

Raport Badawczy

RB/45/2014

Research Report

**Analiza policy-mix
z wykorzystaniem metod
teorii gier i optymalizacji
wielokryterialnej**

L. Kruś, I. Woroniecka

**Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences**



POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Zakładu zgłaszający pracę:
Dr hab. inż. Lech Krus, prof. PAN

Warszawa 2014

ANALIZA POLICY-MIX Z WYKORZYSTANIEM METOD TEORII GIER I OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ

Lech Kruś, Irena Woroniecka-Leciejewicz

Instytut Badań Systemowych PAN, 01-447 Warszawa ul. Newelska 6

Streszczenie

Przedmiotem artykułu jest gra fiskalno-monetarna. W tej grze władze fiskalne i monetarne podejmują decyzje wyboru optymalnej strategii z punktu widzenia realizacji swoich celów ekonomicznych. Opracowano model makroekonomiczny, który z jednej strony opisuje mechanizm cyklu koniunkturalnego i pozwala śledzić przebieg koniunktury gospodarczej w czasie, z drugiej odzwierciedla wpływ instrumentów polityki monetarnej i fiskalnej na gospodarkę. Przeprowadzono szereg obliczeń symulacyjnych modelu oraz eksperymentów komputerowych dotyczących gry. Wyznaczono i analizowano optymalne strategie odpowiedzi oraz strategie równowagi Nasha. Uzyskane wyniki pokazują, że w ogólnym przypadku wpłaty wyznaczone zgodnie z równowagą Nasha nie są Pareto optymalne. Wykorzystując metody optymalizacji wielokryterialnej wyznaczono i przeanalizowano Pareto optymalne rozwiązania kooperacyjne. Mogą być one osiągnięte w przypadku koordynacji i wspólnego uzgodnienia polityk władz fiskalnych i monetarnych.

1. Wprowadzenie

Artykuł dotyczy problemu wyboru *policy-mix* oraz analizy wzajemnych interakcji decyzyjnych między władzami fiskalnymi (rządem) a władzami monetarnymi (bankiem centralnym) z zastosowaniem metod modelowania komputerowego, teorii gier oraz metod optymalizacji wielokryterialnej. *Policy-mix* stanowi kombinację polityki fiskalnej i monetarnej o określonym stopniu restrykcyjności/ekspansywności każdej z nich.

Formułowana jest gra niekooperacyjna, w której władze fiskalne i władze monetarne odgrywają rolę graczy. Zarówno rząd jak i bank centralny starają się osiągnąć swoje cele ekonomiczne: pożądany poziom wzrostu gospodarczego w przypadku rządu i pożądany poziom inflacji w przypadku banku centralnego.

W pracy przedstawia się budowę odpowiedniego modelu makroekonomicznego umożliwiającego wyznaczenie wpływu instrumentów polityk podejmowanych przez te władze na wypłaty gry. Model opisuje mechanizm cykli koniunkturalnych w gospodarce oraz pozwala analizować przebieg zmiennych opisujących stan gospodarki w czasie. Wykorzystując implementację komputerową tego modelu moż-

liwe jest wyznaczenie wzrostu PKB oraz poziomu inflacji w zależności od instrumentów polityk w/w władz.

Niekooperacyjna gra fiskalno-monetarna jest formułowana przy założeniu niezależności władz fiskalnych i monetarnych. W ogólnym przypadku rozwiązanie równowagowe Nasha w takiej grze nie musi być Pareto optymalne. Istnieją wówczas kombinacje strategii, przy których obie władze mogą poprawić swoje wypłaty w porównaniu z rozwiązaniem równowagowym Nasha. Powstaje wówczas zagadnienie wyznaczenia strategii Pareto optymalnych ze względu na wypłaty obu graczy. Strategie takie i odpowiadające im wypłaty można wyznaczyć metodami optymalizacji wielokryterialnej. Podjęcie takich strategii wymaga jednak koordynacji polityk władz fiskalnych i monetarnych.

Układ artykułu jest następujący. W Sekcji 2 przedstawiony jest model makroekonomiczny. W punktach 2.1 i 2.2 podane są relacje opisujące odpowiednio rynek produktu i rynek pieniądza. Model został zaimplementowany w formie algorytmu obliczeniowego. W sekcji 3 pokazane są założenia oraz wyniki symulacji komputerowych przeprowadzonych z wykorzystaniem modelu. Pokazują one przebieg zmiennych modelu opisujących stan gospodarki w czasie w zależności od instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej. W Sekcji 4 jest sformułowana niekooperacyjna gra fiskalno-monetarna oraz analizowane są i dyskutowane wyniki gry. Analiza ta jest ilustrowana wybranymi wynikami obliczeniowymi uzyskanymi w trakcie wykonywanych eksperymentów komputerowych. Artykuł zamyka Podsumowanie oraz Bibliografia.

Bibliografia zawiera pozycje dotyczące: analizy polityk fiskalno-monetarnych, niezależności tych polityk, gry fiskalno-monetarnej (Beetsma, Jensen 2005, Bennett 2001, Blinder 1983, Friedman 1958, 1968, Kot 2003, Marszałek 2009, Nordhaus 1994, Woroniecka Lęcejewicz 2010, 2014, Kruś, Woroniecka-Lęcejewicz 2014), modelownia makroekonomicznego (Keynes 1936, Samuelson 1939, Hicks 1950), teorii gier (Nash 1950, 1956, 1954, Raiffa 1953), metod wspomagania decyzyjnego w wielokryterialnych zagadnieniach przetargowych (Kruś 2011, 2014), metody punktu referencyjnego stosowanego do rozwiązywania i analizy zadań optymalizacji wielokryterialnej (Wierzbicki 1986, Wierzbicki et al. 1993, 2000). W artykule kontynuowana jest dyskusja przedstawiona przez Nordhaua dotycząca niezależności lub koordynowania polityk fiskalnych i monetarnych.

2. Model makroekonomiczny – równania i ich interpretacja

W celu analizy wpływu instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej na rozwój gospodarki zbudowano prosty model makroekonomiczny. Jest to model dynamiczny, który z jednej strony opisuje mechanizm cyklu koniunkturalnego i pozwala śledzić przebieg koniunktury gospodarczej w czasie, z drugiej – umożliwia analizę wpływu polityki monetarnej i fiskalnej i ich instrumentów: realnej stopy procentowej i deficytu budżetu państwa w relacji do PKB na gospodarkę, w tym na wzrost

PKB oraz inflację. Model ten wraz ze wstępnymi wynikami symulacji został opublikowany w pracy (Woronecka-Leciejewicz, 2014).

Model zawiera dwa moduły: rynek dóbr oraz rynek pieniądza, które zostaną pokrótce omówione poniżej.

2.1 Rynek produktu

Produkcja (realna) Y w okresie t :

$$Y(t) = C(t) + I(t) + G(t), \quad (1)$$

gdzie:

C - konsumpcja (realna),

I - inwestycje (realne),

G - wydatki budżetu państwa na funkcjonowanie usług sektora publicznego (realne),

t - czas.

Produkcja Y od strony popytu globalnego stanowi sumę konsumpcji, inwestycji i wydatków budżetu państwa. Model ten jest modelem gospodarki zamkniętej, nie uwzględnia wymiany zagranicznej. Produkcja, mierzona np. wartością PKB lub dochodu narodowego, ujęta jest w kategoriach realnych.

Konsumpcja (realna) C w okresie t :

$$C(t) = \beta(r)(CA + c(1 - t_n)Y(t-1)), \quad (2)$$

przy czym:

$$\beta(r) = 1 - \lambda\alpha(r - r^*), \quad 0 < \lambda < 1, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

przy następujących oznaczeniach:

CA - konsumpcja autonomiczna,

c - marginalna skłonność do konsumpcji,

t_n - stopa podatkowa netto,

$\beta(r)$ - współczynnik, odzwierciedlający wpływ stopy procentowej na konsumpcję,

r - realna stopa procentowa,

r^* - neutralna stopa procentowa,

α, λ - parametry,

pozostałe oznaczenia jw.

Konsumpcja, zgodnie z modelem mechanizmu mnożnikowego składa się z części autonomicznej oraz z konsumpcji proporcjonalnej do dochodu narodowego (do produkcji Y), przy czym założono tu jednookresowe opóźnienie między uzyskiwaniem dochodów a ich wydatkowaniem na cele konsumpcyjne. Współczynnikiem proporcjonalności konsumpcji do dochodu dyspozycyjnego jest marginalna skłonność do konsumpcji c , ale w stosunku do dochodu pierwotnego Y jest nim skorygowana wartość marginalnej skłonności do konsumpcji $c(1-t_n)$, tzn. zmniejszona odpowiednio do stopy opodatkowania netto. Jest to znana formuła

z modelu keynesowskiego (Keynes, 1936, 2003) uwzględniającego sektory: prywatny (gospodarstw domowych i przedsiębiorstw) oraz publiczny (budżet państwa). Konsumpcja została też uzależniona od wysokości stopy procentowej. Przyjęto, że wpływ stopy procentowej zależy od odchylenia stopy procentowej od jej neutralnego poziomu w taki sposób, że podwyższanie realnej stopy procentowej powyżej stopy neutralnej powoduje obniżanie konsumpcji, natomiast obniżanie stopy procentowej poniżej wartości neutralnej wywołuje jej wzrost. Założono przy tym, że wpływ stopy procentowej na konsumpcję jest słabszy niż na inwestycje ($0 < \lambda < 1$) – porównaj równanie 5.

Inwestycje (realne) I w okresie t :

$$I(t) = a(r)(IA + k\Delta Y(t-1)), \quad (4)$$

przy czym:

$$a(r) = 1 - \alpha(r - r^*), \quad \alpha > 0, \quad (5)$$

przy następujących oznaczeniach:

IA - inwestycje autonomiczne,

k - marginalna kapitałochłonność produkcji,

$\Delta Y(t-1)$ - przyrost produkcji w okresie t ,

$a(r)$ - współczynnik, odzwierciedlający wpływ stopy procentowej na inwestycje,
pozostałe oznaczenia jw.

