Raport Badawczy

Research Report

RB/70/2007

Sieciowy model w warunkach konkurencji doskonałej

H. Potrzebowski

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
dr inż. Jan W. Owsiński

Warszawa 2007

Sieciowy model w warunkach konkurencji doskonałej

Henryk Potrzebowski

Załóżmy, że w określonym sektorze rynkowym, identyfikowanym z geograficznie spójnym regionem działa kilku producentów, którzy produkują i dostarczają na rynek jeden i ten sam wyrób o identycznych cechach użytkowych z punktu widzenia użytkownika.

Producenci działają w warunkach wolnej konkurencji, na rynku doskonałym, co znaczy, że cena sprzedaży produktu na rynku równa jest cenie zakupu przez odbiorcę i jest wyrównana w całym sektorze. To, co różni producentów, to koszty jednostkowe produkcji, ich zdolności produkcyjne oraz koszty dostawy produktu do punktu sprzedaży. Faktycznie producent sam rozstrzyga o tym, z którym odbiorcą podpisuje umowę na dostawę produktu. Wpływ klienta na wybór kupowanego produktu może mieć tu drugorzędne znaczenie.

Odbiorcy (mikroregiony) wykazują określone potrzeby na oferowany produkt, jednak ich możliwości nabycia większej liczby produktów po danej cenie ograniczają posiadane zasoby finansowe. W ogólności w przypadku indywidualnego odbiorcy istnieje pewna funkcji użyteczności produktu rynkowego i bariery, choćby cenowe, powyżej których nie jest w stanie kupić żadnego produktu.

Zadanie polega na opracowaniu diagnozy dotyczącej podziału rynku pomiędzy producentów przy określonych założeniach wynikających z siły nabywczej odbiorcy, ceny rynkowej produktu i możliwości producentów wyrażonych przez koszt wytworzenia produktu, zasoby, jakimi dysponują, kosztami dostawy i dystrybucji oraz innymi czynnikami. Modele matematyczne proponowane niżej są uproszczoną wersją tego zadania, jednak proponowane procedury ich użycia pozwalają badać szersze zagadnienia konkurencji, gdzie z jednej strony wielkość produkcji wpływa na cenę rynkową wyrobu produkowanego przez wielu producentów a z drugiej – ta cena rynkowa określa górne możliwości nabycia wyrobu przez odbiorcę. Przedstawiono też model symulacyjny przy użyciu arkusza kalkulacyjnego za pomocą którego badać można zachowanie się rynku kilku konkurujących producentów działających w sektorze rynkowym ograniczonym do kilkunastu odbiorców.

Oznaczenia:

c – cena rynkowa produktu, wielkość charakterystyczna dla sektora, wynik kompromisu pomiędzy producentami a odbiorcami. Przyjmujemy, że cena ta jest jednakowa w całym sektorze.

$d_j(c)$ – zapotrzebowanie na produkt przez j-tego odbiorcę. W ogólności jest to zależność funkcyjna, z reguły nierosnąca ze wzrostem ceny. Dokładniejsza ekstrapolacja tej zależności wymaga badań rozkładu dochodowości gospodarstw domowych i ich skłonności, nierzadko konieczności nabywania produktu.

D_i – region odbiorców rozumiany jako zbiór pokrywających swoje zapotrzebowania odbiorców w całości lub w części u i-tego producenta. Regiony dwóch różnych producentów nie muszą być rozłączne. Region nie musi wyczerpywać w pełni zdolności produkcyjnych producenta. W szczególności, wszystkie regiony nie muszą pokrywać całego sektora. Mogą istnieć regiony "czarne plamy" na mapie odbiorców, gdzie żaden producent przy cenie rynkowej c nie sprzeda żadnego produktu. Do rozwiązywania problemów szacowania regionów producenckich istnieją niskonakładowe pod względem obliczeń mniej dokładne metody optymalizacji przybliżonej oraz dokładniejsze metody optymalizacji liniowej ciągłej.

p_i – zdolności produkcyjne i-tego producenta. Z reguły suma zdolności produkcyjnych producentów przewyższa sumę zapotrzebowań odbiorców, zwłaszcza, gdy cena rynkowa c ustabilizuje się na dostatecznie wysokim poziomie.

k_i – jednostkowy koszt produkcji produktu rynkowego. Koszt ten w znacznym stopniu zależy od typu i skali produkcji. Zależy też od zasobów zużywanych w procesie produkcji, od sprawności organizacyjnej procesu produkcji. Zależy on także od otoczenia prawnego, fiskalnego, bankowego i innych.

