin stehen diese Distanzen in dem Verhältnisse der Zahlen 5 zu 3. Also verhalten sich bei einer von zwei ungleichen Gewichten belasteten Linie die Entfernungen des Unterstützungspunktes von den Angriffspunkten der beiden Gewichte umgekehrt, wie die beiden Gewichte. Darin besteht aber das Princip des Hebels.

Nachdem Archimedes dieses Princip allgemein für zwei Gewichte bewiesen hat, die in dem Verhältnisse von zwei ganzen Zahlen stehen, beweist er dasselbe auch für die Annahme, daß das Verhältniß der beiden Gewichte nicht durch das Verhältniß von zwei ganzen Zahlen ausgedrückt werden kann, das heißt, irrational ist. Hierbei gebraucht er das Postulat, daß auch in einem solchen Falle die Herstellung des Gleichgewichts durch Unterstützung in einem Punkt der belasteten Linie möglich sein müsse. Der Unterstützungspunkt für zwei Gewichte, die in gewissen Punkten einer Linie wirken, ist zugleich der gemeinsame Schwerpunkt dieser beiden Gewichte. Das Princip des Hebels enthält also das Gesetz für die Auffindung des gemeinsamen Schwerpunktes von zwei Gewichten. Nach der Feststellung dieses Gesetzes sucht Archimedes den Schwerpunkt für ein ebenes Parallelogramm und für ein ebenes Dreieck auf, indem er das Ganze in schwere kleine Theile zerlegt. Die Macht seines Genius erzwingt aber auch die Beantwortung der Frage nach dem Schwerpunkt einer ebenen Figur, deren Begrenzung aus einem beliebigen Theile einer Parabel und einer geraden Linie besteht.

Eine andere Schrift des Archimedes, über die Körper, welche in eine Flüssigkeit eingetaucht sind, ist nicht in dem griechischen Original, sondern nur in einer im sechszehnten Jahrhundert von Nikolaus Tartaglia verfaßten lateinischen Uebersetzung und unvollständig auf uns gekommen. Diese Schrift stellt die für die Theorie der Flüssigkeiten fundamentalen Sätze auf, daß in einer zusammenhängenden Flüssigkeit die mehr gedrückten Theile danach streben, die weniger gedrückten zu vertreiben, und daß in einer solchen ruhenden Flüssigkeit der Druck eines Theiles durch die Flüssigkeitssäule gemessen wird, die sich in senkrechter Richtung über demselben befindet. Hieraus wird die Folgerung gezogen, daß die Oberfläche einer zusammenhängenden und ruhenden Flüssigkeit eine Kugel sein müsse, deren Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt der Erde zusammenfällt. Die Klarheit und die Größe der Naturanschauung, welche sich hier kund giebt, kann uns nur mit hoher Bewunderung erfüllen. Archimedes beweist ferner, daß das Gewicht eines in eine Flüssigkeit eingetauchten Körpers um das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge kleiner wird, und bestimmt durch eine ungemein scharfsinnige Ueberlegung die Lage, in welcher Körper von bestimmter Gestalt, in der Flüssigkeit schwimmend, in Ruhe bleiben können.

Indem ich darauf verzichte, die Kenntnisse der Alten von den Bewegungen der Gestirne darzustellen, wende ich mich jetzt zu dem Beginn der neueren Zeit.

Die Epoche, in welcher alle Kräfte der Menschheit zu einem neuen Leben erwachten, brachte einen Mann hervor, in dem sich die reichste Fülle der künstlerischen und der wissenschaftlichen Begabung vereinigt, den Leonardo da Vinci. Ihm war die Natur eine Lehrmeisterin auf doppelte Art. Aus der Beobachtung der Natur schöpfte er für seine Ausübung der Kunst die höchste Wahrheit in der Darstellung und für seine strenge Speculation die tiefe Einsicht in das Gesetzmäßige. Die von ihm hinterlassenen Manuscripte, die nach seinem im Jahre 1519 erfolgten Tode durch viele Hände gingen und zerstreut wurden, sind auch gegenwärtig nur bruchstückweise publicirt worden; dies hängt mit dem Umstande zusammen, daß Leonardo wissenschaftliche Untersuchungen, Entwürfe zu Maschinen, Zeichnungen, und zwar alles gerade so eingetragen hat, wie seine in ihrem Wechsel einzige Art der Beschäftigung es mit sich brachte. Schöpferische Gedanken auf den verschiedensten Gebieten der Naturwissenschaft finden sich in den publicirten Theilen seiner Manuscripte angedeutet. Nur die Wiedergabe einer großen Anzahl von Einzelheiten könnte hier ein annähernd characteristisches Bild hervorbringen. Ich begnüge mich deshalb, eine Stelle aus Leonardos Tractat über die Malerei auszuheben, in welchem er seiner Auffassung von dem allgemeinen Wesen der Wissenschaften ein Denkmal gesetzt hat. Er spricht: „Man sagt, daß eine Kenntniß mechanisch sei, welche von der Erfahrung erzeugt ist, daß eine Kenntniß wissenschaftlich sei, welche in dem Geiste entspringt und endigt, und daß eine Kenntniß halbmechanisch sei, die in dem Denken entspringt und mit einer Ausübung durch die Hand endigt. Aber mir scheint, die Wissenschaften seien eitel und voll Irrthümern, die nicht aus der Erfahrung, der Mutter aller Gewißheit, entsprungen sind, und die nicht in der Erfahrung endigen, das heißt, bei denen Anfang, Mittel und Ende nicht durch einen der fünf Sinne hindurchgeht. Wenn wir sogar an der Gewißheit einer Sache zweifeln, welche durch die Sinne vermittelt wird, um wie viel mehr müssen wir an so vielen Dingen zweifeln, die den Sinnen widerstreben, und über die zwischen den Philosophen Streit besteht. Da, wo der Grund fehlt, muß der Streit an die Stelle treten; bei den sicheren Dingen geschieht das aber nicht. Wir dürfen darum sagen, wo man sich streite, sei keine wahre Wissenschaft; denn die Wahrheit hat einen bestimmten Ausdruck; ist dieser ausgesprochen, dann ist der Streit für die Ewigkeit vernichtet, und wenn der Streit dennoch sich wieder erhebt, so ist es thörichte und verwirrte Wissenschaft, und nicht neugeborene Gewißheit. Aber die wahren Wissenschaften sind die, welche die Weisheit eindringen läßt durch die Sinne, so daß die streitenden Parteien schweigen müssen; diese Wissenschaften speisen den Forscher nicht mit Träumen ab, sondern sie schreiten von wahren und sicheren Principien ausgehend allmählig und mit richtigen Schlüssen vorwärts bis an das Ende, wie man dies an den mathematischen Grundwissenschaften von der Zahl und vom Maße, nämlich der Arithmetik und der Geometrie, bemerken kann. Denn diese handeln mit der höchsten Wahrheit von den unstetigen und den stetigen Größen."