Inwestycje w modelu przyjęto zgodnie z modelem mechanizmu akceleracji. Na inwestycje składa część o charakterze autonomicznym oraz inwestycje proporcjonalne do wzrostu produkcji. Równania 1, 2 i 4 odzwierciedlają model cyklu koniunkturalnego – model mnożnika-akceleratora, uwzględniając z jednej strony oddziaływanie popytowych czynników wzrostu (mechanizm mnożnika), z drugiej – podaźowych czynników wzrostu (mechanizm akceleracji). Znajduje to odzwierciedlenie w podwójnej roli inwestycji w gospodarce: inwestycje tworzą popyt globalny (wraz z konsumpcją, wydatkami budżetowymi i eksportem netto, który w tym modelu jest pominięty), a także budują nowe zdolności produkcyjne.

Współczynnik marginalnej kapitałochłonności produkcji k , stanowiący odwrotność współczynnika akceleracji (inaczej efektywności inwestycji) oznacza o ile powinny wzrosnąć inwestycje w okresie bieżącym, aby umożliwić jednostkowy przyrost produkcji (zdolności produkcyjnych) w okresie przyszłym ($t+1$). Przy takiej interpretacji indeks czasu odpowiadający przyrostowi produkcji w równaniu 4 powinien dotyczyć okresu przyszłego: $\Delta Y(t+1)$, a więc prognozowanego wzrostu. W modelu przyjęto jednak, że prognoza wzrostu produkcji jest dokonywana w dużym uproszczeniu na podstawie ostatnich dostępnych danych z przeszłości, na poziomie wzrostu w ostatnim okresie – stąd w równaniu jednookresowe opóźnienie dla $\Delta Y(t-1)$. Model pozostaje wówczas modelem rekurencyjnym. Inwestycje zależą również od wysokości stopy procentowej (funkcja malejąca), przy czym analogicznie jak dla konsumpcji, wpływ stopy

procentowej na inwestycje uzależniony jest od odchylenia stopy procentowej od jej neutralnego poziomu.

Wpływy fiskalne netto (realne) T_n w okresie t :

$$T_n(t) = t_n Y(t) , \quad (6)$$

oznaczenia jw.

Wpływy fiskalne netto (podatki netto) stanowią wpływy z podatków (pośrednich i bezpośrednich) pomniejszone o transfery socjalne i są naliczane w stosunku do dochodu narodowego (produkcji) w proporcji wyznaczonej przez stopę podatkową netto.

Saldo budżetu państwa (realne) BS w okresie t :

$$BS(t) = T_n(t) - G(t) , \quad (7)$$

oznaczenia jw.

Saldo budżetu państwa stanowi nadwyżkę dochodów budżetowych nad wydatkami. W tym ujęciu wydatki budżetowe G ograniczają się do wydatków na dobra i usługi, nie zawierają one wydatków na transfery socjalne, analogicznie dochody fiskalne uwzględniają jedynie wpływy podatkowe netto (porównaj równanie 6).

Równowaga na rynku produktu oznacza, że popyt globalny i podaż są sobie równe:

$$Y_d(t) = Y_s(t) , \quad (8)$$

co jest równoważne warunkowi, że inwestycje wraz z wydatkami budżetowymi (strona popytowa) są równoważone przez sumę oszczędności i podatków netto (strona podaźowa):

$$I(t) + G(t) = S(t) + T_n(t) , \quad (9)$$

gdzie:

$$S(t) - \text{oszczędności: } S(t) = Y(t) - T_n(t) - C(t) ,$$

pozostałe oznaczenia jw.

Zakłada się, że w stanie początkowym gospodarka znajduje się w stanie równowagi zarówno na rynku produktu jak i na rynku pieniądza (omówionym poniżej).

2.2 Rynek pieniądza

Równowaga na rynku pieniężnym oznacza, że podaż pieniądza M równoważy popyt transakcyjny na pieniądź, który jest determinowany przez poziom cen i realną produkcję (wpływ wprost proporcjonalny) oraz prędkość obiegu pieniądza (wpływ odwrotnie proporcjonalny):

$$M(t) = \frac{P(t) Y(t)}{v(t)} , \quad (10)$$

gdzie:

M - podaż pieniądza,
 P - wskaźnik cen,
 v - prędkość obiegu pieniądza,
 pozostałe oznaczenia jw.

Inflacja p w okresie t :

$$p(t) = \frac{\Delta P(t)}{P(t-1)} = \frac{\Delta M(t)}{M(t-1)} - \frac{\Delta Y(t)}{Y(t-1)} + \frac{\Delta v(t)}{v(t-1)}, \quad (11)$$

przy czym zakłada się, że tempo zmian prędkości obiegu pieniądza jest proporcjonalne do tempa zmian produkcji:

$$\frac{\Delta v(t)}{v(t-1)} = \rho \frac{\Delta Y(t)}{Y(t-1)}, \quad (12)$$

ρ - parametr,
 pozostałe oznaczenia jw.

Inflacja w modelu jest przyjęta zgodnie z monetarystyczną teorią inflacji Milтона Friedmana (Friedman 1958, 1968, 1994), na podstawie zdynamizowanej formuły ilościowej teorii pieniądza Irvinga Fishera. Inflacja determinowana jest przez nadmierne tempo wzrostu podaży pieniądza (ponad tempo wzrostu produkcji realnej) oraz wzrost prędkości obiegu pieniądza.

Tempo zmiany podaży pieniądza jest wypadkową z jednej strony zmian ilości pieniądza stosownie do potrzeb transakcyjnych w gospodarce (odpowiednio do przewidywanych bądź pożądanych zmian produkcji i cen), z drugiej – zmian ilości pieniądza wywołanych zmianą policy-mix, w tym polityki monetarnej (wpływ stopy procentowej) oraz polityki fiskalnej (wpływ deficytu budżetowego). Dla uproszczenia zakłada się, że ustalając potrzeby transakcyjne w kreacji pieniądza, tempo zmian produkcji w bieżącym okresie szacuje się na podstawie obserwowanej w przeszłości (w poprzednim okresie) dynamiki wzrostu, a tempo wzrostu cen na podstawie założonej inflacji, jaką chce się osiągnąć.

Tempo zmiany podaży pieniądza (łącznie) w okresie t :

$$\frac{\Delta M(t)}{M(t-1)} = m_e(t) + m_r(t) + m_b(t), \quad (13)$$

gdzie:

M - podaż pieniądza (łączna),
 m_e - oczekiwane tempo zmiany podaży pieniądza (na podstawie oczekiwanego tempa wzrostu produkcji i inflacji),
 $m_r(t)$ - tempo zmiany podaży pieniądza będące wynikiem polityki monetarnej (stopy procentowej),
 $m_b(t)$ - tempo zmiany podaży pieniądza wynikające z polityki fiskalnej (deficytu budżetowego).

Tempo zmiany podaży pieniądza wynikające z polityki stóp procentowych w okresie t :

$$m_r = \frac{\Delta M_r(t)}{M(t-1)} = \mu_0(r - \mu_1)^{\mu_2} + \mu_3, \quad \mu_2 < 0, \quad (14)$$

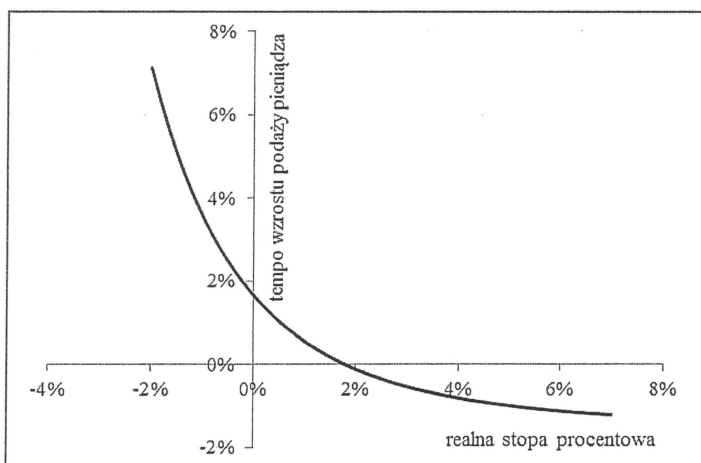
gdzie:

$\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ - parametry funkcji, w tym:

$\mu_2, \mu_2 < 0$ - elastyczność tempa wzrostu ilości pieniądza względem stopy procentowej, (dokładniej względem odchylenia stopy procentowej od neutralnego poziomu),

pozostałe oznaczenia jw.

Tempo wzrostu podaży pieniądza uzależniono w modelu od realnej stopy procentowej. Jest to funkcja malejąca, przedstawiona dla przykładowych wartości parametrów na rys. 1. Wpływ zmian stopy procentowej na tempo wzrostu ilości pieniądza w obiegu charakteryzuje ujemny współczynnik elastyczności μ_2 .



Rys. 1. Zależność: tempo wzrostu podaży pieniądza a realna stopa procentowa

Tempo zmiany podaży pieniądza wynikające z nadmiernego deficytu budżetowego w okresie t :

$$m_b = \frac{\Delta M_b(t)}{M(t-1)} = \chi_0(b - b^*)\chi_1, \quad \chi_1 > 0, \quad (15)$$

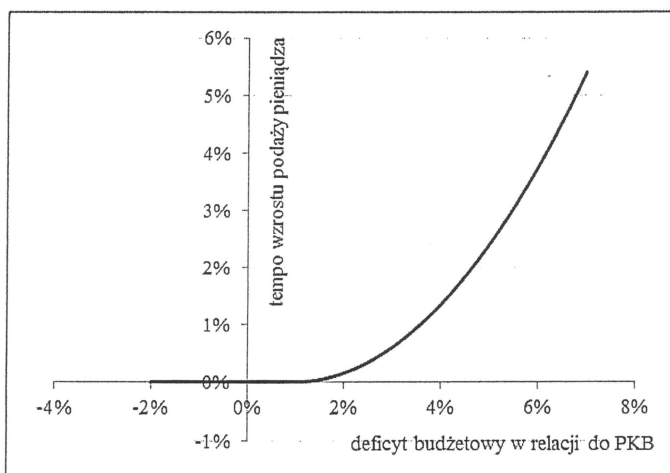
gdzie:

b^* - poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB niepowodujący konieczności zwiększania podaży pieniądza,

χ_0, χ_1 - parametry funkcji, w tym:

$\chi_1, \chi_1 > 0$ - elastyczność tempa wzrostu ilości pieniądza względem nadmiernego deficytu budżetowego, (ponad wartość b^*),
pozostałe oznaczenia jw.

