Raport Badawczy

Research Report

RB/09/2001

Optymalizacja inwestowania w projekty innowacyjne z uwzględnieniem ryzyka

R. Kulikowski, L. Kruś

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Pracę zgłosił: prof. dr inż. Roman Kulikowski

Warszawa 2001

INSTYTUT BADAŃ SYSTEMOWYCH PAN

PRACOWNIA WSPOMAGANIA DECYZJI W WARUNKACH RYZYKA

PWDwWR/09/2001

Roman KULIKOWSKI, Lech KRUŚ

Optymalizacja inwestowania w projekty innowacyjne z uwzględnieniem ryzyka

Zadanie badawcze:

Wspomaganie decyzji i zarządzanie ryzykiem – kierownik: prof.dr inż. Roman KULIKOWSKI

Podzadanie:

Analiza finansowa projektów innowacyjnych w warunkach ryzyka

Wykonawcy: prof. dr inż. Roman KULIKOWSKI
dr inż. Lech KRUŚ

WARSZAWA , grudzień 2001

Roman Kulikowski,
Lech Kruś
Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania,
Instytut Badań Systemowych PAN

OPTYMALIZACJA INWESTOWANIA W PROJEKTY INNOWACYJNE Z UWZGLĘDNIENIEM RYZYKA

1. WPROWADZENIE

Problemy inwestowania w projekty innowacyjne wymagają uwzględnienia prawdopodobieństwa sukcesu, a zatem także prawdopodobieństwa porażki wynikającego z niepewności przyszłych sytuacji na rynku. Uwzględnienie tych prawdopodobieństw wiąże się także z oceną ryzyka przedsięwzięcia. Ryzyko jest bowiem rozumiane jako obawa związana z przedsięwzięciem, którego wynik jest niepewny, tzn. istnieje możliwość, że coś się uda lub nie. Przykładem może być gra, której wygrana x jest uzyskiwana z prawdopodobieństwem p, a porażka z prawdopodobieństwem $1-p$. Dla wyceny gier istotne znaczenie miała praca von Neumann, Morgenstern (1947), w której w aksjomatycznej formie podano warunki istnienia funkcji użyteczności. Wyniki te zostały uogólnione w pracy Savage (1954), w której prawdopodobieństwa obiektywne zostały zastąpione przez prawdopodobieństwa subiektywne. Tversky (1967) testuje funkcje użyteczności w zespole graczy, wykazując, że funkcja potęgowa dobrze odzwierciedla ich preferencje. W klasie tych funkcji użyteczności mieści się także dwuczynnikowa funkcja użyteczności (Kulikowski, 1998). Podejście funkcji użyteczności rozwijane było, jako metodologia URS (ang. Utility-Return-Safety), w kolejnych pracach (Kulikowski 2000, 2001), oraz stosowane do analizy (Kruś 2001), (Kulikowski Kruś, Studziński 2001). Podejście to jest również stosowane w niniejszej pracy, w odniesieniu do zagadnień inwestowania w projekty innowacyjne.

Projekty innowacyjne w porównaniu z tradycyjną dzialalnością gospodarczą charakteryzują się znacznie większym oczekiwanym zwrotem na włożonym kapitale, ale również większym ryzykiem niepowodzenia projektu. W pracy przedstawia się model rozwoju firmy uwzględniający zagadnienie inwestowania w projekty innowacyjne w porównaniu z rozwojem produkcji tradycyjnej. Rozpatrywany jest problem optymalizacji nakładów na rozwój firmy z punktu widzenia oczekiwanego zwrotu oraz ryzyka, uwzględnionego w funkcji użyteczności przez tzw. indeks bezpieczeństwa. Wykorzystując podejście funkcji użyteczności pokazuje się, jaki jest optymalny podział nakładów inwestycyjnych na różne dziedziny działalności firmy – innowacyjne i tradycyjne. Wyniki teoretyczne ilustrowane są wynikami obliczeniowymi. Przedstawia się również interpretację matematycznej teorii psychologii.

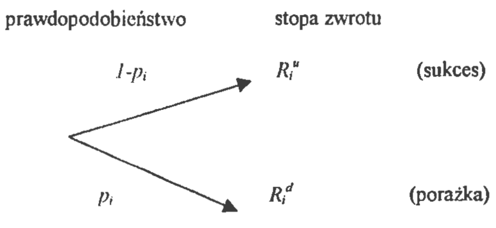
2. MODEL INWESTOWANIA W ROZWÓJ FIRMY

Rozpatrujemy firmę, której dotychczasowa produkcja obejmuje pewną liczbę n-1 sektorów działalności tradycyjnej i której kierownictwo (decydent) rozpatruje podjęcie działalności innowacyjnej. Problem decyzyjny dotyczy podziału ograniczonych zasobów finansowych na inwestycje w te n-1 sektorów działalności tradycyjnej i na sektor działalności innowacyjnej oznaczony przez n. Efekty finansowe działalności w danym sektorze są niepewne.