Erst das folgende Jahrhundert vollzog die Umwandlung der Naturwissenschaft, welche Leonardo im Sinne hatte.

Hier fesselt uns vor allem die Gestalt des Galiläi. Er hat seine Entdeckungen „in den beiden neuen Wissenschaften" in das Gewand von Gesprächen gekleidet, welche drei Männer Salviati, Sagredo und Simplicio an sechs Tagen italiänisch mit einander führen. Am dritten Tage kommen sie zu der Lectüre einer lateinisch verfaßten Schrift, deren einzelne Abschnitte sie sich gegenseitig erläutern. Die Schrift beginnt mit den Worten: „Von einem uralten Gegenstand wollen wir eine neue Wissenschaft vortragen. Nichts in der Natur ist wohl älter, als die Bewegung, und viele Bücher sind darüber geschrieben, aber sie haben nur einen geringen Inhalt. Es ist bekannt, daß die Bewegung der fallenden Körper immer schneller wird; aber nach welchem Gesetz die Beschleunigung erfolgt, das weiß man nicht. Keiner hat bisher gezeigt, daß die Räume, welche der fallende Körper, von der Ruhe beginnend, in gleichen Zeiten durchläuft, den ungeraden Zahlen von der Einheit an proportional sind. Man hat bemerkt, daß die Körper, sobald sie geworfen werden, irgend eine krumme Linie beschreiben. Doch Niemand hat bis jetzt gesagt, daß diese krumme Linie eine Parabel ist. Dies alles und noch anderes wird von mir bewiesen werden. Was ich aber höher schätze, es erschließt sich damit der Zugang zu einer weiten und herrlichen Wissenschaft, von der meine Arbeiten die Anfangsgründe sind. Geister von größerer Schärfe, als mein Geist, werden in die verborgenen Tiefen dieser Wissenschaft eindringen." Diese prophetischen Worte sind zuerst im Jahre 1638 zu Leyden gedruckt worden. Die auf diesen Eingang folgende Betrachtung Galiläis bezieht sich zunächst auf die gleichförmige Bewegung, bei welcher der bewegte Körper in gleichen Zeiten immer gleiche Räume zurücklegt. Die Geschwindigkeit wird als eine dem durchlaufenen Wege direct, und der verflossenen Zeit umgekehrt proportionale Größe definirt. Wenn daher bei der gleichförmigen Bewegung die verflossene Zeit durch die Länge einer Linie, die Geschwindigkeit durch die Länge einer anderen Linie dargestellt wird, so ist das Product aus der Zeit in die Geschwindigkeit oder das Rechteck aus den beiden Linien, welche die eine und die andere darstellen, das Maß des zurückgelegten Weges.

Um das Wesen der beschleunigten Bewegung bei den fallenden Körpern zu ergründen, wirft Galiläi die Frage auf, welches wohl die natürlichste beschleunigte Bewegung sei. Er ist überzeugt, daß die Natur überall die einfachsten und leichtesten Mittel gebraucht, und gelangt zu der Annahme, daß keine Beschleunigung einfacher sei, als diejenige, bei welcher die Geschwindigkeit in gleichen Zeiten immer um gleich viel zunimmt. Hiemit ist die Definition der gleichförmig beschleunigten Bewegung gefunden, und diese Bewegung untersucht nun Galiläi. Er denkt sich, daß ein schwerer Körper aus der Ruhelage zu fallen beginne, und nach einer gewissen Zeit eine bestimmte Geschwindigkeit erreicht habe, und stützt sich auf die so eben erwähnte Annahme, vermöge welcher die in verschiedenen Zeiten erworbenen Geschwindigkeiten sich zu einander wie die verflossenen Zeiten verhalten. Jetzt wird wieder die Dauer der verflossenen Zeit durch die Länge einer Linie, ferner die am Ende dieser Zeit erworbene Geschwindigkeit des Körpers, oder seine Endgeschwindigkeit, durch die Länge einer zweiten Linie dargestellt, und die letztere Linie senkrecht gegen das eine Ende der ersten Linie aufgetragen. Die erste Linie möge die Linie der Zeiten, die zweite Linie die Linie der Endgeschwindigkeiten heißen. Die Geschwindigkeiten, welche der Körper während der einzelnen

Augenblicke seines bis zu einem gewissen Zeitpunkt dauernden Fallens annimmt, werden dann durch lauter auf der Linie der Zeiten senkrecht stehende also unter einander parallele gerade Linien ausgedrückt, bei denen die eine Schaar von Endpunkten auf der Linie der Zeiten liegt, die andere Schaar von Endpunkten diejenige gerade Linie bildet, welche die freien Endpunkte von der Linie der Zeiten und der Linie der letzten Endgeschwindigkeit verbindet. Dieses Ergebniß hat seine Ursache gerade in dem Umstande, daß die Geschwindigkeiten bei der hier betrachteten gleichförmig beschleunigten Bewegung sich wie die verflossenen Zeiten verhalten. Für jedes kleine Zeitintervall wird der zurückgelegte Weg durch ein Rechteck gemessen, dessen Basis das Zeitintervall und dessen Höhe die zugehörige Geschwindigkeit repräsentirt. Die Summe aller dieser kleinen Rechtecke geht aber in den Flächenraum des rechtwinkligen Dreiecks über, welches von der Linie der Zeiten, der Linie der letzten Endgeschwindigkeit und der Verbindungslinie zwischen den beiden freien Endpunkten dieser Linien gebildet wird. Folglich ist der Flächenraum dieses Dreiecks das Maß des ganzen Weges, welchen der fallende Körper in der gegebenen Zeit durchläuft. Dieser Weg erweist sich genau als die Hälfte desjenigen Weges, welchen der Körper bei gleichförmiger Bewegung in derselben Zeit mit der bezüglichen Endgeschwindigkeit zurückgelegt haben würde. So erkennt Galiläi, daß bei einer vom Zustande der Ruhe beginnenden Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeiten den verflossenen Zeiten proportional sind, die Wege, welche der Körper in verschiedenen Zeiten zurücklegt, sich wie die Quadrate der verflossenen Zeiten verhalten. Mithin verhalten sich die in den gleichen Zeiten zurückgelegten Wege wie die ungeraden Zahlen.