Tempo wzrostu podaży pieniądza może rosnąć także pod wpływem nadmiernego deficytu budżetowego w relacji do PKB. W modelu zakłada się taki poziom deficytu budżetowego b^* , który jeżeli nie zostanie przekroczony – nie powoduje konieczności zwiększania ilości pieniądza, dopiero po przekroczeniu tej wartości wywołuje dodatkowy wzrost podaży pieniądza. Funkcję charakteryzującą zależność między tempem wzrostu podaży pieniądza a deficytem budżetowym dla przykładowych wartości parametrów przedstawiono na rys. 2. Jest to funkcja rosnąca, przy czym wpływ zmian deficytu budżetowego na tempo wzrostu ilości pieniądza w obiegu charakteryzuje dodatni współczynnik elastyczności χ_1 .



Rys. 2. Zależność: tempo wzrostu podaży pieniądza a deficyt budżetowy w relacji do PKB

Oprócz wyżej opisanych krótkookresowych, cyklicznych czynników wzrostu o charakterze popytowym, uwzględniono również wpływ długookresowych czynników podażowych (np. postępu technicznego), zakładając ich egzogeniczny wpływ i wprowadzając długookresowy trend wzrostu produkcji:

$$Y(t) = e^{\delta t}, \quad (16)$$

gdzie:

δ - parametr długookresowego, egzogenicznego wzrostu produkcji.

Zakłada się, że w stanie początkowym rynek pieniężny znajduje się w stanie równowagi, podobnie jak rynek dóbr. Zmiany cykliczne w gospodarce zapoczątkowują wprowadzone na początku analizowanego przebiegu zjawisk gospodarczych impulsy w postaci zmian inwestycji sektora prywatnego oraz zmiany nastawienia policy-mix, a więc zmiany wysokości stopy procentowej oraz wydatków budżetowych.

Zmiany inwestycji (realnych) w okresie $t=1$ są sumą zmian inwestycji: wynikającej z czynników egzogenicznych oraz będącej skutkiem zmiany nastawienia policy-mix:

$$\Delta I(t_1) = \Delta I_{egz}(t_1) + \Delta I_{pol}(t_1), \quad (17)$$

przy czym:

$$\Delta I_{pol}(t_1) = -\varphi(r - r^*)I(t_0), \quad (18)$$

gdzie:

$\Delta I_{egz}(t_1)$ - egzogeniczna zmiana inwestycji w okresie $t=1$,

$\Delta I_{pol}(t_1)$ - zmiana inwestycji w wyniku polityki monetarnej

w okresie $t=1$,

φ - parametr, $\varphi > 0$,

pozostałe oznaczenia jw.

Przyjęta w równaniu 18 formuła odzwierciedla wpływ stopy procentowej na początkowy impuls w postaci zmian inwestycji i oznacza, że podwyższenie stopy procentowej w ramach restrykcyjnej polityki monetarnej prowadzi do spadku inwestycji, a obniżanie jej w trakcie polityki ekspansywnej do przyrostu inwestycji. Impuls ten wywołuje cykliczne zmiany koniunkturalne, rozpoczynające się bądź od ożywienia (gdy występuje dodatni impuls inwestycyjny), bądź recesji w przeciwnym wypadku, prowadzące z czasem do osiągnięcia nowego stanu równowagi.

W literaturze model IS-LM (Hics, 1937) opisuje w sposób syntetyczny wpływ policy-mix na gospodarkę. W podręcznikach makroekonomii (np. Hall, Taylor, 2009) przedstawia się w ujęciu modelu IS-LM zarówno wpływ polityki fiskalnej (przesunięcie krzywej IS i osiągnięcie nowego stanu równowagi jednocześnie na rynku dóbr i rynku pieniądza - przypadek keynesowski) jak i wpływ polityki monetarnej (przesunięcie krzywej LM i w konsekwencji tego nowa równowaga makroekonomiczna - przypadek monetarystyczny).

Najbliższe podejście do prezentowanego w niniejszym artykule przedstawia W. D. Nordhaus w swojej publikacji (Nordhaus, 1994), w której do analizy problemu wyboru między niezależnością władz fiskalnych i monetarnych a koordynacją policy-mix również zastosował grę fiskalno-monetarną, bazującą na stosunkowo prostym modelu makroekonomicznym. W modelu Nordhaus'a uwzględnione są zarówno instrumenty polityki jak i stan gospodarki charakteryzowany przez trzy zmienne: inflację, bezrobocie i stopę wzrostu potencjalnego produktu. Bezrobocie w

modelu Nordhausa zostało uzależnione od instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej oraz od zmiennych egzogenicznych, takich jak zasób kapitału, technologii, produkcji zagranicznej (Nordhaus przyjął, że zmienne te nie ulegają zmianie w krótkim okresie, a taki rozpatrywał w swoim modelu). Równanie inflacji w modelu Nordhausa odzwierciedla połączenie koncepcji wymienności między inflacją a bezrobociem (krzywa Phillipsa) oraz oczekiwań inflacyjnych. W związku z tym, że inflacja zależy od bezrobocia, to jest również pośrednio uzależniona od instrumentów obu polityk. Z kolei stopa wzrostu potencjalnego produktu jest w modelu determinowana przez oszczędności rządowe (nadwyżkę budżetową). Funkcje użyteczności rządu i banku centralnego zależą od wymienionych trzech zmiennych opisujących stan gospodarki, a pośrednio od instrumentów polityki fiskalnej i monetarnej.

3. Wyniki badań symulacyjnych przeprowadzonych na modelu

Wykorzystując powyższy model przeprowadzono szereg symulacji, na razie na danych hipotetycznych, aby sprawdzić czy prawidłowo odzwierciedla on podstawowe mechanizmy makroekonomiczne cyklicznego wzrostu oraz oddziaływanie instrumentów polityki monetarnej i fiskalnej na koniunkturę i inflację w gospodarce. Wartości danych przyjętych w modelu, w tym parametrów i zmiennych modelu w stanie początkowym, zawiera tabela 2. Należy zauważyć, że przyjęty w modelu okres odpowiada mniej więcej połowie roku, dlatego dane dotyczące dynamiki wybranych zmiennych w stanie początkowym podano również w ujęciu rocznym.

Założono, że w stanie początkowym występuje równowaga jednocześnie na rynku dóbr i rynku pieniądza. W kolejnych okresach model odzwierciedla przebieg koniunktury z uwzględnieniem wpływu instrumentów policy-mix, co pozwala obserwować w czasie efekty wywołane zmianą nastawienia polityki makroekonomicznej na bardziej ekspansywną bądź restrykcyjną. Ostatecznie następuje osiągnięcie nowego stanu równowagi na obu rynkach: produktu i pieniądza, jeśli model jest stabilny, przy czym stabilność modelu zależy przede wszystkim od takich parametrów jak marginalna skłonność do konsumpcji, marginalna kapitałochłonność produkcji, stopa procentowa, deficyt budżetu w relacji do PKB.

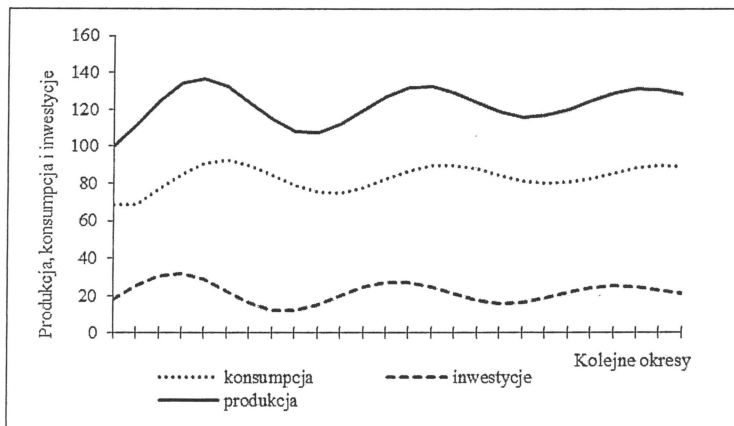
Poniżej przedstawiono wyniki symulacji dla dwóch wariantów polityki makroekonomicznej: ekspansyjnej i restrykcyjnej. Ekspansywna policy-mix stanowi kombinację ekspansywnej, miękkiej polityki monetarnej i również ekspansywnej, pro wzrostowej polityki fiskalnej, analogicznie restrykcyjna policy-mix jest kombinacją obu restrykcyjnych polityk: pieniężnej i budżetowej. Stopień ekspansywności/restrykcyjności polityki monetarnej jest charakteryzowany przez realną stopę procentową, przyjętą dla wariantu polityki ekspansywnej na poziomie 0,5% (1,5 punktu procentowego poniżej wartości neutralnej), a dla wariantu polityki restrykcyjnej na poziomie 3,5% (1,5 punktu procentowego powyżej stopy neutralnej).