c^T_{ij} - jednostkowy koszt dostawy (transportu) produktu i-tego producenta do j-tego dostawcy. Z wyznaczeniem takiego kosztu są jednak określone trudności: cena ta zależy od sposobu organizacji dostaw, tj. logistyki i rzadko kiedy jest naliczana dla pojedynczych produktów. W większości pozostaje więc wielkością szacunkową. Szacunkowy będzie też warunek opłacalności dostawy produktu dla odbiorcy j-tego przez producenta i-tego, mianowicie taki, że koszt produktu powiększony o koszt dostawy nie może przekraczać ceny rynkowej c, czyli, że

$$k_i + c^T_{ij} < c \qquad (1)$$

Jeżeli powyższy warunek nie zachodzi, to i-ty producent nie będzie zainteresowany sprzedażą swojego produktu j-temu odbiorcy. Odbiorca j-ty nie kupi produktu żadnego producenta, jeżeli nie istnieje żaden producent, dla którego zachodzi (1).

Niech zgodnie z powyższymi oznaczeniami

$$c_{ij} = c - \left(k_i + c_{ij}^T\right)d_j$$

wtedy region i-tego producenta możemy zdefiniować jako podzbiór odbiorców

$$D_i = \{j \mid c_{ij} > 0\}.$$

Konkurencja ma miejsce, jeżeli istnieją regiony i, j takie, że

$$D_i \bigcap D_j = \Phi$$

W przypadku istnienia konkurencji można badać szanse i perspektywy zachowania się konkurujących uczestników rynku.

Model z nieograniczonymi zdolnościami producentów

Dla danych zapotrzebowań d_j, kosztach jednostkowych produkcji k_i, kosztach jednostkowych dostawy c^T_{ij} ($i = 1,...,m$, $j = 1,...,n$) i cenie rynkowej c wyznacz regiony D_i producentów przy założeniu, że producenci maksymalizują zysk, a ich zdolności produkcyjne są nieograniczone. Nie pogarszając zysku producenta można przyjąć, że każdy odbiorca zaopatruje się w całości u jednego producenta.

Niech c_{ij} będzie zyskiem,

$$c_{ij} = \left(c - \left(k_i + c_{ij}^T\right)\right)d_j$$

a x_{ij} - zmienną decyzyjną,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{, jezeli i - ty producent zaopatruje j - tego odbiorcę} \\ 0 & \text{,} \qquad \text{w przypadku przeciwnym.} \end{cases}$$

Zagadnienie formułujemy jako zadanie maksymalizacji zysku, z funkcją celu

$$\max \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \qquad (2)$$

przy warunkach

$$\sum_i x_{ij} \le 1 \quad \forall j \tag{3}$$

$$x_{ij} = 0 \text{ lub } 1 \quad \forall i, j \tag{4}$$

Zgodnie z (3) pewne zapotrzebowania mogą nie zostać zrealizowane tworząc "czarną" plamę sektora badanego produktu. Dotyczy to tych j, dla których nie istnieje i takie, że zachodzi warunek (1).

Zgodnie z (2) optymalne rozwiązanie zadania daje metoda lokalnego przeglądu: dla każdego odbiorcy znajdź producenta, który dostarczy produkt po najniższym koszcie.

Dla tak postawionego zadania zgodnie z (1) łatwo wyznaczymy maksymalne c, dla którego na mapie odbiorców nie ma "czarnych plam", mianowicie, dla

$$c = \max_j \min_i \{k_i + c^T_{ij}\}$$

Rozszerzenie tego modelu polegać może na zbadaniu ciągu rozwiązań generowanych dla cen przewyższających c. Pozwoli to oszacować najwyższe c, dla którego przedsiębiorcy uzyskają maksymalny zysk. W badaniach można, a nawet koniecznie trzeba uwzględnić funkcyjną zależność $d_j(c)$ reprezentującą wysokość realnego popytu odbiorcy od ceny c.

Model z ograniczonymi zdolnościami producentów

Przyjmijmy, że znane są zapotrzebowania d_j odbiorców, koszty jednostkowe produkcji k_i producentów i koszty jednostkowe dostawy c^T_{ij} (i = 1,...,m, j = 1,...,n). Dla danej ceny rynkowej c wyznacz optymalne regiony D_i przy założeniu, że producenci solidarnie maksymalizują zysk, ich zdolności produkcyjne p_i są ograniczone, a odbiorcy mogą u różnych producentów realizować ułamkowe zapotrzebowania.