Alle diese theoretischen Sätze finden auf den freien Fall der Körper Anwendung und werden hier durch den angestellten Versuch vollkommen bestätigt. Sie bilden den Inhalt der Gesetze für den freien Fall der Körper. Galiläi studirt aber auch die Bewegung der schweren Körper auf einer schiefen Ebene, abgesehen von den vorhandenen Widerständen, und ermittelt die Gesetze der daselbst erfolgenden gleichförmig beschleunigten Bewegung. Hierbei stützt er sich namentlich auf den Satz, daß, wenn ein Körper von derselben Höhe entweder auf einer schiefen Ebene von beliebiger Neigung oder auch ganz frei herabfällt, die Geschwindigkeit, mit welcher derselbe den Boden erreicht, immer dieselbe ist. Auch bemerkt Galiläi, daß, wenn dem Körper diese Geschwindigkeit als Anfangsgeschwindigkeit beigelegt wird, derselbe auf einer schiefen Ebene aufsteigend gerade jene Höhe erreichen muß. Aus dem früher Entwickelten ergiebt sich, daß die Quadrate der betreffenden Geschwindigkeiten den Höhen proportional sind.

Die Bewegung eines geworfenen Körpers bestimmt Galiläi mit Hülfe von zwei Sätzen, welche den Rang von allgemeinen Principien der theoretischen Mechanik erworben haben. Der eine Satz besteht darin, daß eine gleichförmige geradlinige Bewegung sich ohne Ende selbst erhält, wenn sie nicht durch fremde Ursachen abgeändert oder gehemmt wird. Dieser Satz ist in späterer Zeit mit dem Satze, daß ein ruhender Körper ohne fremde Veranlassung nicht den Zustand der Ruhe verläßt, zusammengefaßt worden, und die Vereinigung hat den Namen des Trägheitsgesetzes empfangen. Der andere Satz des Galiläi enthält die Regel für die Zusammensetzung der Bewegungen bei einem Körper, auf den während eines kleinen Zeitintervalls zwei verschiedene Ursachen der Bewegung einwirken. Wird nämlich der Weg, welchen der Körper während des kleinen Zeitintervalls in Folge der ersten Ursache beschreiben würde, durch eine Linie, und der Weg, welchen der Körper während desselben kleinen Zeitintervalls in Folge der zweiten Ursache beschreiben würde, durch eine zweite Linie dargestellt, so beschreibt der Körper während jenes Zeitintervalls die Diagonale des aus jenen beiden kleinen Linien als Seiten construirten Parallelogramms. Die angeführten beiden Sätze wendet Galiläi auf den geworfenen Körper in der Weise an, daß er sich denselben zuerst in dem Augenblicke denkt, wo er seine höchste Stelle erreicht hat. In diesem Augenblicke ist die Geschwindigkeit des Körpers horizontal gerichtet und hat eine bestimmte Größe. Nun erfolgt die Zusammensetzung einer horizontalen Bewegung, die mit der erwähnten Geschwindigkeit gleichförmig ausgeführt wird, und einer vertikalen Bewegung, die durch den Fall gleichförmig beschleunigt ist, und das Ergebniß ist die Bewegung in einer Parabel.

Von der Mitte des siebzehnten Jahrhunderts an nahm unter den Mathematikern und Physikern seiner Zeit Christian Huygens die erste Stelle ein. Er war 1629 im Haag geboren, lebte in den Jahren 1665 bis 1681, einer Aufforderung Colberts folgend, zu Paris als Mitglied der daselbst neu gegründeten Akademie der Wissenschaften, kehrte hierauf in die Niederlande zurück und starb im Haag 1695. Aus der Reihe von Huygens Arbeiten, denen ein unvergängliches Verdienst innewohnt, möchte ich zunächst diejenige herausheben, welche sich auf den Zusammenstoß der harten elastischen Körper bezieht. Es handelt sich hier um die Aufgabe, wenn von zwei harten elastischen Körpern, die wir uns als Kugeln vorstellen wollen, ein jeder mit einer bestimmten gleichförmigen Geschwindigkeit und in derselben geraden Linie sich bewegt, und wenn die beiden Körper zusammenstoßen, diejenigen Geschwindigkeiten anzugeben, mit denen die Körper in gerader Linie fortschreiten werden. Die Massen der beiden Kugeln gelten als beliebig und können ebensowohl von einander verschieden wie einander gleich sein. Huygens findet die vollständige Beantwortung der gestellten Aufgabe, und spricht hierbei die folgenden beiden Sätze aus. Erstens: die relative Geschwindigkeit der beiden Körper ist vor dem Zusammenstoße ebenso groß, wie nach dem Zusammenstoße. Zweitens: wenn man die Masse jedes Körpers mit dem

Quadrate seiner Geschwindigkeit multiplicirt und von diesen beiden Producten die Summe nimmt, so hat diese Summe ebenfalls vor dem Zusammenstoße und nach dem Zusammenstoße den gleichen Werth.

Unter den Resultaten dieser Untersuchung ist auch das Resultat mit einbegriffen, daß, wenn eine sich bewegende harte elastische Kugel auf eine ebensolche ruhende Kugel von der gleichen Masse stößt, die erstere nach dem Stoße in Ruhe bleibt, und die zweite die Bewegung der ersteren übernimmt. Diese Theorie lehrt ferner, und die Erfahrung bestätigt es, daß, wenn eine Reihe von einander gleichen harten elastischen Kugeln so angeordnet ist, daß ihre Mittelpunkte in einer geraden Linie liegen und die Kugeln sich berühren, und wenn die an dem einen Ende der Reihe befindliche Kugel von ihrer Nachbarkugel entfernt und hierauf gegen dieselbe gestoßen wird, der Erfolg eintritt, daß die an dem anderen Ende der Reihe befindliche Kugel sich in der gleichen Weise von ihrer Nachbarkugel entfernt. Das so eben beschriebene Phänomen hat deshalb eine ausgezeichnete Wichtigkeit, weil Huygens auf die hier stattfindende Art der Fortpflanzung einer Bewegung in der Schrift „über das Licht" seine Theorie von der Fortpflanzung des Lichtes gegründet hat, die unter dem Namen der Wellentheorie des Lichtes noch gegenwärtig in Geltung ist.