Tabela 2. Dane przyjęte w modelu: parametry i wartości początkowe zmiennych

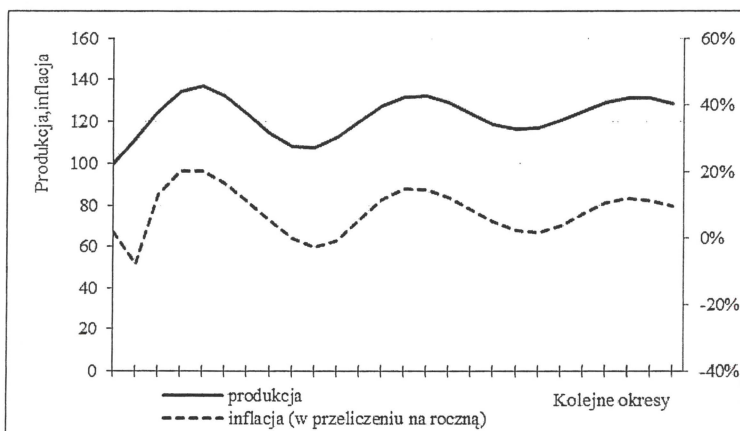
Nazwa zmiennej (parametru)	Symbol	Wartość
Parametry stałe w czasie		
Marginalna skłonność do konsumpcji	c	0,7
Marginalna kapitałochłonność produkcji	k	0,8
Stopa procentowa neutralna	r^*	2,0%
Parametry wpływu stopy procentowej na inwestycje i konsumpcję	α	10,0
	λ	0,1
Stopa podatkowa netto	t_n	13,3%
Parametry zależności tempa wzrostu podaży pieniądza od stopy procentowej	μ_0	0,000001
	μ_1	-0,1
	μ_2	-4,5
	μ_3	-0,02
Parametr w formule tempa zmian prędkości obiegu pieniądza	ρ	0,25
Parametry zależności tempa wzrostu podaży pieniądza od deficytu budżetowego w relacji do PKB	χ_0	15,0
	χ_1	2,0
Poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB niepowodujący konieczności zwiększania podaży pieniądza	b^*	1,0%
Autonomiczna konsumpcja (realna)	CA	8,0
Długookresowe tempo wzrostu produkcji (wpływ postępu technicznego)	δ	0,003 ¹
Wartości zmiennych w stanie początkowym		
Produkcja (realna)	Y_0	100,0
Tempo wzrostu produkcji	okres do okresu	1,0%
	rocznie	$\Delta Y_t/Y_0$
Konsumpcja (realna)	C_0	68,7
Oszczędności (realne)	S_0	18,0
Inwestycje (realne)	I_0	18,0
Inflacja	okres do okresu	1,0%
	rocznie	p_0
Realna stopa procentowa	r_0	2,0%
Wydatki budżetu państwa na funkcjonowanie sektora publicznego (realne)	G_0	13,3
Podatki netto (realne)	T_{no}	13,3
Saldo budżetu państwa (realne)	BS_0	0,0

¹ Tempo wynoszące 0,3% okres do okresu poprzedniego oznacza roczne tempo wzrostu równe 0,6%)

Stopień ekspansywności/restrykcyjności polityki fiskalnej jest definiowany przez poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB i dla wariantu polityki ekspansywnej przyjęty został na poziomie 4% wartości PKB, zaś dla wariantu polityki restrykcyjnej na poziomie -1% PKB, co oznacza nadwyżkę budżetu państwa. Należy zaznaczyć, że w obu wariantach charakter polityki jest determinowany przez wzrost/spadek wydatków budżetowych (realnie), stopa podatkowa netto została przyjęta na tym samym poziomie dla obu wariantów. Wykresy na rys. 3-6 przedstawiają wybrane wyniki symulacji dla ekspansywnej policy-mix.



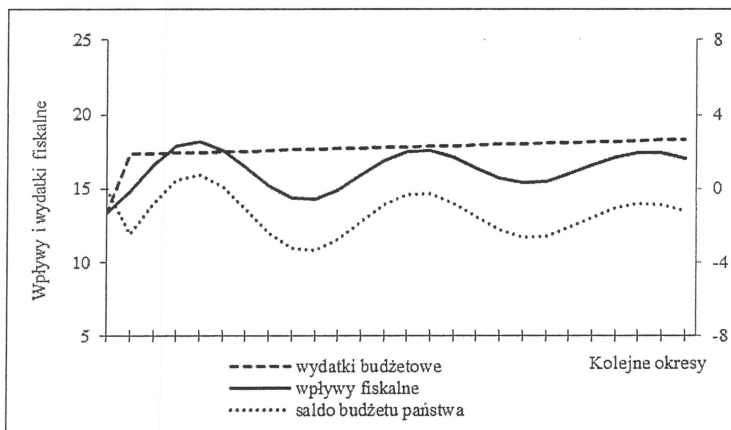
Rys. 3. Koniunktura gospodarcza. Wariant ekspansywnej policy-mix



Rys. 4. Produkcja (lewa oś) i inflacja (prawa oś). Wariant ekspansywnej policy-mix

Rys. 3 opisuje sferę realną, prezentuje przebieg w czasie produkcji, konsumpcji i inwestycji w ujęciu realnym. Wzrost gospodarczy ma charakter cykliczny, widoczne są wahania koniunktury – na przemian fazy ekspansji i recesji, przy czym zmiany inwestycji wyprzedzają zmiany w konsumpcji. Po pewnym czasie następuje osiągnięcie nowego stanu równowagi, charakteryzującego się wyższym poziomem produkcji (co pokazuje też rys. 6 i tab. 3). Dla wariantu polityki ekspansywnej koniunktura rozpoczyna się od ożywienia: obserwujemy wzrost inwestycji w wyniku obniżki stopy procentowej, wzrost produkcji wywołany wzrostem inwestycji oraz wzrostem wydatków budżetowych w okresie $t=1$. Konsumpcja rośnie wraz ze wzrostem dochodu narodowego z jednookresowym opóźnieniem i wpływa na produkcję (stanowiąc jej część).

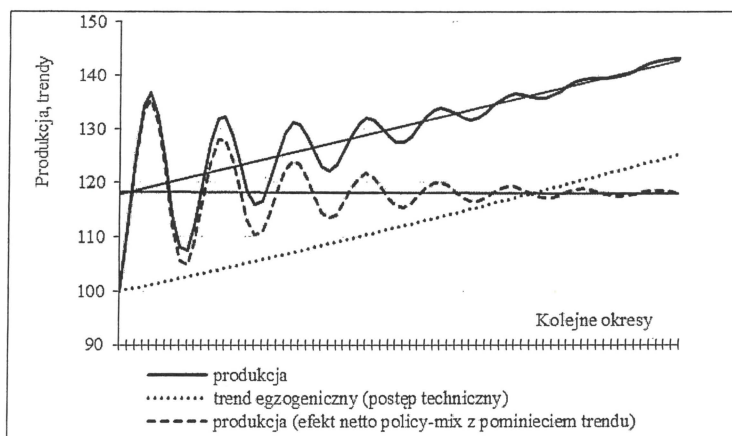
Rys. 4 przedstawia kształtowanie się realnej produkcji (sfera realna) i inflacji (sfera pieniężna), stanowiących kryteria wyboru przez decydentów optymalnych strategii fiskalnych i monetarnych. Przebieg inflacji wskazuje na wyraźną zależność od koniunktury, w fazach ożywienia inflacja się nasila, podczas gdy w fazach recesji jest tłumiona. Ponadto widoczna jest tendencja wzrostowa inflacji związana ze wzrostem tempa podaży pieniądza (powyżej tempa wzrostu produkcji), co jest skutkiem ekspansywnej polityki monetarnej i fiskalnej (porównaj równania 14-15).



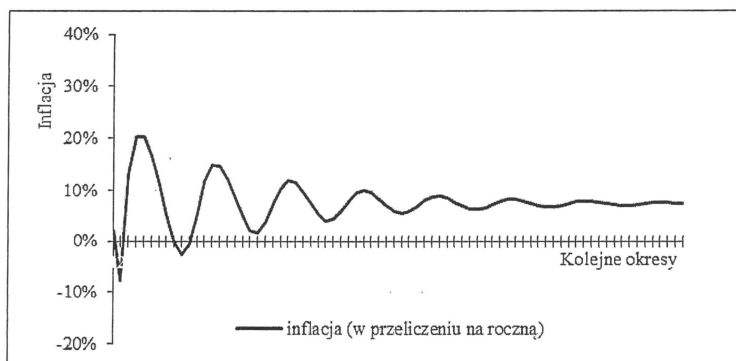
Rys. 5. Stan finansów publicznych: wydatki, dochody (lewa oś), saldo budżetu państwa (prawa oś). Wariant ekspansywnej policy-mix

Sytuację finansów publicznych dla wariantu polityki ekspansywnej przedstawia wykres na rys. 5. Zwiększone wydatki budżetu państwa stanowią impuls zmian w gospodarce, rosną w pierwszym okresie, potem już nie ulegają zmianie, ale obserwujemy skutki w kolejnych okresach po stronie dochodów fiskalnych. Wpływy z podatków są skorelowane z koniunkturą, rosną w fazie ekspansji, maleją podczas recesji, z obserwowaną tendencją rosnącą ze względu na pro wzrostowe

oddziaływanie ekspansywnej polityki fiskalnej i monetarnej (porównaj tab. 3). Saldo budżetu stanowi wypadkową dochodów i wydatków, początkowo w wyniku wzrostu wydatków pojawia się deficyt, który następnie wraz z poprawą koniunktury ulega redukcji, a pogłębia się w fazie recesji gospodarczej. Saldo budżetowe stabilizuje się wprawdzie na ujemnym poziomie, ale wzrost deficytu – dzięki wzrostowi wpływów podatkowych od rosnącej produkcji – jest mniejszy niż wzrost wydatków.



Rys. 6. Stabilizacja w nowym stanie równowagi - produkcja.
Wariant ekspansywnej policy-mix



Rys. 7. Stabilizacja w nowym stanie równowagi - inflacja.
Wariant ekspansywnej policy-mix

Osiągnięcie nowego stanu równowagi dla wybranych zmiennych przedstawiają rys. 6 i 7 oraz tab. 3. Wykresy prezentują skutki wariantu polityki ekspansyw-

nej dla dynamiki produkcji oraz inflacji, czyli tych kategorii makroekonomicznych, które determinują wydatki w grze fiskalno-monetarnej.