Przyjmijmy, że P oznacza jednostkową wielkość nakładów (w przypadku inwestowania na giełdzie, odpowiednikiem będzie cena akcji), a P_i^I przychód z działalności i-tego sektora uzyskany na koniec okresu w wyniku zainwestowania nakładów P. Stopa zwrotu wyniesie: $R_i^I = (P_i^I - P)/P$, a zysk :$Z_i^I = P\, R_i^I$.

Przychód z działalności sektora, stopa zwrotu oraz zysk są zmiennymi losowymi. Oznaczmy ich wartości oczekiwane odpowiednio: $P_i = E\{ P_i^I \}$.: $R_i = E\{ R_i^I \}$.: $Z_i = E\{ Z_i^I \}$.

Do określenia wartości oczekiwanej stopy zwrotu decydent może skorzystać z modelu dwuscenariuszowego.



Zgodnie z tym modelem, działalność w danym sektorze może przynieść porażkę z prawdopodobieństwem p_i. Stopa zwrotu w przypadku porażki wyniesie $R^d_i=0$. Może jednak również odnieść sukces z prawdopodobieństwem $(1-p_i)$. Stopa zwrotu w przypadku sukcesu wyniesie R^u_i.

Dla każdego sektora działalności *i* można prosto wyznaczyć wartość oczekiwaną zmiennej losowej jaką jest stopa zwrotu:

$R_i=E\{R^l_i\}=(1-p_i)R^u_i$,

oraz jej odchylenie standardowe:

$\sigma_i=(p_i(1-p_i))^{1/2} R^u_i$.

3. METODOLOGIA „URS"

Zgodnie z metodologią rozwijaną w pracach (Kulikowski, 1998, 2000, 2001), nazwaną „URS" (od ang. Utility-Return-Safety) zakłada się, że użyteczność decydenta związana z inwestowaniem w każdy z sektorów zależy od dwóch czynników:

- od wartości oczekiwanego zysku: $Z_i= P R_i$,
- oraz od zysku w najgorszym przypadku: $Y_i= Z_i - VaR_i$,

gdzie VaR_i jest wartością zagrożoną (ang. Value at Risk) określającą ryzyko związane z działalnością *i*-tego sektora i jest określone relacją:

$VaR_i = P \kappa \sigma_i$.

Parametr κ jest kwantylem funkcji rozkladu prawdopodobieństwa zmiennej losowej R^l_i . Może być określony przez prawdopodobieństwo wystąpienia „najgorszego przypadku" $p= Prob\{ R^l_i \leq R-\kappa\sigma_i\}$.

Parametr κ ma charakter subiektywny. Zależy od decydenta, od jego awersji do ryzyka. W przypadku większej obawy przed ryzykiem wystąpienia najgorszego przypadku, decydent może przyjąć większą wartość tego parametru.

Użyteczność decydenta związaną z działalnością danego sektora i można zapisać jako funkcję wymienionych wyżej dwóch wielkości: $U_i=F(Z_i N_i, Y_i)$, gdzie N_i jest liczbą nakładów jednostkowych P w dany i-ty sektor działalności.

Ponieważ $Y_i = P R_i - P \kappa\sigma_i$, można zapisać

$Y_i = P R_i S_i$,

gdzie wielkość $S_i = 1 - \kappa\sigma_i/R_i$ może być nazwana indeksem bezpieczeństwa, $S_i \in (0, 1]$. Zauważmy, że większe wartości κ_i i σ_i oznaczają większą obawę decydenta i większą niepewność co do osiągniętego przychodu i powodują zmniejszenie wartości indeksu bezpieczeństwa. Odwrotnie, gdy odchylenie standardowe maleje do zera lub decydent bagatelizuje niepewność, przyjmując bardzo małe κ_i, indeks bezpieczeństwa dąży do 1.

Funkcja użyteczności powinna spełniać dwa założenia:

- powinna być homogeniczna tzn. powinna zapewniać stałe przychody względem skali (ang. constant returns to scale).np. $U_i=(Z_i N_i)^{\beta} Y_i^{1-\beta}$. Zauważmy, że zarówno Z_i, jak i Y_i są wyrażone w jednostkach monetarnych,
- powinna być niewrażliwa na podział nakładów podstawowych (split akcji)

Przykładem prostej funkcji, która może opisywać użyteczność i spełnia powyższe założenia, jest funkcja Cobba –Douglasa:

$U_i = X_0 R_i (x_i)^{\beta} (S_i)^{1-\beta}$,

gdzie $\beta \in [0, 1]$ jest stałą dodatnią, a $x_i = \dfrac{PN_i}{X_0}$, $x_i \geq 0$, $i=1,\dots,n$, określa udział nakładów inwestycyjnych na i-tą działalność w portfelu o nakładach całkowitych X_0.

