101/2007

Raport Badawczy
Research Report

RB/69/2007

Model obsady stanowisk kasowych

H. Potrzebowski

Instytut Badań Systemowych
Polska Akademia Nauk

Systems Research Institute
Polish Academy of Sciences

POLSKA AKADEMIA NAUK

Instytut Badań Systemowych

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 3810100

fax: (+48) (22) 3810105

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:
dr inż. Jan W. Owsiński

Warszawa 2007

Model obsady stanowisk kasowych

Henryk Potrzebowski

Typową sytuację, przed którą staje szef działu sprzedaży w hipermarkecie można przedstawić następująco. Dział ma pewną ilość, powiedzmy, m stanowisk kasowych, przeznaczonych do obsługi klientów w godzinach od 9.00 do 21.00 ,które należy obsadzić kasjerami w stopniu, który z jednej strony zapewni krótkie kolejki, a z drugiej – ich pełne wykorzystanie. Niżej przedstawiono dwa konkurencyjne wersje zagadnienia wyboru optymalnej obsady stanowisk kasowych.

Model A

Dla danych zapotrzebowań na obsługę b_j, w przedziałach czasowych j = 1,2, … ,m wyznacz liczbę kasjerów x_j, taką, że pewna dopasowana funkcja kary f(b-x) przyjmuje wartość minimalną. Przykładowa postać funkcji kary

$$f(y) = \begin{cases} y & , jezeli\ y \geq 0 \\ -y & , w\ przypadku\ przeciwnym \end{cases}$$

Niedostatkiem tego modelu może być niedostateczny sposób rozwiązania problemu narastania kolejek przy kasach oraz problem ciągłości pracy kasjera.

Model B. (model pokrycia)

Dane są pewne wzorcowe harmonogramy pracy kasjerów zakodowane w postaci tablicy A o m wierszach i n kolumnach, gdzie m jest liczbą przedziałów, a n – liczbą istotnie różnych harmonogramów pracy. Wyznacz liczby x_j kasjerów pracujących zgodnie z harmonogramem j, j = 1,2, … ,n, takie, ,że określona funkcja kary f(Ax - b) przyjmuje wartość minimalną. O skuteczności modelu zadecyduje postać funkcji kary f() i być może dodatkowe ograniczenia.

Model C

Dane są:

- A - {0, 1} - tablica dopuszczalnych gafików pracy kasjerów rozmiaru mxn, gdzie m jest liczbą okresów planowania, n – liczbą grafików
- b - prognoza obciążeń stanowisk kasowych, wektor rozmiaru m
- x - obsada stanowisk, wektor rozmiaru n
- y - wielkości kolejek (niedobory obsady) na końcu okresów, wektor rozmiaru m
- c - kara za kolejki, wektor rozmiaru m
- z - nadmiar obsługi; wektor rozmiaru m
- d - kara za kolejkowanie; wektor rozmiaru m

Problem:

cy + dz = min

Ax + y + y(-1) –z = b (y - kolejka z okresu poprzedniego (-1) obciąża okres bieżący; z – nadmiar obsady)

y_n = 0 (na koniec ostatniego okresu kolejka się zeruje)

x, y , z>= 0

x – całkowite

Model C jest w istocie binarną postacią modelu B, wygodną w zastosowaniach narzędzia SOLVER znanego z arkusza kalkulacyjnego. W załączeniu na załączonej kopii arkusza pokazano taki właśnie model. W zaproponowanych obliczeniach wykorzystano dane zaczerpnięte z pracy dyplomowej R. Deneki – absolwenta kursu inżynierskiego WIT.

Dane są:

A	- {0, 1} - tablica dopuszczalnych gafików pracy kasjerów rozmiaru mxn, gdzie m jest liczbą okresów planowania, n – liczbą grafików
b	- prognoza obciążeń stanowisk kasowych, wektor rozmiaru m
x	- obsada stanowisk, wektor rozmiaru n
y	- wielkości kolejek (niedobory obsady) na końcu okresów, wektor rozmiaru m
c	- kara za kolejki, wektor rozmiaru m
z	- nadmiar obsługi; wektor rozmiaru m
d	- kara za kolejkowanie; wektor rozmiaru m

Problem:

$cy + dz = min$

$Ax + y + y(-1) - z = b$ (y - kolejka z okresu poprzedniego (-1) obciąża okres bieżący; z – nadmiar obsady)

$y_n = 0$ (na koniec ostatniego okresu kolejka się zeruje)

$x, y, z >= 0$

x -całkowite

	Tablica A											Tablica Y															Relacja	obciążeń
7.00	1											1															<=	1,4
8.00	1	1										-1	1														<=	3,0
9.00	1	1	1	1									-1	1													<=	4,1
10.00	1	1	1	1	1									-1	1												<=	4,0
11.00	1	1	1	1	1	1									-1	1											<=	4,3
12.00	1	1	1	1	1	1	1									-1	1										<=	4,0
13.00		1		1	1	1	1	1									-1	1									<=	3,6
14.00				1	1	1	1	1	1									-1	1								<=	3,3
15.00					1	1	1	1	1	1									-1	1							<=	2,7
16.00						1	1	1	1	1	1									-1	1						<=	2,2
17.00							1	1	1	1	1										-1	1					<=	2,3
18.00								1	1	1	1											-1	1				<=	2,2
19.00									1	1	1												-1	1			<=	2,0
20.00										1	1													-1	1		<=	1,6
21.00											1														-1	1	<=	0,2
end																										-1	=	0,0

Wektor (x, y)

1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Wagi

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Funkcja celu

MAX 6,4