Tabela 3 zawiera porównanie wartości wybranych zmiennych modelu w początkowym oraz nowym stanie równowagi, przy czym dla nowego stanu równowagi przedstawiono jedynie efekty netto polityki makroekonomicznej z pominięciem trendu odzwierciedlającego wpływ długookresowych czynników wzrostu, ujętych w modelu w formie egzogenicznej. Widoczny jest efekt pro wzrostowy ekspansywnej policy-mix – produkcja rośnie w wyniku zastosowanej polityki monetarnej i fiskalnej o ok. 18%, a towarzyszy temu zmiana struktury PKB. Najsilniej rosną wydatki budżetowe (o ponad 30%), których udział w PKB zwiększa się z 13,3% do 14,7%, wypierając inwestycje i konsumpcję sektora prywatnego. Inwestycje prywatne rosną wprawdzie o 12,5%, ale ich udział w produkcji maleje z 18% do 17%, podobnie konsumpcja rośnie (o 16,6%), przy malejącym udziale w produkcji (z 68,7% do 67,8%). Występuje tzw. efekt wypierania charakterystyczny dla ekspansywnej polityki fiskalnej. Kolejnymi skutkami ekspansywnej polityki fiskalnej i monetarnej jest nasiloną inflacja oraz pogorszenie stanu finansów publicznych. Inflacja rośnie z 2,0% do 7,3 %, a w budżecie państwa pojawia się deficyt. Wprawdzie wpływy z podatków zwiększają się w wyniku rosnącej produkcji, ale wydatki rosną szybciej niż dochody budżetu, skutkiem tego obserwuje się wzrost deficytu i długu publicznego.

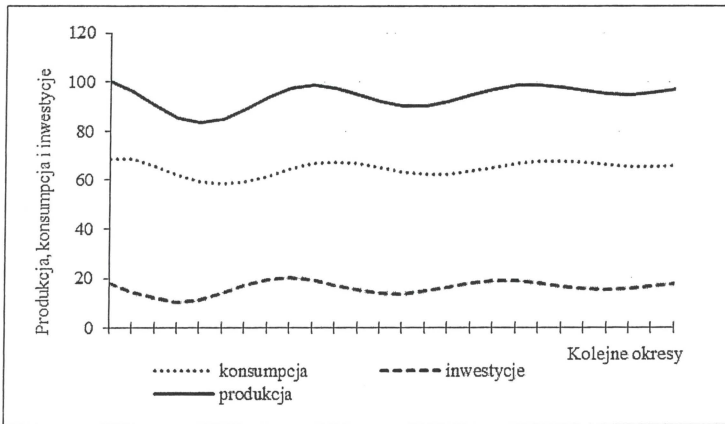
Tabela 3. Zmiana stanu równowagi – efekty ekspansywnej policy-mix

Nazwa zmiennej	Równowaga		Zmiana w % - efekt netto ¹
	w stanie początkowym	nowa (efekt netto ¹)	
Produkcja (realna)	100,0	118,1	18,1%
Konsumpcja (realna)	68,7	80,0	16,6%
Inwestycje (realne)	18,0	20,3	12,5%
Inflacja (w przeliczeniu na roczną, w %)	2,0%	7,3%	264,6%
Wydatki budżetowe (realne)	13,3	17,4	30,7%
Wpływy fiskalne (realne)	13,3	15,7	18,0%
Saldo budżetu państwa (realne)	0,0	-1,7	

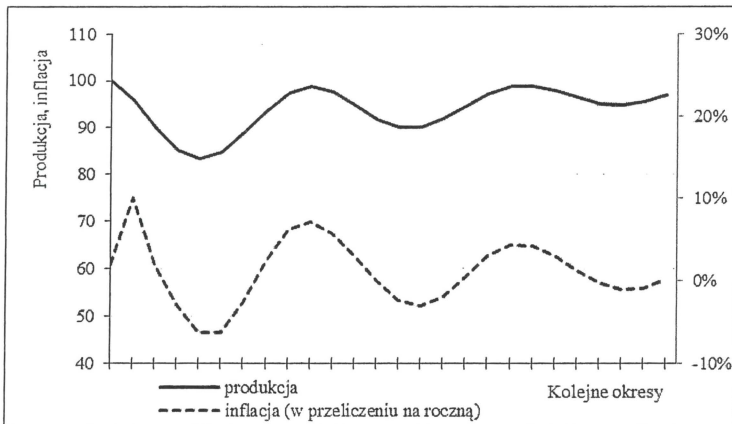
¹ Zmiana netto oznacza zmianę wywołaną zmianą nastawienia polityki makroekonomicznej (efekt całkowity pomniejszony o efekt związany z długookresowym trendem egzogenicznym)

Kolejne wykresy (rys. 8-10) przedstawiają wyniki symulacji dla wariantu restrykcyjnej policy-mix.

Rys. 8 prezentuje kształtowanie się produkcji, konsumpcji i inwestycji w ujęciu realnym. W odróżnieniu od polityki ekspansywnej, w tym przypadku koniunktura rozpoczyna się od recesji: można zaobserwować spadek inwestycji w wyniku podwyżki stopy procentowej oraz w dalszej konsekwencji ograniczanie produkcji i konsumpcji jako efekt mechanizmu mnożnikowego z jednej strony oraz wprowadzonych restrykcji w polityce budżetowej i pieniężnej – z drugiej. Po wahaniami koniunktury z czasem następuje osiągnięcie nowego stanu równowagi na niższym od założonego trendu poziomie produkcji (porównaj wyniki z tab. 4).

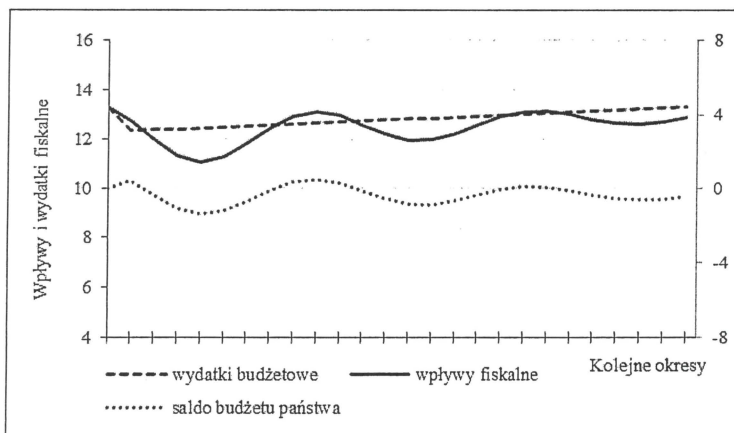


Rys. 8. Koniunktura gospodarcza. Wariant restrykcyjnej policy-mix



Rys. 9. Produkcja (lewa oś) i inflacja (prawa oś). Wariant restrykcyjnej policy-mix

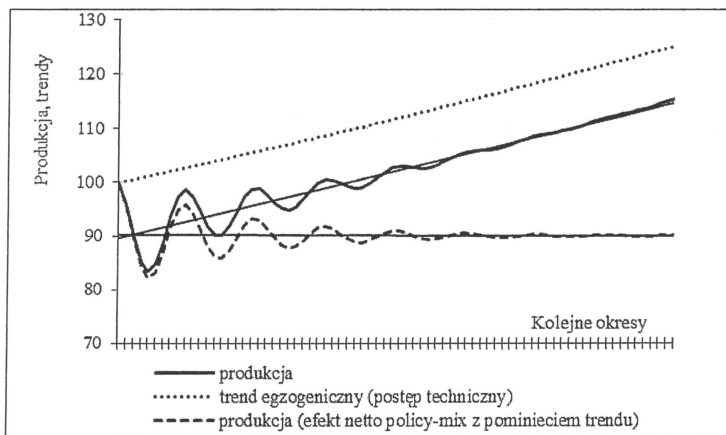
Przebieg inflacji (rys. 9) wskazuje nie tylko na zależność od koniunktury (w fazach recesji inflacja obniża się i vice versa), ale również na tendencję malejącą inflacji związaną z ograniczeniem tempa wzrostu podaży pieniądza, co jest skutkiem restrykcyjnej polityki monetarnej i fiskalnej (porównaj tab. 4).



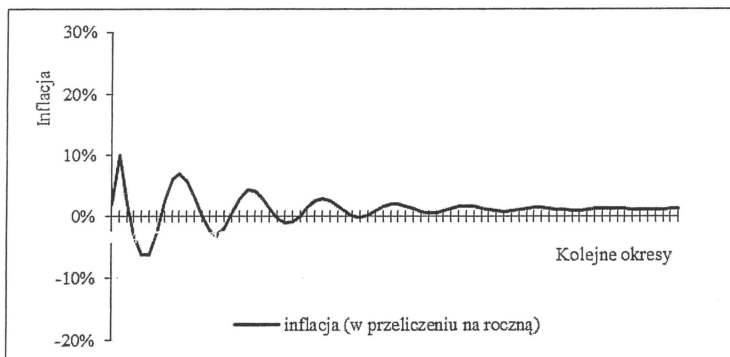
Rys. 10. Stan finansów publicznych: wydatki, dochody (lewa oś), saldo budżetu państwa (prawa oś). Wariant restrykcyjnej polityki-mix

Wyniki dotyczące finansów publicznych dla wariantu restrykcyjnej polityki-mix przedstawia wykres na rys. 10. W tym przypadku cięcia w wydatkach budżetowych w pierwszym okresie (w kolejnych wydatki nie ulegają już zmianie) skutkują początkowo ograniczeniem produkcji, a w konsekwencji zmniejszeniem wpływów podatkowych. W wyniku obniżki wydatków na początku analizowanego okresu pojawia się nieznaczna nadwyżka budżetowa, która wraz z pogorszeniem się koniunktury gospodarczej ulega redukcji, a następnie przechodzi w deficyt. Wahania dochodów fiskalnych są podobnie jak na poprzednio omawianym wykresie (rys. 5) dodatnio skorelowane z koniunkturą, ale obserwowana tendencja jest odwrotna – nie rosnąca, lecz malejąca jako konsekwencja negatywnego wpływu restrykcyjnej polityki makroekonomicznej na koniunkturę. W rezultacie gospodarka w nowym stanie równowagi wykazuje deficyt budżetowy, aczkolwiek mniejszy niż w przypadku polityki ekspansywnej (porównaj tabele 3 i 4).

