43/2007

Raport Badawczy
Research Report

RB/84/2007

Multiplikatywny model pełnej dekompozycji przyczynowej dynamiki emisji CO_2 względem produkcji

W. Jęda, M. Wierzbicki

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
Prof. dr hab. inż. Zbigniew Nahorski

Warszawa 2007

Multiplikatywny model pełnej dekompozycji przyczynowej dynamiki emisji CO_2 względem produkcji

W. Jęda[1] i M. Wierzbicki[2]

[1] *Instytut Badań Systemowych*
Polska Akademia Nauk
Newelska 6, 01-447 Warszawa

[2] *Wydział Fizyki*
Politechnika Warszawska
Koszykowa 75, 00-662 Warszawa

Abstract

W pracy rozważono multiplikatywny model dekompozycji przyczynowej szeregów czasowych, jako jedno z narzędzi do modelowania dynamiki emisji CO_2. Przedstawiono wyniki zastosowania modelu dekompozycji emisji na czynniki określające wpływ zmian strukturalnych w gospodarce oraz postępu technicznego na dynamikę emisji. Zaproponowana postać metody gwarantuje pełną dekompozycję.

1 Dekompozycja emisji CO_2

Metoda dekompozycji przyczynowej (indeksowej) jest techniką stosowaną pierwotnie do analizy wpływu postępu technicznego oraz zmian strukturalnych w gospodarce na intensywność zapotrzebowania energetycznego gospodarki. Obszar stosowania metody rozszerzono następnie na inne typy zmiennych środowiskowych, w tym również na emisje CO_2. Obszerny przegląd

prac na ten temat został przedstawiony w pracy [1]. Zaprezentowane tam modele dekompozycji zostały podzielone na dwie zasadnicze grupy:

1. modele addytywne - gdzie całkowita zmiana intensywności jest sumą członów związanych z postępem technicznym oraz zmianami strukturalnymi,
2. modele multiplikatywne - gdzie całkowita zmiana intensywności jest iloczynem w.w. czynników.

W grupie modeli addytywnych na szczególną uwagę zasługuje model Suna [2], którego podstawową zaletą jest brak składnika rezydualnego. Wynika to jednak z tego, że człon rezydualny został w istocie "ukryty" poprzez równomierne rozłożonie go na zasadnicze składniki dekompozycji. Zastosowanie tego modelu do analizy wpływu zmian w wielkości produkcji na dynamikę emisji w wybranych krajach Unii Europejskiej zostało przedstawione w [3]. Dekompozycja emisji w przypadku Polski była poruszana w opracowaniu [4].

W grupie modeli multiplikatywnych wyróżnia się szczególnie model zaproponowany przez Anga ([1]), w którym brak czynnika rezydualnego, wynikającego z dyskretnego charakteru dostępnych danych, osiąga się w tylko w pewnym szczególnym przypadku zastosowania średniej logarytmicznej, w miejsce stosowanej w innych pracach średniej arytmetycznej.

Punktem wyjścia dla niniejszej pracy jest multiplikatywny model dekompozycji przyczynowej przedstawiony przez Anga w pracy [1]. Zaproponowano taki sposób obliczania czynników dekompozycji, który gwarantuje brak czynnika rezydualnego, bez względu na rodzaj użytej średniej.

Oznaczmy jako E — emisje CO_2, zaś jako P — całkowitą produkcję przemysłową. Indeks i przebiega od 1 do M, i reprezentuje różne sektory gospodarki narodowej. Dla konkretnego sektora i możemy wprowadzić sektorową intensywność emisji, zdefiniowaną jako

$$I_i = \frac{E_i}{P_i} \tag{1}$$

oraz wielkość określającą udział danego sektora w całej produkcji:

$$S_i = \frac{P_i}{P} \tag{2}$$

Korzystając z tak zdefiniowanych wielkości całkowite emisje mogą być wyrażone w następujący sposób

$$E = P \cdot \frac{E}{P} = P \sum_{i=1}^{M} \frac{E_i}{P} = P \sum_{i=1}^{M} \frac{E_i}{P_i} \frac{P_i}{P} = P \sum_{i=1}^{M} I_i S_i \tag{3}$$

Różniczkując po czasie obustronnie zlogarytmowane równanie (3) otrzymujemy

$$\frac{d}{dt} \ln E = \frac{E'}{E} = \sum_{i=1}^{M} \frac{(I_i S_i P)'}{I_i S_i P} \cdot \frac{I_i S_i P}{E} \tag{4}$$

gdzie

$$\frac{I_i S_i P}{E} = \frac{E_i / P \cdot P}{E} = \frac{E_i}{E} = \epsilon_i \tag{5}$$

Współczynniki ϵ_i są znormalizowane, tzn.:

$$\sum_{i=1}^{M} \epsilon_i = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^{M} E_i = 1 \tag{6}$$