4. PROBLEM DECYZYJNY

Rozpatrzmy projekty inwestycyjne dotyczące rozpatrywanych *n* dziedzin (sektorów) działalności firmy, z danymi wielkościami $Z_i = PR_i \geq 0$, oraz $S_i \in (0, 1]$. Można sformułować kryterium akceptacji opłacalnych projektów inwestycyjnych, t.j. takich, że $U_i \geq R_F P$, gdzie R_F oznacza stopę zwrotu inwestycji nieobciążonych ryzykiem, np. obligacji państwowych, a P nakłady. Kryterium akceptacji przyjmuje postać:

$R_i \geq R_F / S_i^{1-\beta}$.

Zauważmy, że ze wzrostem parametru β wzrasta graniczna stopa akceptowalnych projektów i odrzucane jest coraz więcej projektów mniej efektywnych.

Rozpatrzmy zagadnienie podziału ograniczonych nakładów finansowych X_0 między rozważane *n* sektorów działalności. Zmienna $x=(x_1,\dots,x_i,\dots x_n)$, określa proporcje podziału nakładów X_0 między sektory, przy czym $x_i \geq 0$,

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \leq 1.$$

Rozpatrując użyteczność jako funkcję zależną od zmiennej decyzyjnej x_i możemy zapisać:

$$U_i\,(x_i) = X_0\, R_i\, x_i^{\beta}\, S_i^{1-\beta}.$$

Użyteczność wynikającą z działalności firmy we wszystkich rozważanych sektorach przyjmiemy w postaci:

$$U(x) = \sum_{i=1}^{n} X_0 R_i S_i^{1-\beta} x_i^{\beta} .$$

Poszukujemy wektora $x=x^{opt}$ określającego podział nakładów między sektory, przy którym użyteczność wynikająca z działalności firmy osiągnie wartość maksymalną.

Twierdzenie

Istnieje jednoznaczna strategia $x^{opt}=[x_1^{opt}, \ldots, x_i^{opt}, \ldots, x_n^{opt}]$ podziału nakładów X_0 między sektory $i \in [1, n]$:

$$x_i^{opt} = \frac{S_i R_i^\gamma}{\sum_j S_j R_j^\gamma}, \text{ gdzie } \gamma = 1/(1-\beta),$$

taka, że $max_x\, U(x) = U(x^{opt})$, gdzie $\Sigma_i\, x_i^{opt} = 1$.

Przy czym

$$U(x^{opt}) = X_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{S_i R_i^\gamma}{[\sum_j S_j R_j^\gamma]^\beta}.$$

Dowód

Przyjmijmy, że

$$U(y) = \sum_i a_i y_i, \text{ gdzie } a_i = X_0 R_i S_i^{1-\beta}, y_i = x_i^\beta.$$

Zauważmy, że dla dowolnych dodatnich wielkości a_i i y_i zachodzi nierówność Höldera:

$$\sum_i a_i y_i \le \{\sum_i a_i^\gamma\}^{1/\gamma} \{\sum_i y_i^{1/\beta}\}^\beta.$$

Znak równości wystąpi wtedy, gdy

$$y_i^{1/\beta} = x_i = const.a_i^\gamma = const.S_i R_i^\gamma,$$

a użyteczność osiągnie wtedy wartość maksymalną:

$$U(y) = \{\sum_i a_i^\gamma\}^{1-\gamma}.$$

Po wyznaczeniu stałej i podstawieniu odpowiednich wielkości uzyskujemy zależności podane w twierdzeniu.

Wnioski

W rozpatrywanym modelu zarządzanie ryzykiem polega na takim sterowaniu międzysektorowymi nakładami finansowymi, przy którym zostanie zmaksymalizowana ich użyteczność. Największe nakłady otrzymują te sektory, które charakteryzują się największą efektywnością działania z uwzględnieniem bezpieczeństwa , określonym przez wielkość $S_i R^{\gamma}{}_i$.

Optymalne podziały nakładów oraz wartość uzyskanej użyteczności zależą od parametrów κ_i, i=1,...n, oraz β, przyjmowanych przez decydenta. Parametry κ_i wpływają na wartości indeksów bezpieczeństwa. Większe wartości tych parametrów oznaczają, że decydent chce się bardziej zabezpieczyć przed wystąpieniem najgorszego przypadku i gotów jest zgodzić się na mniejszą stopę zwrotu finansowego. Parametr ten może np. wyrażać obawy inwestora przed bankructwem.

Parametr β wpływa na relację między czynnikami w funkcji użyteczności przyjmowanej przez decydenta.

Zauważmy, że wartość β dążąca do jedności oznacza, że decydent pomija w funkcji użyteczności czynnik związany z ryzykiem niepowodzenia. Podejmuje decyzje na podstawie stopy zwrotu, a nakłady przydziela wówczas na jeden, najbardziej efektywny sektor. Można zatem β interpretować jako parametr odpowiedzialny za wytłumianie ryzyka. W przypadku β=0, nakłady rozdzielane są między sektory proporcjonalnie do wartości $R_i S_i$. Ilustrację wpływu parametru β przedstawiają wyniki przykładu obliczeniowego przedstawionego w dalszej części pracy.