Niech c_{ij} będzie zyskiem jednostkowym liczonym zgodnie ze wzorem

$$c_{ij} = c - (k_i + c^T_{ij}), \tag{5}$$

a x_{ij} - zmienną decyzyjną oznaczającą liczbę produktów i-tego producenta nabytą przez j-tego odbiorcę.

Formułujemy zadanie maksymalizacji zysku, z funkcją celu

$$\max \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \tag{6}$$

przy warunkach

$$\sum_j x_{ij} \le p_i \quad \forall i \tag{7}$$

$$\sum_i x_{ij} \le d_j \quad \forall j \tag{8}$$

$$x_{ij} \ge 0 \quad \forall i, j \tag{9}$$

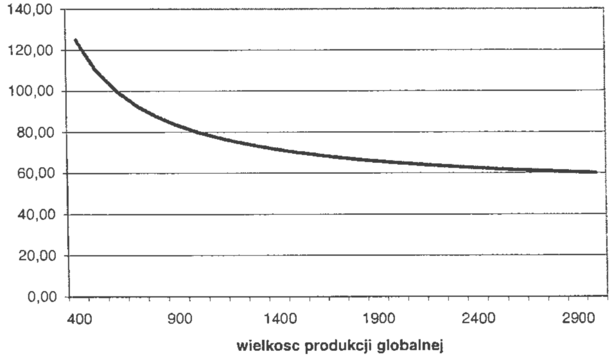
Zadanie (6)-(9) jest liniowym zadaniem programowania matematycznego. Po niewielkiej transformacji będzie zadaniem transportowym. Zadanie to wykorzystano do badań symulacyjnych dominacji producentów w sektorze rynkowym złożonym z producentów i odbiorców. Na podstawie zadania (6)-(9) można budować rozwinięte modele symulacyjne dotyczące zachowania konkurujących producentów uwzględniające zmienność c i funkcji popytowej $d_j(c)$. Załączony dalej wariant wariant modelu arkuszowego to właśnie realizuje korzystając istotnie z narzędzia SOLVER do rozwiązywania zadania liniowego (6)-(9)

Zależność ceny w sektorze rynkowym od wielkosci produkcji

$$c(X) = \frac{A}{X} + B$$

x	c(x)
400	125,00
500	110,00
600	100,00
700	92,86
800	87,50
900	83,33
1000	80,00
1100	77,27
1200	75,00
1300	73,08
1400	71,43
1500	70,00
1600	68,75
1700	67,65
1800	66,67
1900	65,79
2000	65,00
2100	64,29
2200	63,64
2300	63,04
2400	62,50
2500	62,00
2600	61,54
2700	61,11
2800	60,71
2900	60,34
3000	60,00

A =	30000
B =	50

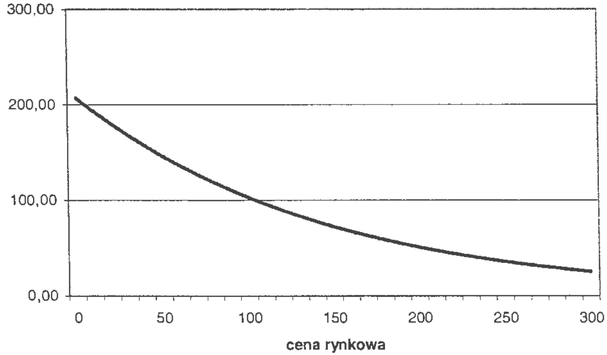


Zależność popytu nabywców od ceny rynkowej c

$$p(c) = \alpha \exp(-\beta(c - c_0))$$

c	p(c)
0	207,05
10	193,05
20	180,00
30	167,83
40	156,48
50	145,91
60	136,04
70	126,84
80	118,27
90	110,27
100	102,82
110	95,87
120	89,39
130	83,34
140	77,71
150	72,45
160	67,56
170	62,99
180	58,73
190	54,76
200	51,06
210	47,61
220	44,39
230	41,39
240	38,59
250	35,98
260	33,55
270	31,28
280	29,16
290	27,19
300	25,35

alpha =	180
betha =	0,007
c0 =	20



Model konkurencji w warunkach konkurencji doskonałej (oligopol)

