A. Voss. *Ueber das Wesen der Mathematik*. Mowa wygłoszona na publicznym posiedzeniu bawarskiej Akademji nauk w dn. 11 marca 1908 r. Lipsk i Berlin. Teubner, 1908, str. 98, cena m. 3,6.

Książka niewielka, ale treściwa i wartościowa. Krótki wstęp historyczny, sięgający do najstarożytniejszych znanych nam pomników myśli matematycznej, łączy się tu bezpośrednio z rozpatrywaniem kolejnym głównych zagadnień matematyki spółczesnej, głównych zdobyczy wiedzy w tej dziedzinie. Autor szuka przyczyn niepopularności matematyki, dzięki czemu jedna z najwspanialszych dziedzin myśli człowieka tak mało jest ogółowi znana, tak niewielkie budzi zainteresowanie. Przyczyny te znajduje w trudności dociekań matematycznych, która pomimo praktycznej, coraz bardziej dla wszystkich widocznej wartości tej nauki, stawia tamę zainteresowaniu przeciętnie wykształconego człowieka. Znajduje te przyczyny również w nauczaniu szkolnym, które nie umie wyzyskać najcenniejszych pierwiastków kształcących matematyki. Do najciekawszych stronic książki (która nie jest podzielona na rozdziały) zaliczyć należy te, w których autor zajmuje się podstawami arytmetyki. Autor dzieli matematykę (str. 26) na czystą i stosowaną, jak zwykle, ale do stosowanej zalicza gieometrję(!) i mechanikę, czysta natomiast matematyka „jest nauką o liczbach“, które są stworzonemi przez nas „znakami“, stosowanemi „przez porządkujące czynności naszego umysłu". „In der Zahnlenlehre sehen wir daher das eigentliche Wesen der Mathematik, während die Darlegung, wie alle anderen Vorstellungen, die dem Grössenbegriffe anhaften, dem Zahlbegriffe untergeordnet werden können, innerhalb der reinen Mathematik zu den Anwendungsgebieten hinüberleiten" (str. 27). Zdaniem autora główna część pracy matematycznej XIX-go stulecia polegała na tym, by zapewnić matematyce czystej panowanie, a pojęcie liczby uczynić podstawą wyłączną poznania matematycznego (str. 29). Ciekawe są uwagi autora, dotyczące t. zw. zasady zachowania działań formalnych (Permanenz-Princip) (str. 38). Dalej zasługują na poznanie rozważania, dotyczące nauki o wielkości, gdzie autor podkreśla zaznaczony już przez G. Cantora fakt nieistnienia dowodu możliwości podporządkowania każdej liczbie rzeczywistej określonego odcinka, wskutek czego musimy owo podporządkowanie uważać za pewnik. Na str. 51 autor w krótkich słowach charakteryzuje 2 główne grupy zależności, podpadających pod pojęcie funkcji, a na str. 53—4 daje dowcipny sposób wyjaśnienia dla „niematematyków" znaczenia liczb urojonych, powołując się na niemożliwość planimetrycznego dowodu twierdzenia Desargues'a. Continuum liczb płaszczyzny zespolonej jest daleko bogatsze i stąd możliwość odkrywania takich zależności, które przy ograniczeniu się do continuum liczb rzeczywistych nie mogłyby być dojrzane. Ciekawe jest również zapatrywanie autora na paradoksy (antynomje cantorowskie według Poincaré'go) w teorji mnogości. Główne źródło ich widzi autor w braku ścisłej definicji pojęcia mnogości (str. 61). Na str. 67 znajdujemy spółczesne określenie Analysis situs, jako nauki o tworach gieometrycznych, które się przekształcają na siebie jedno-jednoznacznie i c i ą g l e, czego np. niema przy odwzorowaniu wzajemnym punktów odcinka i Cantorowskiego kwadratu albo wogóle wielowymiarowego continuum. Analysis situs zajmuje się takiemi własnościami tych tworów, które przy wspomnianym przekształceniu pozostają niezmienne. W znanym zagadnieniu wyboru różnych rodzai gieometrji autor staje na stanowisku Macha „ekonomji myślenia" i jak Poincaré mówi o najprostszej gieometrji. Na str. 86 autor (robi to samo prof. Zaremba—patrz Wiad. mat. t. XV, 1911) w ten sposób interpretuje zasadę, za pomocą której osiągnąć można dowód niezależności pewników: „um zu beweisen, das ein Postulat q von einer Reihe anderer Postulate $q_1, q_2, \dots, q_n$ unabhängig ist, muss man die Existenz einer Mannigfaltigkeit dartun, in welcher alle Postulate $q_1, q_2, \dots, q_n$ mit Ausnahme des einzigen q erfüllt sind". Pytanie niezależności pewników gieometrji prowadzi bezpośrednio do niezależności pewników arytmetyki, t. j. do zagadnienia, przed którym stoi spółczesna nauka. Interesujące są uwagi autora o pewniku „zupełności" (Vollständigkeitaxiome) Hilberta, jak również o zapatrywaniu Poincaré'go na rolę indukcji matematycznej i zdanie Meyera o istocie matematyki (patrz. Archiv. d. Math. und Physik, B. 8. Heft 4. 1905), według którego pracę matematyka można przyrównać do... przestawiania mebli w tym samym pokoju... Matematyka ma operować samemi tożsamościami, coraz to nowemi, jak w grze w szachy, kombinacjami tych samych niewielu formalnych elementów. Autor nie zgadza się z tym zdaniem, w rozwoju nauki matematycznej znajduje coraz to nowe elementy, których zjawienie się zależy od zdolności rozumu ludzkiego robienia coraz to nowych doświadczeń, zdobywania nowych punktów widzenia i podporządkowywania ich pojęciu liczby (str. 91). Pragnienie poznania przyrody i potrzeby praktyczne stworzyły matematykę, w tym też źródle wiecznym znajduje ona nowe s⟨o⟩ki i siły nowe do swego rozwoju. Autor zwraca uwagę też na odnowienie nauczania matematyki, uważając to za zadanie, którego wymaga samo życie.

Trudno podać w krótkich słowach zawartość tej bogatej w treść książeczki, odsyłamy do niej czytelnika i właśnie dla tej jej wartości uważaliśmy za potrzebne podać o niej wiadomość, pomimo że się ukazała przed kilku laty. Z autorem w niejednym miejscu można się nie zgodzić i polemizować, np. gdy rzecz dotyczy teorji mnogości, samego określenia nauki, zapatrywań na jej podstawy, na gieometrję i t. p., ale to wartości książki nie zmniejsza.

L. Zarzecki.