5. OSZACOWANIE SUBIEKTYWNYCH PARAMETRÓW DECYDENTA.

W celu użycia modelu funkcji użyteczności do analizy, parametry κ_i, i=1,...n, oraz β, muszą być wcześniej oszacowane zgodnie z oceną decydenta. Jak wspomniano parametry κ_i wyrażają obawy decydenta przed wystąpieniem najgorszego przypadku – niepowodzenia działalności, przy którym może np. zbankrutować.

1. Przyjmijmy, że decydent określi, zgodnie ze swoją oceną, maksymalne, graniczne prawdopodobieństwo niepowodzenia danej działalności p_i^{g}. Prawdopodobieństwo temu można przypisać dolną wartość indeksu

bezpieczeństwa $S_i(p_i^g)=0$.

Z zależności $S_i(p_i^g)=1-\kappa_i(p_i^g/(1-p_i^g))^{0,5}=0$,

otrzymujemy oszacowanie: $\kappa_i=((1-p_i^g)/p_i^g)^{0,5}$.

2. Decydent może porównać daną (i-tą) działalność firmy z możliwością inwestowania bez ryzyka, np. z zakupem obligacji państwowych. Przyjmijmy, że stopa zwrotu tych obligacji wynosi R_F, a inwestycja bez ryzyka określa, zgodnie z oceną decydenta, dolną granicę opłacalności rozważanej działalności. Użyteczność z inwestycji bez ryzyka osiąga wartość $U_F=PR_F$. Decydent proszony jest o podanie maksymalnego granicznego prawdopodobieństwa p_i^g niepowodzenia działalności, przy którym uzyskana użyteczność jest równa użyteczności U_F.
   Przyrównując użyteczności można wyznaczyć graniczną wartość $S^g=S(p_i^g)$ z zależności: $PR_i(S^{1-\beta}(p_i^g)-R_F/R_i)=0$.
   Otrzymujemy $S^g=(R_F/R_i)^{1/(1-\beta)}$, oraz oszacowanie:
   $\kappa=(1-S^g)((1-p_i^g)/p_i^g)^{0,5}$. Indeks bezpieczeństwa analizowanej działalności przyjmie wówczas wartości z przedziału $[S^g, 1]$.

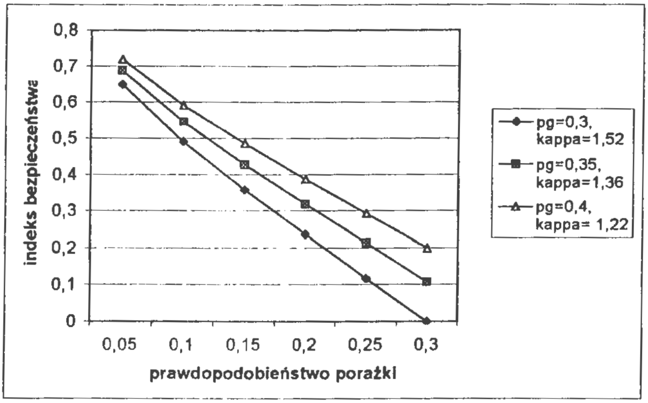
Na Rys. 1 przedstawiono jak indeks bezpieczeństwa zależy od prawdopodobieństwa porażki dla trzech wariantów prawdopodobieństwa granicznego p_i^g (pg) i odpowiadających nim wyliczonych wartości parametru κ (kappa). Wielkości R_F (RF), R, β (beta), i wyliczonego indeksu granicznego S^g (Sg), dla których przeprowadzono symulację, podano w górnej części tabeli. (w nawiasach podano oznaczenia poszczególnych wielkości podane w tabeli).

W celu przedstawienia jednego z możliwych sposobów oceny parametru β, rozpatrzmy problem inwestowania bez ryzyka w obligacje państwowe. Przyjmijmy, że P oznacza cenę, R_F stopę zwrotu. Użyteczność decydenta wynikającą z zakupu liczby x obligacji można określić z zależności $U(x)=PR_Fx^\beta$. Decydent zostanie poproszony o określenie jaki procentowy upust w cenie $(\Delta P/P)100\%$ zaakceptuje, przy którym jest gotów zakupić zwiększoną

(Δx/x)100% liczbę obligacji. Zauważmy, że dla małych przyrostów zachodzi zależność: $(\Delta U/U)=(\Delta P/P)+\beta(\Delta x/x)$. Szacowana wartość $\beta = -(\Delta P/P)/(\Delta x/x)$. Powyższe oszacowanie ma charakter przybliżony, gdyż dotyczy bezpośredniego otoczenia punktu określonego przez wartości P i x. W celu dokładniejszego oszacowania postaci funkcji użyteczności decydenta należy skonstruować odpowiednie procedury interakcyjne.