5 producentów, 9 odbiorców, ograniczone zdolności produkcyjne

1. cena rynkowa wyrobu

c = 77,80 zł c(X) = 77,80 zł

2. koszty dostawy wyrobu

c^T =

0,00	2,50	3,50	3,00	7,00	8,00	10,00	8,50	5,50
7,50	3,50	3,50	1,50	7,00	8,00	10,00	8,00	2,00
9,00	5,00	5,00	20,00	8,50	10,00	8,00	5,50	2,50
2,50	5,50	40,00	7,50	2,50	3,50	4,50	6,00	10,00
3,00	5,50	4,00	7,50	30,00	4,00	5,50	7,50	10,00

3. koszt jed.produkcji wyrobu

k =

72,00
73,00
60,00
65,00
70,00

4. zyski jednostkowe

z =

5,80	3,30	2,30	2,80	-1,20	-2,20	-4,20	-2,70	0,30
-2,70	1,30	1,30	3,30	-2,20	-3,20	-5,20	-3,20	2,80
8,80	12,80	12,80	-2,20	9,30	7,80	9,80	12,30	15,30
10,30	7,30	-27,20	5,30	10,30	9,30	8,30	6,80	2,80
4,80	2,30	3,80	0,30	-22,20	3,80	2,30	0,30	-2,20

5. wielkości produkcji (równe wielkości sprzedaży)

x =

									w.prod.		ogr.w.prod.
119,91	119,91	10,19	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	250,00	<=	250,00
0,00	0,00	9,25	119,91	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	129,15	<=	150,00
0,00	0,00	60,19	0,00	0,00	0,00	0,00	119,91	119,91	300,00	<=	300,00
0,00	0,00	0,00	0,00	119,91	0,00	80,09	0,00	0,00	200,00	<=	200,00
0,00	0,00	40,28	0,00	0,00	119,91	39,81	0,00	0,00	200,00	<=	200,00

6. wielkości dostaw

119,91	119,91	119,91	119,91	119,91	119,91	119,91	119,91	119,91

7. wielkość popytu (zdolność do nabycia wyrobu)

	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	- wartości
$p(X_j)$ =	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	- formuły

8. produkcja całkowita

X = 1079,15

9. zysk calkowity producentów, wielkość maksymalizowana

8201,70

STAN RÓWNOWAGI DLA OGRANICZONYCH ZDOLNOŚCI PRODUKCYJNYCH

Model konkurencji w warunkach konkurencji doskonałej (oligopol)

5 producentów, 9 odbiorców, nieograniczone zdolności produkcyjne

1. cena rynkowa wyrobu

$c =$ 77,80 zł $c(X) =$ 77,75 zł

2. koszty dostawy wyrobu

$c^T =$

0,00	2,50	3,50	3,00	7,00	8,00	10,00	8,50	5,50
7,50	3,50	3,50	1,50	7,00	8,00	10,00	8,00	2,00
9,00	5,00	5,00	20,00	8,50	10,00	8,00	5,50	2,50
2,50	5,50	40,00	7,50	2,50	3,50	4,50	6,00	10,00
3,00	5,50	4,00	7,50	30,00	4,00	5,50	7,50	10,00

3. koszt jed.produkcji wyrobu

$k =$

72,00
73,00
60,00
65,00
70,00

4. zyski jednostkowe

$z =$

5,80	3,30	2,30	2,80	-1,20	-2,20	-4,20	-2,70	0,30
-2,70	1,30	1,30	3,30	-2,20	-3,20	-5,20	-3,20	2,80
8,80	12,80	12,80	-2,20	9,30	7,80	9,80	12,30	15,30
10,30	7,30	-27,20	5,30	10,30	9,30	8,30	6,80	2,80
4,80	2,30	3,80	0,30	-22,20	3,80	2,30	0,30	-2,20

5. wielkości produkcji (równe wielkości sprzedaży)

$x =$

									w.prod.
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	120,10	120,10	0,00	0,00	0,00	120,10	120,10	120,10	600,52
120,10	0,00	0,00	120,10	120,10	120,10	0,00	0,00	0,00	480,42
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

6. wielkości dostaw

120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10

7. wielkość popytu (zdolność do nabycia wyrobu)

	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	- wartości
$p(X_j) =$	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	120,10	- formuły

8. produkcja całkowita

$X =$ 1080,94

9. zysk calkowity producentów, wielkość maksymalizowana

11793,74

STAN RÓWNOWAGI DLA NIEOGRANICZONYCH ZDOLNOŚCI PRODUKCYJNYCH

Z RYNKU WYPADAJĄ PRODUCENCI 1,2 i 5.