Das Vorwort der genannten Schrift bezeichnet auf das schärfste die verschiedenen Arten der Erkenntniß, welche der reinen mathematischen Betrachtung und der Anwendung der mathematischen Betrachtung auf die Natur eigenthümlich sind. „In diesem Buche", heißt es daselbst, „kommen Beweise vor, welche nicht ebenso gewiß sind, wie die geometrischen Beweise, und die sich von jenen bedeutend unterscheiden. Denn die Geometer leiten ihre Sätze aus wenigen und unzweifelhaften Principien ab; hier werden dagegen nach der Lage der Sache die Principien durch die Schlüsse bewiesen, welche man aus den

Principien ableitet. Es ist aber möglich, auf diesem Wege zu einem so hohen Grade von Wahrscheinlichkeit zu gelangen, daß er der Gewißheit beinahe gleich kommt. Dies geschieht, sobald die Thatsachen, die aus den angenommenen Principien geschlossen sind, mit den Erscheinungen, welche die Erfahrung nachweist, vollkommen übereinstimmen, namentlich dann, wenn eine große Menge von Erscheinungen vorliegt, und in noch höherem Maße, wenn aus den aufgestellten Hypothesen neue Erscheinungen gefolgert und vorausgesagt werden, welche später in den Thatsachen ihre Bestätigung finden. Wofern aber bei meinem gegenwärtigen Vorhaben, wie ich hoffe, alle diese Gründe der Wahrscheinlichkeit zutreffen, so werde ich hieraus die Versicherung schöpfen daß der bei dieser Forschung gesuchte Erfolg erreicht sei, und daß der wahre Sachverhalt von meiner Darstellung kaum um vieles verschieden sein könne."

Eine ganz besondere Anziehung verleiht der Abhandlung selbst die unbefangene Offenheit, mit der Huygens die Ueberlegungen auseinander setzt, welche ihn zu seiner Theorie des Lichtes geführt haben, und die Schwierigkeiten ausspricht, die seiner Auffassung entgegenstehen. Sein Gedankengang, von dem ich versuchen möchte, ein angenähertes Bild zu geben, beginnt mit der Bemerkung, daß das Licht unzweifelhaft in der Bewegung einer gewissen Materie bestehen müsse. Hier auf Erden werde das Licht hauptsächlich vom Feuer und von der Flamme hervorgebracht, welche Körper enthalten müssen, die in der schnellsten Bewegung begriffen seien; denn sie zerstören und schmelzen die festesten Körper. Auch habe das Licht, wenn es etwa durch einen Hohlspiegel gesammelt werde, dieselbe Kraft zum Verbrennen wie das Feuer; das heiße, daß es die Theile der Körper zu trennen vermöge. Und das zeige ganz gewiß eine Bewegung an, wenigstens in der wahren Philosophie, wo die Erklärung aller Naturwirkungen durch mechanische Betrachtung gesucht werde; dies müsse aber geschehen, wenn nicht alle Hoffnung aufgegeben werden solle, etwas von den Naturerscheinungen zu begreifen. Weil aber nach denselben Grundsätzen für sicher gelte, daß der sinnliche Eindruck, welcher das Sehen genannt wird, entstehe, indem die Nerven des Auges von irgend einer Materie gereizt werden, so zwinge uns auch dies, anzunehmen, daß das Licht irgend welche Bewegung einer Materie sei, welche sich zwischen dem leuchtenden Körper und unserem Auge befinde. Wenn man aber erwäge, wie schnell sich die Lichtstrahlen überall hin verbreiten, und wie die von verschiedenen Richtungen kommenden Lichtstrahlen sich schneiden und doch nicht stören, so sehe man leicht ein, daß die leuchtenden Körper nicht mit Hülfe einer Materie gesehen werden, die von ihnen zu uns kommt, wie eine Kugel oder ein Pfeil die Luft durchdringt. Also müsse sich das Licht auf eine andere Weise bewegen, und um diese zu begreifen, werde es nützlich sein, zu betrachten, wie der Schall durch die Luft fortschreite.

Es sei bekannt, daß der Schall sich um den Ort, an dem er erzeugt worden ist, mit Hülfe der Luft verbreite, und zwar durch eine Bewegung, die nacheinander von einem Theile der Luft zu einem anderen übergehe, und die überallhin mit derselben Geschwindigkeit erfolge, so daß gewissermassen kugelförmige Oberflächen entstehen müssen, die immerfort größer werden und an unsere Ohren schlagen. Wenn nun das Licht eine Zeit gebrauche, um zu uns zu kommen, so müsse die entsprechende Bewegung der Materie eine successive sein und sich ebenso wie bei dem Schalle in kugelförmigen Wellen ausbreiten; Huygens wolle sie als Wellen bezeichnen wegen ihrer Aehnlichkeit mit denen, welche man leicht in dem Wasser bemerken kann, sobald man in dasselbe einen Stein wirft. Aus den Beobachtungen Römers über die Verfinsterungen der Trabanten des Planeten Jupiter werde aber geschlossen, daß das Licht zu seiner Fortpflanzung eine Zeit nöthig habe, und zugleich gefunden, daß die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichtes mehr als 600,000 mal größer sei, als die Geschwindigkeit des Schalles. Während nun das Licht und der Schall in der Hinsicht übereinstimmen, daß sie sich in kugelförmigen Wellen ausbreiten, so seien zwischen ihnen außerdem bedeutende Unterschiede vorhanden; denn die Bewegung, welche beiden zu Grunde liege, werde auf eine andere Weise hervorgebracht, sie erfolge in einer anderen Materie und pflanze sich auf eine andere Weise fort.