RF	R	beta	Sg
0,1	0,3	0,5	0,111111

		p					
		0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
pg	kappa	S(p)					
0,3	1,5275	0,6496	0,4908	0,3583	0,2362	0,1181	0,0000
0,35	1,3628	0,6874	0,5457	0,4275	0,3186	0,2132	0,1079
0,4	1,2247	0,7190	0,5918	0,4855	0,3876	0,2929	0,1982



Rys. 1

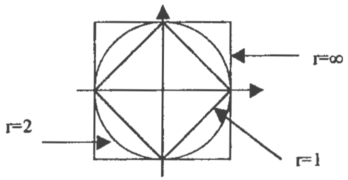
6. INTERPRETACJA TEORII PSYCHOLOGII

W matematycznej teorii psychologii (Coombs, Dawes, Tversky 1970) ludzkie oceny i działania rozpatrywane są jako wynik przetwarzania stymulantów oddziałujących na układ nerwowy. Psychologiczna odległość między różnymi wartościami różnych stymulantów może być wyrażana jako odległość metryczna między punktami w pewnej przestrzeni. Powszechnie stosowana metryka

Euklidesowa nie jest jedyną możliwą. Psychologów zainteresowała w szczególności r-metryka Minkowskiego. Odległość n wymiarowych punktów x i y w tej metryce określona jest jako:

$$d_r(x,y) = [\sum_{i=1}^{n} | x_i - y_i |^r]^{1/r}, \text{ gdzie } r \geq 1.$$

Metryka dla różnych wartości r może być scharakteryzowana przez jednostkową kulę w danej przestrzeni. Rys.2 przedstawia kule jednostkowe w dwuwymiarowej przestrzeni dla $r=1, 2, \infty$.



Rys. 2.

W przypadku $r=1$ odległość między punktami mierzona jest jako suma odległości składowych, tak jak droga, którą trzeba pokonać między dwoma punktami w mieście z prostokątnym układem ulic. Przypadek $r=\infty$ oznacza, że odległość między dwoma punktami jest mierzona jako maksymalna z odległości składowych.

Odległość opisana normą Minkowskiego jest inwariantna ze względu na przesunięcie układu współrzędnych, ale w ogólnym przypadku nie jest inwariantna ze względu na obrót współrzędnych. Wyjątkowym przypadkiem jest przestrzeń Euklidesowa (r=2), w której odległość nie zależy od obrotu współrzędnych. Różne metryki (r=1, r=2, r = ∞) są przedmiotem analizy teorii psychologii. Pawlow(1927), a następnie Hull (1943) przedstawili teorię uzasadniającą, że w typowych warunkach człowiek dokonuje agregacji stymulantów zgodnie z normą przestrzeni Euklidesowej. Według tej teorii proces uogólnienia powodowany jest przez tzw. „fale ekscytacji" rozchodzące się z centralnego punktu mózgu we wszystkich kierunkach. W tej teorii każdy układ osi wspólrzędnych jest jednakowo dobry, bez względu na kąt położenia. Uzasadnia to stosowanie przez ludzi metryki Euklidesowej (r=2), która jako jedyna jest inwariantna ze względu na obrót osi. Powyższe teorie uzasadniają przyjęcie wartości parametru β=0,5 w rozpatrywanym modelu funkcji użyteczności, w typowych sytuacjach działania decydenta.

Przypadek r=1 (ang. city block) analizowali Lashley, Wade (1946), Guttmann(1956), Restle(1959). Zgodnie z zaproponowaną teorią, czlowiek stosuje tę normę, gdy ze względu na brak dostatecznej informacji lub niedostateczne wytrenowanie nie potrafi rozróżnić skutków działających na niego stymulantów. Uogólnienie przyrostu użyteczności jest wówczas przyjmowane jako suma odległości wzdłuż kierunków składowych. Decyzje podziału nakładów mają wówczas charakter egalitarny.

Model $r=\infty$ odpowiada zasadzie dominacji sformulowanej przez Lashley'a (1942). W przypadku, gdy wiele stymulantów działa na układ nerwowy i nagle musi być podjęta decyzja, np. w przypadku zagrożenia, właściwości pewnego stymulanta stają się dominujące dla podjętej reakcji. Inne stymulanty są pomijane. W rozpatrywanym modelu funkcji użyteczności odpowiada to przypadkowi, gdy parametr $\beta \to 1$.

7. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Przedstawione powyżej wyniki teoretyczne ilustruje przykład liczbowy modelu firmy, w której decydent rozpatruje 5 sektorów – dziedzin dzialalności: cztery tradycyjne i piąty – działalności innowacyjnej. Założone wielkości liczbowe: prawdopodobieństwa niepowodzenia poszczególnych dziedzin działalności (p1 – p5) (w nawiasach podane są oznaczenia przyjęte w programie i na wydrukach), stopy zwrotu w przypadku sukcesu (Ru1 – Ru5), kwota dzielonych nakladów (X0) oraz wielkość nakładów jednostkowych (P) podano w Tab.1.