Zgodnie z tym równanie (4) przyjmuje postać:

$$\frac{d}{dt} \ln E = \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \left[\frac{d}{dt} \ln I_i + \frac{d}{dt} \ln S_i + \frac{d}{dt} \ln P \right] \tag{7}$$

którą można również przedstawić jako dekompozycję względnego tempa zmian emisji CO_2:

$$\frac{1}{E} \frac{d}{dt} E = \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \left[\frac{1}{I_i} \frac{d}{dt} I_i + \frac{1}{S_i} \frac{d}{dt} S_i + \frac{1}{P} \frac{d}{dt} P \right] \tag{8}$$

Człony po prawej stronie równaś (7) i (8) opisują tempo logarytmicznych zmian:

1. $\frac{d}{dt} \ln I_i$ — emisyjności i-tego sektora gospodarki,
2. $\frac{d}{dt} \ln S_i$ — udziału i-tego sektora produkcji w produkcji całkowitej,
3. $\frac{d}{dt} \ln P$ — wzrostu całkowitej produkcji.

2 Wyprowadzenie ścisłych wzorów na człony dekompozycji

Całkując równanie (7) po czasie $0 < t < T$ otrzymujemy:

$$\ln E(T) - \ln E(0) = \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln I_i + \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln S_i + \ln P(T) - \ln P(0) \quad (9)$$

Dwa wyrażenia całkowe po prawej stronie równania (9) reprezentują, odpowiednio, scałkowane człony dekompozycji. Drugie z wyrażeń całkowych równania (9) może być zapisane w postaci:

$$d_{str} = \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln S_i = \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln P_i - \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \int_0^T \frac{d}{dt} \ln P =$$

$$= \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln P_i - \ln P(T) + \ln P(0) \quad (10)$$

zaś pierwsze wyrażenie wynosi:

$$d_{int} = \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln I_i = -\int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln P_i + \ln E(T) - \ln E(0) \quad (11)$$

W obu wyrażeniach (10) i (11) występuje ta sama wielkość:

$$C = \int_0^T \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln P_i \quad (12)$$

dzięki czemu człony całkowe dekompozycji (7) mogą być zapisane w prostej postaci:

$$d_{int} = \ln E(T) - \ln E(0) - C \quad d_{str} = -\ln P(T) + \ln P(0) + C \quad (13)$$

W tym momencie możemy zastosować funkcję wykładniczą do obu stron równania (9) otrzymując:

$$\frac{E(T)}{E(0)} = \left(\frac{E(T)}{E(0)} \cdot e^{-C}\right) \cdot \left(e^{C} \cdot \frac{P(0)}{P(T)}\right) \cdot \frac{P(T)}{P(0)} = D_{int} \cdot D_{str} \cdot \frac{P(T)}{P(0)} \tag{14}$$

gdzie:

$$D_{int} = e^{d_{int}} = \frac{E(T)}{E(0)} \cdot e^{-C}, \quad \text{oraz} \quad D_{str} = e^{d_{str}} = \left(\frac{P(T)}{P(0)} \cdot e^{-C}\right)^{-1} \tag{15}$$

Jeśli, podobnie do definicji (1) wprowadzimy wielkość I oznaczającą całkowitą emisyjność produkcji:

$$I = \frac{E}{P} \tag{16}$$

to równanie (14), razem ze wzorami (15), możemy przepisać do znormalizowanej postaci:

$$\frac{I(T)}{I(0)} = D_{int} \cdot D_{str} \tag{17}$$

Równanie to odczytujemy w ten sposób, że całkowita zmiana emisyjności produkcji dekomponuje się na iloczyn dwóch czynników, z których pierwszy odpowiada za postęp techniczny, zaś drugi jest związany ze zmianami w strukturze produkcji.

Zauważmy, że przedstawiony sposób wyprowadzenia wzorów (15) gwarantuje, z uwagi na (14), pełną dekompozycję, czyli brak członu rezydualnego, i to bez względu na sposób wyliczenia kluczowej wartości całki C, określonej wzorem (12). Uwaga ta dotyczy w szczególności realnych przypadków, kiedy wartość tej całki obliczamy na podstawie skończonej liczby danych o emisjach i produkcji.

3 Wyprowadzenie przybliżonych wzorów na człony dekompozycji

Wyprowadzając wzory (15) zakładaliśmy, że wielkości emisji oraz produkcji określone są w dowolnej chwili czasu $0 < t < T$, co pozwala wyznaczyć

zarówno funkcje wagowe $\epsilon_i(t)$, jak i szybkości zmian logarytmów produkcji w sektorach $\frac{d}{dt}\ln P_i$. W praktyce jednak nie znamy chwilowych wartości $\epsilon_i(t)$ i $P_i(t)$ — wartości te dane są tylko kolejnych przedzialach czasowych (latach):

$$\epsilon_i(t_k)\ , \qquad P_i(t_k) \quad k = 0, 1, \ldots, N \tag{18}$$

gdzie $t_0 = 0$ a $t_N = T$. Dlatego dzielimy calkę (12) na części o długości odpowiedniej dla dostępnych danych:

$$C = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \sum_{i=1}^{M} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln P_i \tag{19}$$

Dla obliczenia wartości pochodnych możemy wykorzystać przybliżony wzór:

$$\frac{df}{dt} \approx \frac{f(t_{k+1}) - f(t_k)}{t_{k+1} - t_k} \tag{20}$$

Z kolei do obliczenia przybliżonej wartości całki możemy zastosować twierdzenie o wartości średniej:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} f \approx \frac{f(t_{k+1}) + f(t_k)}{2} \cdot (t_{k+1} - t_k) \tag{21}$$

We wzorze (21) użyto średniej arytmetycznej, jednakże nic nie stoi na przeszkodzie, aby w jej miejsce użyć średniej innego rodzaju, np. średniej geometrycznej albo logarytmicznej.