Osiągnięcie nowego stanu równowagi w wyniku zastosowania wariantu restrykcyjnej polityki-mix dla wybranych zmiennych: produkcji i inflacji przedstawiają rys. 11 i 12.



Rys. 11. Stabilizacja w nowym stanie równowagi - produkcja.
Wariant restrykcyjnej policy-mix



Rys. 12. Stabilizacja w nowym stanie równowagi - inflacja.
Wariant restrykcyjnej policy-mix

Tabela 4 zawiera, analogicznie jak tab. 3, zestawienie wartości wybranych zmiennych modelu w początkowym oraz nowym stanie równowagi, ale w tym przypadku dla restrykcyjnej policy-mix. Tu analogicznie prezentowane są efekty netto polityki z pominięciem trendu. Widoczny jest negatywny efekt osłabienia koniunktury – produkcja maleje o 10%, podobnie konsumpcja (spadek o 9,5%), inwestycje zmniejszają się jeszcze silniej, bo o 14,5%. Ograniczeniu ulega inflacja – maleje z 2% do niskiego poziomu ok. 1,2%. W przypadku restrykcyjnej policy-mix, podobnie jak dla polityki ekspansywnej, występuje pogorszenie stanu finansów publicznych – w budżecie pojawia się deficyt, choć nie tak znaczny jak dla wariantu

ekspansywnej policy-mix. Wprowadzie następują cięcia w wydatkach budżetowych, ale wpływy z podatków zmniejszają się w wyniku malejącej produkcji jeszcze szybciej, skutkiem tego jest nieznaczny wzrost deficytu.

Tabela 4. Zmiana stanu równowagi – efekty restrykcyjnej policy-mix

Nazwa zmiennej	Równowaga		Zmiana w % - efekt netto ¹
	w stanie początkowym	nowa (efekt netto ¹)	
Produkcja (realna)	100,0	90,0	-10,0%
Konsumpcja (realna)	68,7	62,2	-9,5%
Inwestycje (realne)	18,0	15,4	-14,4%
Inflacja (w przeliczeniu na roczną, w %)	2,0%	1,2%	-42,3%
Wydatki budżetowe (realne)	13,3	12,33	-7,3%
Wpływy fiskalne (realne)	13,3	11,97	-10,0%
Saldo budżetu państwa (realne)	0,0	-0,36	

¹ Zmiana netto oznacza zmianę wywołaną zmianą nastawienia polityki makroekonomicznej (efekt całkowity pomniejszony o efekt związany z długookresowym trendem egzogenicznym)

Do analizy gry i wypełnienia tablicy wypłat przeprowadzono symulacje na modelu dla wszystkich rozważanych kombinacji wartości instrumentów fiskalnych i monetarnych. Jako mierniki efektów zastosowanej policy-mix przyjęto wybrane wskaźniki makroekonomiczne osiągnięte po upływie 10 okresów (5 lat) po zmianie w nastawieniu polityki, tj. zmianie wartości stopy procentowej i deficytu budżetowego. Wartości tych wskaźników dla wyżej wymienionych polityk zostały przedstawione w tabeli 5, są to: średnioroczne tempo wzrostu produkcji w analizowanym okresie pięciu lat od zmiany instrumentów policy-mix oraz poziom inflacji osiągnięty w ostatnim roku analizowanego okresu.

Tabela 5. Efekty policy-mix uwzględnione w grze fiskalno-monetarnej – porównanie ekspansywnej i restrykcyjnej polityki

Nazwa zmiennej		Warianty policy-mix	
		ekspansywna	restrykcyjna
Średnioroczne tempo wzrostu produkcji (y)	efekt netto polityki	3,37%	-2,08%
	wraz z trendem	3,97%	-1,48%
Roczna inflacja (p)		7,60%	1,07%

4. Gra fiskalno-monetarna

4.1 Sformułowanie gry

Relacje między władzami fiskalnymi i monetarnymi zostały opisane za pomocą gry niekooperacyjnej. Gra jest formułowana w postaci strategicznej i obejmuje:

- (i) Dwóch graczy $i=1,2$: władze fiskalne (rząd) i władze monetarne (bank centralny).
- (ii) Dla każdego gracza $i=1,2$ określony jest zbiór Ω^i strategii. Strategie władz fiskalnych dotyczą polityki budżetowej – od maksymalnie restrykcyjnej do ekstremalnie ekspansywnej. Miarą restrykcyjności/ekspansywności tej polityki jest poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB (oznaczony przez b). Strategie władz monetarnych obejmują zakres od maksymalnie restrykcyjnej do ekstremalnie ekspansywnej, a miarą restrykcyjności/ekspansywności tej polityki jest poziom realnej stopy procentowej (oznaczony przez r). Niech Ω oznacza iloczyn Kartezjański tych zbiorów strategii: $\Omega = \Omega^1 \times \Omega^2$.
- (iii) Dla każdego gracza $i=1, 2$, jest zdefiniowana funkcja $h^i: \Omega \rightarrow \mathbf{R}$, która określa wypłatę gracza i przy określonych strategiach podjętych przez obydwu graczy. Wypłata władz fiskalnych jest mierzona jako wzrost PKB i oznaczona przez y , gdzie $y=h^1(b, r)$. Wypłata władz monetarnych mierzona jest jako poziom inflacji oznaczony przez p , gdzie $p=h^2(b, r)$. Funkcje h^i , $i=1, 2$, są zdefiniowane przez relacje modelu makroekonomicznego.
- (iv) Dla każdego gracza $i=1, 2$, jest określona relacja preferencji na zbiorze osiągalnych wypłat. Zakłada się, że każdy gracz chce osiągnąć zakładany cel: władze fiskalne – pożądaną poziom wzrostu PKB, a władze monetarne – pożądaną poziom inflacji.

Wypłaty gry w formie dyskretnej przedstawione są w Tabeli 6. Strategie władz fiskalnych oznaczają strategie polityki budżetowej – od skrajnie restrykcyjnej w pierwszym wierszu do skrajnie ekspansywnej w ostatnim. Jako miernik stopnia restrykcyjności/ekspansywności polityki fiskalnej przyjęto poziom deficytu budżetowego w relacji do PKB. Analogicznie, strategie władz monetarnych oznaczają strategie polityki pieniężnej – od skrajnie restrykcyjnej w pierwszej kolumnie do skrajnie ekspansywnej w ostatniej, przy czym jako wyznacznik restrykcyjności/ekspansywności polityki monetarnej przyjęto wysokość realnej stopy procentowej. Wypłaty zostały oznaczone w następujący sposób: y_{ij} - wypłata władz fiskalnych (tempo wzrostu PKB) w przypadku, gdy rząd stosuje strategię fiskalną F_i , a bank centralny strategię monetarną M_j , p_{ij} - wypłata władz monetarnych (inflacja) w tej samej sytuacji strategicznej. Symbolem b_i oznaczono deficyt budżetowy w relacji do PKB, charakteryzujący i -tą strategię fiskalną, natomiast r_j - realną stopę procentową przypisaną j -tej strategii pieniężnej.

Tabela 6. Gra fiskalno-monetarna – tablica wypłat

		Bank centralny - polityka monetarna			
		← restrykcyjna		ekspansywna →	
		Strategia monetarna M_1 (stopa procentowa r_1)	Strategia monetarna M_2 (stopa procentowa r_2)	...	Strategia monetarna M_n (stopa procentowa r_n)
Rząd - polityka monetarna ↑ ekspansywna ↓ restrykcyjna	Strategia fiskalna F_1 (deficyt budżetowy b_1)	p_{11} y_{11}	p_{12} y_{12}	...	p_{1n} y_{1n}
	Strategia fiskalna F_2 (deficyt budżetowy b_2)	p_{21} y_{21}	p_{22} y_{22}	...	p_{2n} y_{2n}
	
	Strategia fiskalna F_m (deficyt budżetowy b_m)	p_{m1} y_{m1}	p_{m2} y_{m2}	...	p_{mn} y_{mn}

4.2 Analiza gry

Strategie i wypłaty gry były analizowane przy zastosowaniu modelu przedstawionego w Punkcie 2. Przeprowadzono szereg symulacji komputerowych dla różnych wariantów parametrów modelu i początkowych wartości jego zmiennych. Niżej przedstawia się i omawia wybrane wyniki. Wyniki te dotyczą wartości parametrów modelu i początkowych wartości zmiennych podanych w tabeli 2. W tabeli 7 przedstawiono wypłaty wyznaczone dla wybranej liczby strategii fiskalnych: deficytu budżetowego w przedziale -1% do 4,2% (podanego w pierwszej kolumnie) oraz dla wybranej liczby strategii monetarnych: stopy procentowej w przedziale 5% do 2,6% (podanej w pierwszym wierszu. Wypłaty podano zgodnie z układem tabeli 6. Rysunki 13 i 14 przedstawiają wypłaty władz fiskalnych i monetarnych w zależności od podjętych strategii w formie wykresów.

Inflacja (Rys. 13) jest na niskim poziomie, gdy stosowane są restrykcyjna polityka fiskalna i restrykcyjna polityka monetarna. Ekspansywne polityki fiskalna i monetarna prowadzą do nieliniowego wzrostu inflacji. Z drugiej strony restrykcyjna polityka fiskalna i restrykcyjna polityka monetarna powodują spadek wzrostu gospodarczego (Rys. 14).