Zauważmy, że dzialalność innowacyjna (sektor piąty) charakteryzuje się znacznym prawdopodobieństwem niepowodzenia, ale jednocześnie o wiele wyższą stopą zwrotu w przypadku sukcesu, w porównaniu z pozostałymi sektorami. W tabeli podano także założone przez decydentów graniczne prawdopodobieństwa niepowodzenia (pmax1 – pmax5), dla których wyznaczono wartości parametrów κ (kappa1 – kappa5), zgodnie z pierwszą propozycją oszacowania. Graniczne prawdopodobieństwo niepowodzenia w przypadku sektora piątego przyjęto na znacznie wyższym poziome niż w przypadku sektorów tradycyjnych ze względu na wysoką stopę zwrotu działalności innowacyjnej. Podane są również wyliczone wartości oczekiwanej stopy zwrotu (R1 – R5), odchylenia standardowego (sigma1 – sigma5) oraz indeksu bezpieczeństwa (S1 – S5).

Tab. 1.

Model inwestowania firmy z uwzględnieniem ryzyka

Dane

X0	P
10	1

p1	0,02	Ru1	0,2
p2	0,05	Ru2	0,2
p3	0,1	Ru3	0,3
p4	0,15	Ru4	0,3
p5	0,3	Ru5	0,5

prawdopodobieństwo graniczne

pmax1	0,3	kappa1	1,527525
pmax2	0,3	kappa2	1,527525
pmax3	0,3	kappa3	1,527525
pmax4	0,3	kappa4	1,527525
pmax5	0,5	kappa5	1

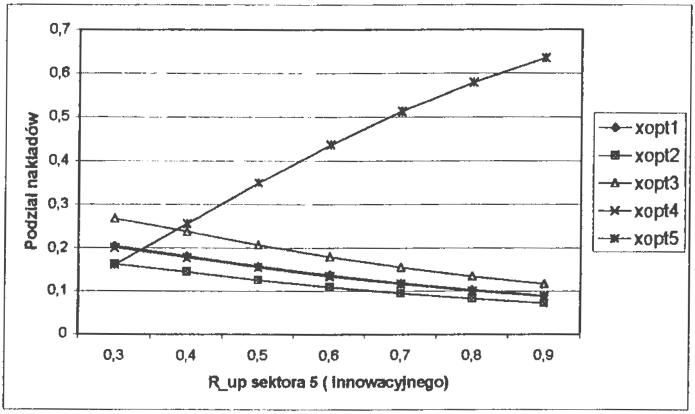
R1	0,196	kappa1	1,527525	sigma1	0,028	S1	0,786146
R2	0,19	kappa2	1,527525	sigma2	0,043589	S2	0,667084
R3	0,27	kappa3	1,527525	sigma3	0,09	S3	0,541742
R4	0,255	kappa4	1,527525	sigma4	0,107121	S4	0,454564
R5	0,35	kappa5	1	sigma5	0,229129	S5	0,541742

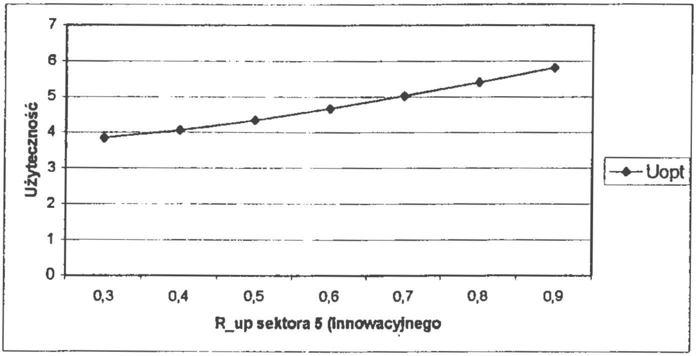
Model zaimplementowany w postaci systemu komputerowego pozwala na przeprowadzenie obliczeń symulacyjnych dotyczących zakładanych wielkości i parametrów wejściowych oraz podziału nakładów między sektory. Wyznaczany jest podział optymalny, maksymalizujący użyteczność zgodnie z wynikiem zawartym w Twierdzeniu. Wybrane wyniki podano na Rys. 3, Rys. 4, Rys. 5.

Rys. 3 przedstawia optymalny podział nakładów między sektory oraz użyteczność z całej działalności, dla różnych wartości stopy zwrotu sektora 5 (innowacyjnego), zmieniających się w przedziale 0,3 – 0,9. Dla stóp zwrotu w przypadku sukcesu (Ru5) rzędu 0,3 – 0,4, opłacalność inwestowania w ten

Optymalny podział nakładów między sektory w zależności od R_up sektora 5 (innowacyjnego).