Korzystając ze wzorów () i () możemy określić przybliżoną wartość wartości całki (19) dla pojedynczego pzredzialu czasowego:

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} \epsilon_i \frac{d}{dt} \ln P_i \approx \frac{\ln P_i(t_{k+1}) - \ln P_i(t_k)}{t_{k+1} - t_k} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \epsilon_i \approx$$

$$\approx \frac{1}{2}(\ln P_i(t_{k+1}) - \ln P_i(t_k)) \cdot (\epsilon_i(t_{k+1}) + \epsilon_i(t_k)) \tag{22}$$

co w konsekwencji prowadzi do ostatecznej postaci przybliżonego wzoru na wartość całki C:

$$C \approx \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{M} \ln \frac{P_i(t_{k+1})}{P_i(t_k)} \cdot (\epsilon_i(t_{k+1}) + \epsilon_i(t_k)) \tag{23}$$

a następnie do czynników dekompozycji:

$$D_{int} = \frac{E(T)}{E(0)} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{M} \ln \frac{P_i(t_{k+1})}{P_i(t_k)} \cdot (\epsilon_i(t_{k+1}) + \epsilon_i(t_k))\right) \tag{24}$$

$$D_{str} = \frac{P(0)}{P(T)} \cdot \exp\left(\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{M} \ln \frac{P_i(t_{k+1})}{P_i(t_k)} \cdot (\epsilon_i(t_{k+1}) + \epsilon_i(t_k))\right) \tag{25}$$

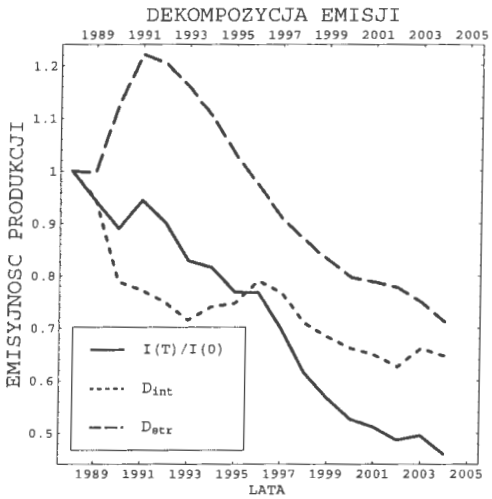
Te wartości mogą być już wyliczone przy wykorzystaniu dostępnych danych (18),

4 Zastosowanie

Jako przykład zastosowania wzorów (24) oraz (25) prezentujemy dekompozycję opartą na danych dotyczących Polski. Jako miarę produkcji przyjęto Produkt Krajowy Brutto (w cenach stałych) [5] za okre od 1988 do 2005 roku. Dane o emisjach CO_2 pochodzą z raportów inwentaryzacyjnych [6]za analogiczny okres. Wyróżniono następujące 4 sektory produkcji:

1. Przemysł energetyczny
2. Produkcja przemysłowa
3. Rolnictwo i leśnictwo
4. Pozostałe

Na Rysunku 1. przedstawiamy wykres znormalizowanej całkowitej emisyjności produkcji $I(T)/I(0)$ określonej przez(17), oraz wynikające z (24) i (25) wartości parametrów dekompozycji D_{int} oraz D_{str}. Jako chwilę początkową ($t_0 = 0$) przyjęto rok 1988, zaś końcową ($t_N = T$) - rok 2005.



References

[1] Ang, W., Zhang, F.Q. (2000). A survey of index decomposition analysis in energy andenvironmental studies. Energy 25 (12), 1149–1176.

[2] Sun, J.W. (1998). Changes in energy consumption and energy intensity: a complete decomposition model. Energy Economics 20 (1), 85–100.

[4] Bartoszczuk, P., Gadomski, J., Horabik, J., Jęda, W., Nahorski, Z., (2007). Wstępna koncepcja modeli ujmujących zależności między wymaganym obniżeniem emisji gazów cieplarnianych a postępem technologicznym i technicznym. Raport badawczy IBS PAN.

[3] Kaivo-oja, J., Luukkanen, J., (2004). The European Union balancing between CO2 reductions commitments and growth policies: decomposition analyses. Energy Policy 32, 1511-1530.

[5] Roczniki Statystyczne za okres od 1988 do 2005 roku.

[6] Raporty Inwentaryzacyjne Krajowego Centrum Inwentaryzacji Emisji za okres od 1988 do 2005 roku.