Der Schall habe seine Ursache in einer plötzlichen Erschütterung des ganzen Körpers oder desjenigen Theiles, welcher die Luft berührt; das Licht müsse aber in den einzelnen Theilen des leuchtenden Körpers entstehen, und diese Bewegung könne wohl nicht besser erklärt werden, als durch die folgende Annahme. Die leuchtenden Körper, welche flüssig sind, wie eine Flamme und vielleicht auch die Sterne und die Sonne, bestehen aus kleinen Theilen, die in einer viel feinern Materie hin und her fluthen, und die von dieser Materie sehr rasch gegen die Theile des Aethers gestoßen werden, welche die Umgebung jener ersteren Theile ausmachen und bei weitem kleiner seien, als die ersteren Theile. Die Bewegung bei den leuchtenden Körpern, welche fest sind, wie eine glühende Kohle oder glühendes Metall, entspringe aber aus dem heftigen Stoße der Theile der Kohle oder des Metalls, und von denjenigen dieser Theile, welche sich an der Oberfläche befinden, werde in der gleichen Weise die Materie des Aethers gestoßen. Auch müsse die Bewegung der kleinen Theile, die das Licht erzeugen, bei weitem rascher sein, als die Bewegung der tönenden Körper, da nach der Erfahrung aus dem Erzittern eines tönenden Körpers ebensowenig ein Licht entstehe, wie ein Ton hervorgebracht werde, indem man die Hand in der Luft bewege. Diese Materie des Aethers könne ferner nicht die Luft sein, mittelst deren sich der Schall ausbreitet, weil durch die Entfernung der Luft aus einem gläsernen Gefäße zwar die Fortpflanzung des Schalles, aber nicht die Fortpflanzung des Lichtes aufgehoben werde.

Was aber die Art der Fortpflanzung anlange, so sei dieselbe für den Schall leicht zu verstehen; denn man brauche nur an die Eigenschaft der Luft zu denken, daß sie sich leicht zusammendrücken und in einen kleineren Raum bringen lasse, als sie von selber einnimmt, und daß sie danach strebe, sich in dem Verhältniß, wie sie gedrückt wird, wiederherzustellen. Hieraus scheine zu folgen, daß die Luft aus kleinen Körperchen bestehe, die mit rascher Bewegung in einer Aethermaterie schwimmen, welche Aethermaterie aus viel kleineren Theilen zusammengesetzt sei. Darum existire für die Verbreitung des Schalles keine Ursache außer der elastischen Kraft jener kleinen sich stoßenden Körperchen, während sie in dem Umlauf jener Wellen mehr gedrückt seien, als an anderen Stellen. Die ungemein rasche Bewegung des Lichtes, verbunden mit seinen anderen Eigenschaften, gestatte eine ebensolche Art der Fortpflanzung nicht. Eine andere Art der Fortpflanzung, welche für das Licht möglich scheine, ergebe sich aus der Betrachtung derjenigen Weise, wie sich die harten Körper ihre Bewegung gegenseitig mittheilen.

Nach diesen Erwägungen entwickelt Huygens den vorhin angeführten Satz über die Mittheilung der Bewegung bei einer Reihe von einander gleichen harten elastischen Kugeln, deren Mittelpunkte ine gerade Linie bilden und die sich berühren. Er hebt dann besonders hervor, daß bei dieser Erscheinung in den mittleren Kugeln zwar keine Bewegung gesehen werde, daß aber der Fortschritt der Bewegung dennoch nicht momentan sondern successiv erfolge, und daher Zeit brauche. Wenn daher diese Art der Bewegung auf diejenige Bewegung bezogen werde, durch welche das Licht entsteht, so verbiete nichts zu glauben, daß die Aethertheile aus einer Materie bestehen, deren Härte so vollkommen, und deren Elasticität so groß sei, als man nur wolle. Auch sei es von dem gewonnenen Gesichtspunkte aus nicht unbegreiflich, wie eine so ungeheuere Menge von Lichtwellen sich schneide, ohne daß eine Verwirrung entspringe, weil dasselbe Theilchen der Materie mehreren Wellen dienen könne, die von verschiedenen, ja sogar entgegensetzten Orten herkommen. Allerdings scheine es höchst wunderbar, daß Wellen, die von so kleinen Bewegungen und so kleinen Körpern herrühren, sich auf so unermeßliche Entfernungen verbreiten sollen, wie zum Beispiel von der Sonne oder den Sternen bis zu uns. Allein es sei zu bedenken, daß unzählige Wellen, die von den Theilen des leuchtenden Körpers ausgehen, sich vereinigen, und eine Welle bilden, die merklich wird; und es sei ferner zu bedenken, daß das einzelne Theilchen seine Bewegung nicht nur den nächsten Theilchen mittheile, welche auf einer von dem leuchtenden Punkte gezogenen geraden Linie liegen, sondern auch allen übrigen benachbarten. Daher gebe es für jeden leuchtenden Punkt zu einer bestimmten Zeit immer eine kugelförmige Welle, welche von allen einzelnen entstandenen Wellen berührt werde. Der Begriff dieser einen Welle ist es aber, mit dessen Hülfe Huygens die Erscheinungen der Zurückwerfung und der Brechung des Lichtes erklärt hat.

Im Jahre 1672, als Huygens auf der Höhe seines Ruhmes stand, kam der sechsundzwanzigjährige Leibnitz nach Paris. Er lernte Huygens kennen, wurde sein Schüler in der Mathematik und sein Freund. Für Leibnitz hatte die Theorie der Bewegung nicht nur einen mathematischen, sondern auch einen philosophischen hohen Reiz. Die Begriffe der lebendigen und der todten Kräfte, welche sogleich erörtert werden sollen, tragen den Stempel seiner Denkart.

Wir haben durch Archimedes gelernt, daß zwei Gewichte, die sich zu einander wie die Zahlen 1 und 4 verhalten und die eine gerade Linie belasten, sich das Gleichgewicht halten, wofern die gerade Linie oder der Hebel in einem Punkte unterstützt ist, der zwischen den beiden Angriffspunkten liegt und die Entfernung zwischen denselben nach dem Verhältnisse von 4 zu 1 theilt. Geben wir dem Hebel eine kleine Bewegung, bei welchen etwa die kleinere Masse abwärts, die größere aufwärts geht, so wird die erstere vermöge des viermal längeren Hebelarms einen kleinen Bogen nach unten beschreiben, der viermal größer ist, als der kleine Bogen, den die größere Masse nach oben beschreibt. Für die angenommene kleine Bewegung verhalten sich die Geschwindigkeiten, wie die durchlaufenen Bögen. Es würde also die kleinere Masse mit der viermal größeren Geschwindigkeit abwärts sinken, während die viermal größere Masse mit der einfachen Geschwindigkeit aufsteigt. Das Product einer Masse in ihre Geschwindigkeit heißt die Quantität der Bewegung. In unserem Falle wäre also das Product der Masse in die Geschwindigkeit oder die Quantität der Bewegung bei beiden Massen gleich groß. Leibnitz nennt nun solche Kräfte, die sich das Gleichgewicht leisten und dadurch nicht zur Erscheinung kommen, todte Kräfte, und schließt aus der von uns reproducirten Betrachtung, daß bei den todten Kräften das Gleichgewicht stattfindet, wofern die Quantitäten der intentionirten Bewegung einander gleich sind.