Tabela 7. Fragment wypełnionej tabeli wypłat

	5,00%	4,60%	4,20%	3,80%	3,40%	3,00%	2,60%				
-1,00%	-3,01%	0,35%	-2,59%	0,51%	0,69%	0,89%	1,13%	-0,90%	1,40%	-0,49%	1,73%
-0,60%	-2,79%	0,36%	-2,37%	0,52%	0,70%	0,91%	1,14%	-0,70%	1,41%	-0,28%	1,75%
-0,20%	-2,57%	0,38%	-2,15%	0,54%	0,72%	0,92%	1,16%	-0,49%	1,43%	-0,08%	1,76%
0,20%	-2,36%	0,40%	-1,94%	0,55%	0,73%	0,94%	1,17%	-0,29%	1,45%	0,12%	1,78%
0,60%	-2,15%	0,41%	-1,73%	0,57%	0,75%	0,95%	1,19%	-0,08%	1,46%	0,33%	1,80%
1,00%	-1,93%	0,43%	-1,52%	0,59%	0,77%	0,97%	1,21%	0,12%	1,48%	0,52%	1,86%
1,40%	-1,72%	0,49%	-1,31%	0,65%	0,83%	1,03%	1,27%	0,32%	1,54%	0,72%	2,01%
1,80%	-1,52%	0,65%	-1,11%	0,80%	0,98%	1,19%	1,42%	0,51%	1,70%	0,92%	2,26%
2,20%	-1,31%	0,89%	-0,90%	1,05%	1,23%	1,44%	1,67%	0,71%	1,95%	1,11%	2,61%
2,60%	-1,11%	1,24%	-0,70%	1,39%	1,57%	1,78%	2,02%	0,90%	2,29%	1,30%	3,05%
3,00%	-0,90%	1,67%	-0,50%	1,83%	2,01%	2,22%	2,45%	1,10%	2,73%	1,49%	3,58%
3,40%	-0,70%	2,20%	-0,30%	2,36%	2,54%	2,75%	2,99%	1,29%	3,26%	1,68%	4,21%
3,80%	-0,50%	2,83%	-0,11%	2,99%	3,17%	3,38%	3,62%	1,47%	3,89%	1,87%	4,94%
4,20%	-0,31%	3,55%	0,09%	3,71%	3,89%	4,10%	4,34%	1,66%	4,62%	2,05%	



Rys. 13. Wyплаты władz monetarnych

Przyjmijmy, że władze fiskalne i władze monetarne zakładają osiągnięcie określonych celów swoich polityk. Władze fiskalne próbują osiągnąć wzrost PKB na poziomie y^g , a władze monetarne zakładają osiągnięcie celu inflacyjnego p^g . Niech Ω oznacza zbiór dopuszczalnych par strategii (b, r) . Optymalne strategie

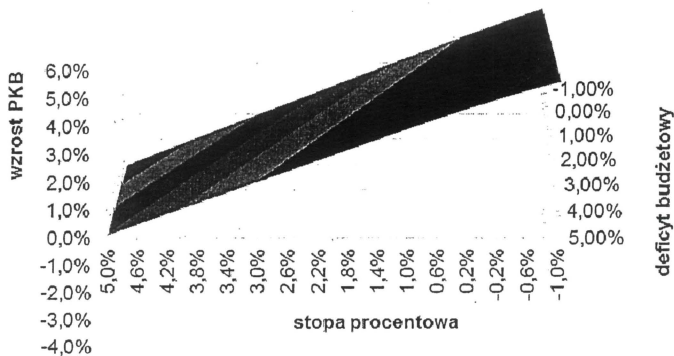
graczy w grze niekooperacyjnej (strategie najlepszych odpowiedzi) mogą być wyznaczone jako rozwiązania następujących problemów optymalizacji:

$$\begin{aligned} & \text{Min } |h^1(b, r) - y^s| \\ & \text{ze względu na } b \in \Omega^1, \end{aligned}$$

rozwiązywanego dla wszystkich $r \in \Omega^2$, w przypadku władz fiskalnych, oraz problemu

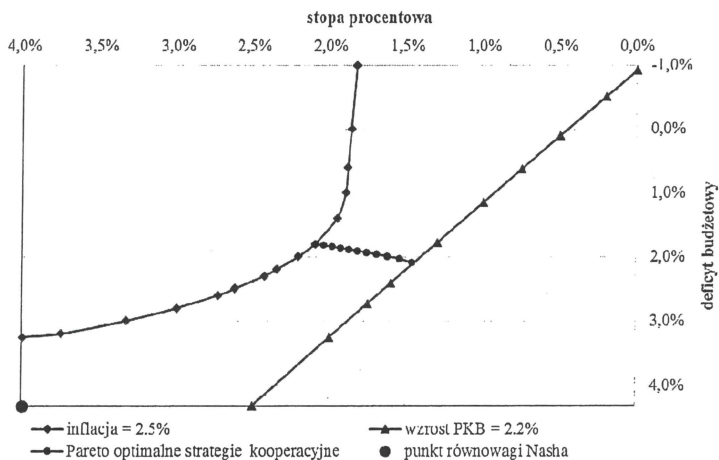
$$\begin{aligned} & \text{Min } |h^2(b, r) - p^s| \\ & \text{ze względu na } r \in \Omega^2, \end{aligned}$$

rozwiązywanego dla wszystkich $b \in \Omega^1$, w przypadku władz monetarnych.

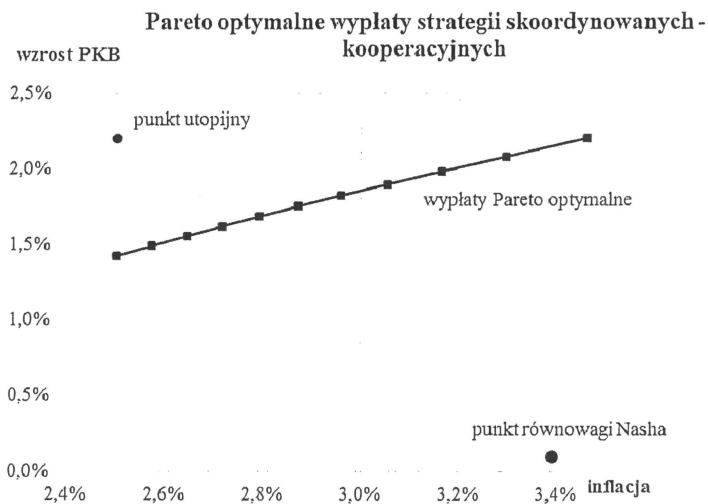


Rys. 14. Wyплаты władz fiskalnych

Przykłady wyznaczonych strategii najlepszych odpowiedzi są przedstawione na Rys. 15. Optymalne strategie władz fiskalnych, przy których może być osiągnięty wzrost PKB: $y^s = 2.2\%$ zaznaczono na tym rysunku znacznikami w postaci rombów. Optymalne strategie władz monetarnych, przy których osiągnięty jest cel inflacyjny $p^s = 2.5\%$ zaznaczono trójkątnymi znacznikami. Zauważmy, że linie przedstawiające te strategie nie mają ani jednego punktu wspólnego. Natomiast punkt równowagi Nasha istnieje i jest określony w tej grze przez kombinację najbardziej restrykcyjnej strategii władz monetarnych i najbardziej ekspansywnej strategii władz fiskalnych.



Rys. 15. Strategie najlepszych odpowiedzi władz fiskalnych i monetarnych a także możliwe strategie kooperacyjne prowadzące do wypłat Pareto optymalnych.



Rys. 16. Możliwe Pareto optymalne wypłaty kooperacyjne w przypadku koordynacji strategii władz fiskalnych i monetarnych

Rozpatrzmy możliwość koordynacji polityk tych władz jako graczy. Zakładamy, że każdy z graczy stara się zminimalizować odległość względem zakładanego celu: tj. $d^v = |h^1(b, r) - y^s|$ i $d^p = |h^2(b, r) - p^s|$ odpowiednio dla władz fiskalnych i władz monetarnych. W tym przypadku wielkości d^v i d^p mogą być traktowane jako kryteria, które powinny być minimalizowane jednocześnie.

Niech d^Ω oznacza zbiór osiągalnych wartości par liczb (d^v, d^p) dla $(b, r) \in \Omega$. Mówimy, że para (d^v, d^p) jest Pareto optymalna w zbiorze d^Ω jeśli nie istnieje żadna para $(d^v, d^p) \in d^\Omega$, $(d^v, d^p) \neq (d^v, d^p)$, taka, że $d^v \leq d^v$ i $d^p \leq d^p$.

Reprezentacja strategii (zwanymi efektywnymi), przy których osiągane są wypłaty Pareto optymalne graczy przedstawiono na Rys. 15 zaznaczając je okrągłymi znacznikami. Zauważmy, że punkt równowagi Nasha jest daleko od takich efektywnych strategii.

Strategie efektywne, prowadzące do Pareto optymalnych wypłat graczy zostały wyznaczone jako rozwiązania następującego problemu optymalizacji wielokryterialnej:

$$\text{VMin} (|h^1(b, r) - y^s|, |h^2(b, r) - p^s|) \\ \text{ze względu na } (b, r) \in \Omega.$$

Zapis **VMin** oznacza, że kryteria odległości od zakładanych celów y^s i p^s są minimalizowane łącznie. Reprezentacja tych strategii efektywnych została wyznaczona z zastosowaniem metody punktu referencyjnego (Wierzbicki 1986, Wierzbicki i inni 2000).

Rys. 16 przedstawia zbiór wypłat Pareto optymalnych władz fiskalnych i monetarnych w przypadku koordynacji ich polityk. Wyznaczono i przedstawiono również punkt odpowiadający strategiom równowagowym Nasha a także punkt utopijny. Punkt utopijny reprezentuje wypłaty graczy, przy których oba ich cele byłyby osiągnięte. W tym przypadku punkt ten jest nieosiągalny. W relacji do tego punktu mogą być porównywane różne wypłaty Pareto optymalne.