Ru5	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
xopt1	0,205133	0,182144	0,159205	0,137967	0,119179	0,102995	0,089258
xopt2	0,163572	0,14524	0,126948	0,110014	0,095032	0,082127	0,071174
xopt3	0,268251	0,238188	0,20819	0,180418	0,155849	0,134686	0,116722
xopt4	0,200769	0,178269	0,155817	0,135032	0,116643	0,100804	0,087359
xopt5	0,162275	0,256158	0,349839	0,436568	0,513297	0,579388	0,635487
Uopt	3,836981	4,071928	4,35542	4,67864	5,033942	5,415014	5,816794





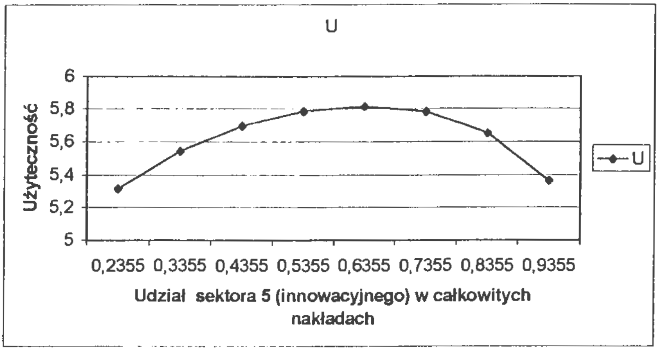
Rys. 3.

sektor, uwzględniająca oczekiwaną stopę zwrotu i ryzyko powodzenia, okazuje się podobna do opłacalności pozostałych sektorów tradycyjnych. Dla stóp zwrotu (Ru5) rzędu 0,5 i wyższych opłaca się większość nakładów (zgodnie z wyliczonymi proporcjami) przeznaczyć na sektor innowacyjny. Ze wzrostem stopy zwrotu (Ru5), przy optymalnym podziale nakładów, odpowiednio rośnie użyteczność z całej działalności.

Rys . 4 przedstawia wrażliwość rozwiązania ze względu na odchylenie proporcji podziału nakładów od podziału optymalnego. Dla podziału optymalnego podanego w 5-tej kolumnie tabeli, użyteczność osiąga wartość 5,816. Rysunek pokazuje jak maleje użyteczność, gdy część nakładów sektora innowacyjnego przeznaczona zostanie na inne sektory, gdy udział sektora 5 w nakładach jest mniejszy od optymalnej wartości (x5) równej 0,6355, a także, gdy ten sektor dostaje więcej środków kosztem innych sektorów (x5 > 0,6355).

Wrażliwość rozwiązania na odchylenia od podziału optymalnego

x1	0,189258	0,164258	0,139258	0,114258	0,089258	0,064258	0,039258	0,014258
x2	0,171174	0,146174	0,121174	0,096174	0,071174	0,046174	0,021174	0,021174
x3	0,216722	0,191722	0,166722	0,141722	0,116722	0,091722	0,066722	0,016722
x4	0,187359	0,162359	0,137359	0,112359	0,087359	0,062359	0,037359	0,012359
x5	0,235487	0,335487	0,435487	0,535487	0,635487	0,735487	0,835487	0,935487
U	5,317584	5,546338	5,697353	5,786315	5,816794	5,781888	5,654218	5,366367

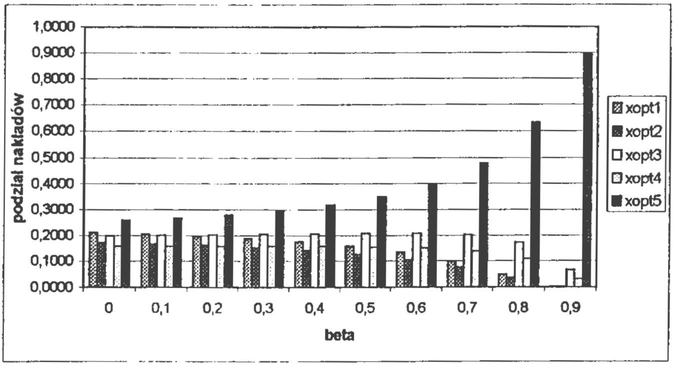


Rys. 4.

Na Rys 5. przedstawiono, jak optymalny podział nakładów, maksymalizujący użyteczność, zależy od wartości parametru β (beta). Parametr β występujący w funkcji użyteczności zależy od decydenta. Wartość tego parametru zmieniano od $\beta=0$ do $\beta=0{,}9$. Dla każdej z tych wartości wyznaczano optymalne podzialy nakładów (xopt1 – xopt5)). Zauważmy, że gdy $\beta \to 0$, podział nakładów ma charakter egalitarny. Nakłady dzielone są równo w proporcji do wartości R_iS_i i-tego sektora. W przypadku, gdy $\beta \to 1$, całość nakładów jest przeznaczana na jeden dominujący sektor. W przypadku ilustrowanym przez przykład obliczeniowy (przy założonych wielkościach wejściowych) - na sektor innowacyjny. Przykład ten dobrze ilustruje wcześniejszą dyskusję dotyczącą tego parametru, a w szczególności, że parametr β reprezentuje wytlumienie obaw decydenta przed ryzykiem.