Sobald aber ein Körper in Folge der Schwere sich wirklich bewegt, dann empfängt er nach dem Ausdrucke von Leibnitz lebendige Kraft. Die Geschwindigkeit, welche ein von der Ruhe beginnender Körper bei dem freien Fallen oder bei dem Hinabgleiten auf einer schiefen Ebene erwirbt, ist nach Galiläis Entdeckung nur von der Senkungshöhe abhängig, und zwar sind die Quadrate der Geschwindigkeiten den Senkungshöhen proportional. Wenn daher ein Körper von einem Pfund durch die Höhe von vier Fuß fällt, dagegen ein Körper von vier Pfund durch die Höhe von einem Fuß, so erwirbt der erstere eine doppelt so große Geschwindigkeit, als der letztere. Bildet man hier die Quantitäten der Bewegung, so giebt bei dem ersten Körper das Product der Masse 1 in die doppelte Geschwindigkeit, und bei dem zweiten Körper das Product der Masse 4 in die einfache Geschwindigkeit einen verschiedenen Werth. Die Quantitäten der Bewegung sind also verschieden.

Dagegen hat bei dem ersten Körper das Product der Masse 1 in das Quadrat der doppelten Geschwindigkeit, nämlich 4, und bei dem zweiten Körper das Product der Masse 4 in das Quadrat der einfachen Geschwindigkeit, nämlich 1, denselben Werth. Leibnitz setzt demnach fest, daß das Product der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit das Maß der lebendigen Kraft sein soll. Dann erwerben in unserem Beispiel beide Körper dieselbe lebendige Kraft.

Leibnitz findet diesen Begriff unmittelbar in der von Huygens gegebenen Lehre des Zusammenstoßes der elastischen harten Körper. Der zweite Satz des Huygens, den wir vorhin angeführt haben, enthält gerade die Aussage, daß die Summe aus dem Product der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit, das ist die Summe der lebendigen Kräfte, bei den beiden Körpern vor dem Stoße denselben Werth habe, wie nach dem Stoße.

Wenn eine harte elastische Kugel von 4 Pfund sich horizontal mit der Geschwindigkeit von zehn Fuß in der Secunde bewegt, und wenn sich die ganze lebendige Kraft derselben auf eine Kugel von einem Pfund überträgt, so würde die erstere in Ruhe bleiben, und die zweite mit der Geschwindigkeit von zwanzig Fuß in der Secunde weitergehen. Nimmt man an, daß die Kugel von vier Pfund die Geschwindigkeit von zehn Fuß in der Secunde durch das Hinabgleiten von einer gewissen Höhe erworben hat, so würde die Geschwindigkeit von zwanzig Fuß in der Secunde, welche die Kugel von einem Pfund empfangen hat, genau ausreichen, um diese längs einer schiefen Ebene zu der vierfachen Höhe von der Senkungshöhe der ersten Kugel hinaufzutreiben. Leibnitz stellt nun den Satz auf, daß die Kugel von vier Pfund unmöglich auf irgend eine Weise der Kugel von einem Pfund eine größere Geschwindigkeit mittheilen könne, als die vorhin angegebene von zwanzig Fuß in der Secunde. Diesen Satz beweist er mit Hülfe des Axioms, daß es in der Natur kein Perpetuum mobile geben könne, indem er zeigt, wie ein Perpetuum mobile construirt werden könnte, falls die zu widerlegende Voraussetzung gültig wäre.

Ich werde jetzt die mechanische Vorrichtung, welche Leibnitz für diesen Zweck ersonnen hat, erklären, und der leichteren Vorstellung wegen die dabei vorkommenden Größen in bestimmten Zahlen ausdrücken. Die Höhe, von der die vorhin erwähnte erste harte elastische Kugel hinabgleiten muß, um mit der Ruhe anfangend die Geschwindigkeit von zehn Fuß in der Secunde zu erhalten, ergiebt sich aus den früher erörterten Gesetzen des Galiläi für den freien Fall der Körper, sobald die Thatsache der Erfahrung hinzugefügt wird, daß ein Körper, der aus der Ruhelage zu fallen beginnt, nach Verlauf der ersten Secunde in einer runden Ziffer die Endgeschwindigkeit von 30 Fuß erlangt. Weil die von dem Körper in dieser Zeit durchmessene Fallhöhe die Hälfte dieser Strecke betragen muß, weil ferner bei verschiedenen Fallzeiten die Endgeschwindigkeiten sich wie die Fallzeiten, dagegen die Fallhöhen wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten, so hat der in Rede stehende Körper nach dem Verlauf von $\frac{1}{3}$ Secunde die Geschwindigkeit von einem Fuß in der Secunde erlangt, und die Fallhöhe von $\frac{5}{3}$ Fuß durchmessen. Dies ist die erforderliche Senkungshöhe der ersten Kugel; die Bahn derselben darf nach dem ebenfalls angeführten Satze des Galiläi eine beliebig geneigte schiefe Ebene sein. Es wird nun von Leibnitz vorausgesetzt, daß diese erste Kugel, nachdem sie eine solche Bahn durchlaufen hat, und in einer Horizontalebene mit der Geschwindigkeit von zehn Fuß in der Secunde angelangt ist, im Stande sei, einer zweiten Kugel von einem Pfund die Geschwindigkeit von 40 Fuß in der Secunde zu ertheilen, während hiernach die erste Kugel selbst in der Horizontalebene in Ruhe bleibe. Bei dieser Voraussetzung, deren Unzulässigkeit nachgewiesen werden soll, ist die Geschwindigkeit der zweiten Kugel so groß angenommen, daß die Quantität der