Zauważmy, że poszukując strategii kooperacyjnych, mamy do czynienia z problemem przetargowym, sformułowanym przez Nasha (1950) i analizowanym następnie przez wielu badaczy teorii gier. W pracach (Kruś 2011, 2014) przedstawiane są idee oraz algorytmy wspomagania decyzyjnego w zagadnieniach przetargowych, prowadzące do wyboru rozwiązań zgodnie z preferencjami graczy.

5. Podsumowanie

Artykuł przedstawia wybrane wyniki badań dotyczących analizy wzajemnych interakcji polityk fiskalnych i monetarnych z wykorzystaniem metod teorii gier i optymalizacji wielokryterialnej. W ramach tych badań zbudowany został dyna-

miczny model makroekonomiczny, sformułowana została niekooperacyjna gra fiskalno-monetarna oraz przeanalizowane wyniki gry.

Model odzwierciedla oddziaływanie instrumentów polityki fiskalnej (deficytu budżetowego w stosunku do PKB) i monetarnej (realnej stopy procentowej) na gospodarkę, w tym na tempo wzrostu PKB oraz inflację. Model zawiera dwa moduły: rynek dóbr oraz rynek pieniądza, zawierające szereg założeń i równań przedstawionych w artykule. Jest to model dynamiczny, który opisuje mechanizmy cyklu koniunkturalnego (mechanizm mnożnika i akceleratora we wzajemnym sprzężeniu zwrotnym), co pozwala śledzić przebieg koniunktury gospodarczej w czasie, w tym produkcji, inwestycji i konsumpcji. Model umożliwia również śledzenie inflacji, która jest tu uzależniona od tempa wzrostu podaży pieniądza (determinowanego przez politykę monetarną i fiskalną), ale też od tempa wzrostu realnej produkcji.

Wykorzystując powyższy model przeprowadzono szereg symulacji dotyczących przebiegu procesów na tych rynkach, których wyniki, ze szczególnym uwzględnieniem produkcji i inflacji, przedstawiono w pracy. Obserwowano skutki w sferze realnej i pieniężnej dwóch wariantów polityki makroekonomicznej: ekspansyjnej i restrykcyjnej, zakładając stopień ekspansywności/restrykcyjności polityki fiskalnej i monetarnej. Założono, że w stanie początkowym występuje równowaga jednocześnie na obu rynkach: dóbr i pieniądza. Symulacje wykonane na modelu przedstawiają obserwowane w czasie efekty wywołane zmianą nastawienia polityki makroekonomicznej na bardziej ekspansywną bądź restrykcyjną. Ostatecznie następuje osiągnięcie nowego stanu równowagi na obu rynkach: produktu i pieniądza, a wyniki symulacji pokazują w jakim kierunku i w jakim stopniu zmianie uległy główne zmienne, takie jak produkcja, inwestycje, konsumpcja, finanse publiczne i inflacja.

Relacje modelu został zaimplementowane w formie algorytmu obliczeniowego. Algorytm ten jest częścią zbudowanego eksperymentalnego systemu komputerowego wykorzystanego do przeprowadzenia eksperymentów obliczeniowych i analizy wyników niekooperacyjnej gry fiskalno-monetarnej w interakcyjny sposób. Analiza gry dotyczyła w szczególności wyboru optymalnych strategii z punktu widzenia władz fiskalnych (kryterium minimalizacji odchyłań wzrostu PKB od wartości pożądanej) i monetarnych (minimalizacja odchyłań inflacji od wyznaczonego celu inflacyjnego) oraz wyznaczenia równowagi Nasha. Wyniki przeprowadzonych eksperymentów obliczeniowych pokazały, że w typowych sytuacjach punkt równowagi Nasha w tej grze nie jest Pareto optymalny. Powstaje wówczas zagadnienie, jak wspomagać graczy rozgrywających grę niekooperacyjną w poszukiwaniu Pareto optymalnego konsensusu? jak taki konsensus może być osiągnięty przy konfliktowych celach i preferencjach graczy? W tym celu możliwe jest sformułowanie problemu przetargowego z wykorzystaniem narzędzi optymalizacji wielokryterialnej, a następnie analiza możliwych rozwiązań tego problemu. Osiągnięcie rozwiązania Pareto optymalnego wymaga w tym przypadku wzajemnych uzgodnień – koordynacji polityk. W ramach eksperymentów obliczeniowych, rozwiązując odpowiednie zadania optymalizacji wielokryterialnej, pokazano jak

takie Pareto optymalne rozwiązania kooperacyjne mogą być wyznaczone i analizowane w porównaniu z niekooperacyjnym rozwiązaniem równowagowym Nasha. Sformułowanie i analiza tego problemu mogą wówczas stanowić podstawę do konstrukcji algorytmów negocjacyjnych prowadzących Pareto optymalnego konsensusu.

Bibliografia

- Beetsma, R., Jensen, H. (2005): Monetary and fiscal policy interactions in a micro-founded model of a monetary union. *Journal of International Economics*, 67 (2), s. 320–352.
- Bennett, N. Loayza, H. (2001). Policy Biases when the Monetary and Fiscal Authorities have Different Objectives. *Central Bank of Chile Working Papers*, No 66, s. 299-330.
- Blinder A. S. (1983). Issues in the Coordination of Monetary and Fiscal Policy. w: *Monetary Policy in the 1980s*, Federal Reserve Bank of Kansas City, s. 3-34
- Friedman M. (1994): Intrygujący pieniądz, Wydawnictwo Łódzkie, Łódź
- Friedman M. (1968): The Role of Monetary Policy. *American Economic Review*, vol. LVIII, no. 1.
- Friedman M. (1958): Monetary Theory and Policy. w: *Inflation*, Ball R. J., Boyle P., (red.), Penguin Modern Economics.
- Hall R.E., Taylor J.B. (2009): Makroekonomia. Teoria, funkcjonowanie i polityka. PWN, Warszawa.
- Hics J. (1937): Mr Keynes and the Classics: A Suggested Interpretation. *Econometrica*, 1997, April.
- Keynes J.M. (1936): *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Palgrave Macmillan.
- Keynes J.M. (2003): *Ogólna teoria zatrudnienia, procentu i pieniądza*. (tłumaczenie), PWN, Warszawa.
- Kot A. (2003). Metody kwantyfikacji restrykcyjności monetarnej, fiskalnej oraz policy mix w krajach akcesyjnych. *Bank i Kredyt*, No 6.
- Kruś L. (2011): *Wielokryterialne decyzje kooperacyjne, metody wspomagania komputerowego*. Instytut Badań Systemowych PAN, Seria: Badania systemowe. Tom 70. Warszawa.
- Kruś L. (2014): Computer Based Support in Multicriteria Bargaining with Use of the Generalized Nash Solution Concepts. In: *Modern Approaches in Fuzzy Sets, Intuitionistic Fuzzy Sets, Generalized Networks and Related Topics*. Vol. II: Applications, K. Atanassov et al. (eds.) SRI PAS, Warsaw 43—60.
- Kruś L., Woroniecka-Leciejewicz I. (2014): *Fiscal-Monetary Game Analyzed with Use of a Dynamic Macroeconomic Model*. Research Paper IBS PAN, Warszawa 2014. (Submitted to LNBIP, Springer)
- Marszałek P. (2009). *Koordinacja polityki pieniężnej i fiskalnej jako przesłanka stabilności poziomu cen*. PWN Warszawa.
- Nash, J.F. (1950): The Bargaining Problem, *Econometrica*. Vol. 18, 155—162.
- Nash, J.F. (1951): Non-cooperative Games, *Annals of Mathematics*. 54 (54) 286—295.

- Nash, J.F. (1953): Two-Person Cooperative Games, Vol. 21. 129—140.
- Nordhaus, W. D., Policy Games: Coordination and Independence in Monetary and Fiscal Policies. *Brookings Papers on Economic Activity*, No 2, 1994, s. 139—215.
- Raiffa, H. (1953): Arbitration Schemes for Generalized Two-Person Games. *Annals of Mathematics Studies*, No. 28.
- Samuelson P.A. (1939): Interaction Between Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration. *The Review of Economic Statistics*.
- Wierzbicki, A.P. (1986): On the Completeness and Constructiveness of Parametric Characterizations to Vector Optimization Problems. *OR Spectrum*, Springer Verlag, Vol. 8, 73—87.
- Wierzbicki, A.P., Kruś, L., Makowski, M. (1993): The Role of Multi-Objective Optimization in Negotiation and Mediation Support. *Theory and Decision*. Vol. 34, (2) 201—214.
- Wierzbicki, A.P., Makowski, M., Wessels, J. (2000): *Model-based Decision Support Methodology with Environmental Applications*. Kluwer Academic Press, Dordrecht, Boston.
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2012): Problem wyboru policy-mix w grze fiskalno-monetarnej z zastosowaniem funkcji logistycznej. *Studia i Materiały Informatyki Stosowanej*, Tom 4, Nr 8, 2012, str. 29-38.
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2010a): Decision interactions of monetary and fiscal authorities in the choice of policy mix. the special issue *Journal of Organisational Transformation and Social Change: „Corruption and Good Governance”*, Intellect - Publishers of Original Thinking, UK, vol. 7 no 2, s. 189-210.
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2010b): Równowaga w grze fiskalno-monetarnej a priorytety banku centralnego i rządu. w: *Modelowanie Preferencji a Ryzyko* '10, Trzaskalik T. (red.), AE im. K. Adamieckiego, Katowice, s. 327-343.
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2008): Dylemat więźnia i inne przypadki grze monetarno-fiskalnej. w: *Badania operacyjne i systemowe: decyzje, gospodarka, kapitał ludzki i jakość*, Owiński J.W., Nahorski Z., Szapiro T. (red.), seria *Badania Systemowe*, tom 64, IBS PAN, Warszawa, s. 161-172.
- Woroniecka-Leciejewicz I. (2015): Wpływ instrumentów policy-mix na gospodarkę – ujęcie modelowe. *Zeszyty Naukowe WSISiZ „Współczesne Problemy Zarządzania”*, zaakceptowany do publikacji w 2015.