Optymalny podzial nakładów między sektory w zależności od parametru beta.

beta	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
xopt1	0,2103	0,2045	0,1972	0,1880	0,1758	0,1592	0,1356	0,1008	0,0505	0,0039
xopt2	0,1730	0,1676	0,1610	0,1526	0,1416	0,1269	0,1065	0,0771	0,0367	0,0024
xopt3	0,1997	0,2011	0,2028	0,2047	0,2066	0,2082	0,2082	0,2021	0,1725	0,0668
xopt4	0,1582	0,1584	0,1584	0,1583	0,1576	0,1558	0,1514	0,1401	0,1088	0,0317
xopt5	0,2588	0,2684	0,2805	0,2965	0,3184	0,3498	0,3983	0,4799	0,6315	0,8951
suma	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1



Rys. 5.

8. UWAGI KOŃCOWE

W pracy rozpatrzono problem inwestowania w innowacyjną działalność firmy w porównaniu z działalnościami tradycyjnymi. Wykorzystując podejście funkcji użyteczności zaproponowano model umożliwiający analizę problemu oraz optymalizację podziału ograniczonych nakładów między różne działalności firmy, z uwzględnieniem ryzyka. Podano i udowodniono twierdzenie umożliwiające określenie optymalnych nakładów. Funkcja użyteczności stanowi pewien model opisujący preferencje decydenta. Preferencje te wyrażane są przez parametry tej funkcji: κ i β. Wyniki analizy i optymalizacji bezpośrednio zależą od wartości tych parametrów. Podano interpretację tych parametrów, a także przedstawiono przykłady sposobów ich oszacowania w zależności od preferencji decydenta. Wyniki teoretyczne ilustruje przykład obliczeniowy. Uzyskane wyniki teoretyczne i obliczeniowe znajdują interesującą interpretację i potwierdzenie w teorii matematycznej psychologii.

Literatura

Coombs C.H., Dawes R.M., Tversky A. (1970) Mathematical psychology. Prentice Hall Inc., New Jersey.

Francis J.C. (1991) Investment analysis and Management, McGraw Hill Inc., Fifth Edition.

Kulikowski R. (1998) Portfolio optimization: Two Factors-utility approach. *Control and Cybernetics*, No 3,

Kulikowski R. (2001); URS Methodology - a tool for simulation of economic growth by innovations. *Bulletin of Polish Academy of Sciences*, Ser. Technical Sciences, 2001 (forthcoming)., także: Report, Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences, Warsaw.

Kulikowski R. (2000), Optimum Safety/return Principle and Applications. *Bulletin of Polish Academy of Sciences*, Ser. Technical Sciences, Vol. 48, No 2, Warsaw.

Kulikowski R., Libura M., Słomiński L.(1998) Wspomaganie decyzji inwestycyjnych. Polska Akademia Nauk, Instytut Badań Systemowych, Seria Badania Systemowe, tom 21. Warszawa

Kulikowski R., Kruś L., Studziński J. (2001) Metodologia oceny projektów innowacyjnych na przykładzie projektu celowego realizowanego w MPWIK w Rzeszowie, w: Rozwój i zastosowania technologiio i systemów informatycznych (red. J. Studziński, L. Drelichowski, O.

Hryniewicz), Polska Akademia Nauk, Instytut Badań Systemowych, Seria Badania Systemowe, tom 28. Warszawa

Kruś L. (2001) A System Supporting Financial Analysis of an Innovation Project in the Case of Two Negotiating Parties, *Bulletin of Polish Academy of Sciences*, Ser. Technical Sciences, 2001 (forthcoming)., także Raport, IBS PAN, Warszawa.

von Neuman, J., Morgenstern, O. (1947) Theory of Games and Economic Behavior. Princeton Univ. Press, Princeton.

Savage L.J. (1954) The Foundations of Statistics. Wiley, New York.

Tversky A. (1967) Utility Theory and Additivity Analysis of Risky Choices. *Journal of Axperimental Psychology*, 75,27-37.

Pavlov I.P. (1927) Conditioned Reflexes. Oxford Univ. Press.

Hull C.L. (1946)Priciples of Behavior. Appleton. New York..

Lashley K.S., WadeM. (1946) The Pavlovian Theory of Generalization. *Psychological Review*. 53, 72-87.

Guttmann L. The Pigeon and the Spectrum and other Perplexities. *Psychological Reports*..2, 449-460.

Restle F. A Metric and an Ordering in Sets. *Psychometrica*. 24, 207-220.

Lashley K.S. (1942) An Examination of the "Continuity Theory" as Applied to Discriminative Learning. *Journal of General Psychology*. 26, 241-265.