Bewegung, oder das Product der Masse in die Geschwindigkeit, für beide Kugeln gleich groß wird. Die Annahme, daß die zweite Kugel überhaupt eine Geschwindigkeit erhalte, welche größer ist als zwanzig Fuß in der Secunde, würde zu einer vollkommen ähnlichen Betrachtung Anlaß geben. Vermöge der Voraussetzung, daß der zweiten Kugel eine Geschwindigkeit von 40 Fuß in der Secunde durch die erwähnte Uebertragung ertheilt ist, kann dieselbe auf einer ihr dargebotenen schiefen Ebene zu der 16 fachen Höhe von der Senkungshöhe der ersten Kugel, mithin zu der Höhe von $\frac{80}{3}$ Fuß heraufsteigen, und es möge für die zweite Kugel eine solche Bahn hergestellt sein, auf der sie sich wirklich bis zu dieser Höhe erhebt. Dann befindet sich also die erste Kugel ruhend in ihrer Horizontalebene, welche ich der Kürze halber den Boden nennen will, und die zweite Kugel in der Höhe von $\frac{80}{3}$ Fuß über dem Boden. Es sei nun ein Hebel so eingerichtet, daß sein kürzerer Arm die auf dem Boden ruhende erste Kugel von 4 Pfund, sein längerer Arm die zweite Kugel von einem Pfund zu fassen vermag, und zwar sei der längere Hebelarm fünfmal so lang als der kürzere. Wofern der längere Hebelarm viermal so lang wäre, als der kürzere, so würde nach dem oben erörterten Hebelgesetz des Archimedes die eine Kugel der anderen das Gleichgewicht halten; denn alsdann verhielte sich die Länge der Hebelarme umgekehrt, wie die an denselben wirkenden Gewichte. Da aber die zweite Kugel von einem Pfund an einem Hebelarm wirkt, welcher nicht viermal sondern fünfmal so lang ist, als der andere Hebelarm, so muß diese Kugel das Uebergewicht erhalten. Sie wird mit ihrem Hebelarm zu Boden gehen, während die erste Kugel mit ihrem Hebelarm in die Höhe steigt. Auch überzeugt man sich leicht, daß die Höhe, bis zu welcher die erste Kugel aufsteigt, sich zu der Höhe, um welche die zweite Kugel gleichzeitig hinabsinkt, verhalten muß, wie der Hebelarm der ersten Kugel zu dem Hebelarm der zweiten Kugel, das ist in dem vorliegenden Falle, wie eins zu fünf. Die zweite

Kugel geht aber von der Höhe von $\frac{80}{3}$ Fuß bis auf den Boden, daher wird die erste Kugel vom Boden bis auf die Höhe von $\frac{16}{3}$ Fuß gehoben. Allein die Höhe, von der die erste Kugel aus der Ruhelage hinabgeglitten war, um am Boden die Geschwindigkeit von einem Fuß in der Secunde zu erhalten, beträgt, wie wir uns erinnern, nur $\frac{5}{3}$ Fuß. Da sich nun die erste Kugel, nachdem die Hebelvorrichtung angewendet worden ist, auf einer um $\frac{11}{3}$ Fuß größeren Höhe befindet, so könnte man mit der Hülfe dieser Kugel, während sie von der bezeichneten Höhe bis zu der Höhe von $\frac{5}{3}$ Fuß abwärts geht, irgend welche nützliche mechanische Thätigkeit ausüben. Nach Vollendung dieser mechanischen Thätigkeit würde sich die Kugel dann noch auf derjenigen Höhe befinden, von der aus, auf ihrer schiefen Ebene hinabgleitend, sie die Geschwindigkeit von zehn Fuß in der Secunde empfing, mit welcher die beschriebene Bewegung begann. Da aber die zweite Kugel nach der Anwendung der Hebelvorrichtung auf dem Boden angelangt ist, so hätte man nur nöthig, dieselbe auf dem Boden an den ursprünglichen Platz zu bringen, damit die erste Kugel abermals, der getroffenen Annahme gemäß, ihr die Geschwindigkeit von 40 Fuß in der Secunde ertheilen und der ganze Vorgang sich von neuem wiederholen könnte. Die Benutzung der Hebelvorrichtung könnte auch so geschehen, daß die zweite Kugel nicht völlig bis auf den Boden, sondern nur bis in Nähe desselben herabgelassen würde, und dort den Hebelarm verließe, um hierauf längs einer passend angebrachten Bahn bis zu dem ursprünglichen Platze zu rollen, wo sie wieder von der ersten Kugel getroffen wird. Auf diese Weise würde in der That eine Maschine hergestellt sein, welche ohne Ende eine nützliche mechanische Thätigkeit ausüben kann, und dies wäre das Perpetuum mobile.

Von dieser Betrachtung aber erhebt sich Leibnitz, die Gedanken von Jahrhunderten überspringend, zu dem allgemeinen Satze, daß die lebendige Kraft es ist, welche sich in der ganzen Welt erhält. In einer Schrift, welche er während seines Aufenthaltes in Italien 1689 verfaßte, und dem damaligen Herzog von Florenz Cosimo dem Dritten widmen wollte, später aber nicht drucken ließ, spricht er seine eigene Anschauung von dem Werthe dieses Satzes, in welchem seine mathematische und philosophische Speculation zusammenfließen, folgendermaßen aus: „Jetzt offenbart sich allmählig die unglaubliche Kunst des Schöpfers in der allgemeinen Vertheilung der die Materie beherrschenden Kräfte. Es scheint, daß wir die Verhältnisse der Natur aus einem schönen Zweck werden ableiten können, wie Sokrates sie aus einem guten Zweck abzuleiten hoffte. Das aber heißt der göttlichen Größe Hymnen singen, und, was mehr ist, vernehmen, wie alle Creatur in unvergleichlicher Majestät und Milde die Weisheit ihres unendlichen Schöpfers feiert".

Es war nicht wohl ausführbar, die Namen von Huygens und Leibnitz von einander zu trennen; der genauen Zeitfolge nach hätte Newton zwischen denselben erwähnt werden müssen. Von Newton darf man sagen, daß er das vollständige Gebäude der theoretischen Mechanik oder der Wissenschaft von der Bewegung aufgeführt hat. Wer von einzelnen Theilen desselben reden will, begeht leicht ein Unrecht an dem Ganzen.

Newton hat in seinen Principien, welche zum ersten Male 1687 erschienen sind, als erstes Gesetz der Bewegung das Trägheitsgesetz hingestellt, dessen ich schon bei Galiläi erwähnte Er drückt dasselbe so aus: jeder Körper verharre in seinem Zustande, nämlich dem Zustande der Ruhe oder der geradlinigen und gleichförmigen Bewegung, wofern er nicht durch imprimirte Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern. Newtons zweites Gesetz der Bewegung heißt: die Aenderung der Bewegung ist proportional der imprimirten bewegenden Kraft, und erfolgt nach der geraden Linie, in welcher diese Kraft imprimirt wird. Das dritte Gesetz der Bewegung lautet: die Wirkung und die Gegenwirkung sind einander gleich, oder die gegenseitigen Wirkungen zweier Körper sind wechselsweise und entgegengesetzt gerichtet. Aber mit wie unerbittlicher Gewalt sind die Consequenzen aus diesen Gesetzen gezogen, und welche Methode ist hier vorgezeichnet, um eine Welt von Erscheinungen auf einen einzigen Erklärungsgrund zurückzuführen.

Wir sagen heute, wenn ein System von Körpern gegeben ist, wenn die Bedingungen, unter denen sie sich bewegen, und die Kräfte, denen sie unterworfen sind, bekannt sind, wenn man ferner für einen Zeitmoment die Oerter der Körper und ihre Geschwindigkeiten weiß, dann sei die Bewegung des Systems in der folgenden Zeit bestimmt, und ihre Bestimmung eine Aufgabe der Mathematik. Aber daß wir so sprechen können, das verdanken wir Newton.

Nach denselben Grundsätzen können nicht allein die Bewegungen einzelner Körper, sondern auch die Bewegungen von stetig zusammenhängenden Massen untersucht werden. Auf die Pythagoräische Entdeckung, daß eine Saite, welche die halbe Länge von der Saitenlänge des Grundtones hat, das consonirende Intervall der oberen Octave giebt, ist durch die Anwendung der Grundsätze der Mechanik die Theorie der schwingenden Saiten gefolgt, und auf die gleiche Weise hat in unseren Tagen die Frage nach der Ursache der Consonanz eine Lösung gefunden. An die Lehre des Archimedes von dem Gleichgewicht der Körper, welche in eine Flüssigkeit eingetaucht sind, hat sich durch die Benutzung der Mechanik die Theorie von dem Gleichgewicht und der Bewegung der Flüssigkeiten angeschlossen. Newton selbst ist aber der erste, welcher die Gestalt einer Flüssigkeit, die um eine Axe rotirt, theoretisch untersucht hat, um dadurch für die Bestimmung der Gestalt unserer Erde einen sicheren Anhalt zu gewinnen. Er faßt die Werke seiner Vorgänger mit starker Hand in eins zusammen, und weist den Forschungen seiner Nachfolger den Weg. Daß aber die Fülle von Newtons Entwürfen durch seine vollendeten Werke nicht erschöpft ist, sagen die Schlußworte seiner Principien, welche so lauten:

„Es ließe sich noch manches hinzufügen von einem ganz feinen Hauch, der die dichten Körper durchdringt, durch dessen Wirkungen die Theile der Körper in den kleinsten Entfernungen sich anziehen und zusammenhängend bleiben; wodurch die electrischen Körper in größeren Entfernungen wirken, die Nachbarkörper anziehend und abstoßend; wodurch das Licht ausgesandt, zurückgeworfen, gebrochen und gebeugt wird und den Körpern Wärme giebt; wodurch alle Empfindung erregt wird und die Glieder der lebendigen Wesen nach dem Willen gelenkt werden, indem sich die Schwingungen dieses Hauchs durch die Gefäße der Nerven von den äußeren Sinnesorganen nach dem Gehirn, und von dem Gehirn nach den Muskeln fortpflanzen. Aber diese Dinge können nicht in Kürze auseinandergesetzt werden. Auch ist keine hinreichende Menge von Experimenten vorhanden, um die Gesetze der Wirkungen dieses Hauches genau zu bestimmen und zu erweisen".

Es war mein Bemühen, die zusammenhängende Kette erfinderischer Arbeit zu vergegenwärtigen, durch welche allmählig die Begriffe entstanden sind, auf denen heute die Wissenschaft von der Bewegung der Körper ruht. Von den mathematischen Methoden, die für die Zwecke der theoretischen Mechanik aufgefunden werden mußten, habe ich bisher noch nicht gesprochen. Es ist allgemein bekannt, daß die beiden Männer, deren ich zuletzt gedacht habe, Newton und Leibnitz, zugleich die Entdecker der Infinitesimalrechnung sind. Dieser Entdeckung bedurfte die Mechanik. Die Infinitesimalrechnung und die Mechanik gleichen zwei Bäumen, die aus derselben Wurzel entsprossen sind und deren Zweige sich mit einander verflechten. Das Wesen der Infinitesimalrechnung besteht darin, die Größen insofern zu betrachten, als sie einer fortgesetzten Theilung fähig sind. Als Galiläi sagte, die gleichförmig beschleunigte Bewegung sei diejenige, bei welcher die Geschwindigkeit in jedem kleinen Zeitintervall um gleich viel wächst, als er den Weg des fallenden Körpers unter dem Bilde eines Dreiecks ausmaß, dessen Flächenraum gleich einer Summe von kleinen Rechtecken ist, als Galiläi die Bahn des geworfenen Körpers auffand, indem er für jedes kleine Zeitintervall die horizontale und die vertikale Bewegung zusammensetzte, da gebrauchte er die Infinitesimalrechnung. Dasselbe that lange Zeit vor ihm Archimedes, wie er, um den Schwerpunkt einer ebenen Figur zu bestimmen, diese Figur in schwere kleine Theile zerlegte. Und er ging dabei mit einer Strenge zu Werke, welche nur wenige der Späteren beibehalten haben.

Indem wir die Körper in kleine Theile zerlegen, bekommen wir die Träger unserer mechanischen Begriffe. Mit Hülfe von diesem Verfahren leiten wir eine Bewegung der Körper ab, die mit der Erfahrung übereinstimmt. Es zeigt sich aber, und Huygens hat uns darauf aufmerksam gemacht, daß für die Erklärung von gewissen Naturerscheinungen diese erste Theilung nicht ausreicht, und daß es nothwendig wird, die erste Ordnung von kleinen Theilen sich abermals getheilt zu denken, so daß kleine Theile einer zweiten Ordnung entstehen. Neue Naturerscheinungen können auftreten, für welche dieser zweite Schritt nicht genügt, so daß der Schritt noch ein Mal zu wiederholen ist. Aber es fehlt uns das Recht, irgend einen dieser auf einander folgenden Schritte für den letzten zu erklären. Denn auch hier gilt das tiefsinnige Wort: die Natur kennt keine Grenze.

Bonn, den 26. Mai 1875.

(140)

Druck von Gebr. Unger (Th. Grimm) in Berlin, Schönebergerstr. 17 a.