

55/2006

**Raport Badawczy**  
**Research Report**

**RB/40/2006**

**Dekompozycja przyczynowa  
szeregów czasowych -  
modelowanie dynamiki emisji CO<sub>2</sub>**

**Waldemar Jęda**

**Instytut Badań Systemowych**  
**Polska Akademia Nauk**

**Systems Research Institute**  
**Polish Academy of Sciences**



# **POLSKA AKADEMIA NAUK**

## **Instytut Badań Systemowych**

ul. Newelska 6

01-447 Warszawa

tel.: (+48) (22) 8373578

fax: (+48) (22) 8372772

Kierownik Pracowni zgłaszający pracę:  
Prof. dr hab. inż. Zbigniew Nahorski

Warszawa 2006

# **Dekompozycja przyczynowa szeregów czasowych – modelowanie dynamiki emisji CO<sub>2</sub>**

Waldemar Jęda

## **Streszczenie**

W opracowaniu zaprezentowano metodę dekompozycji przyczynowej szeregów czasowych jako jedno z narzędzi do modelowania dynamiki emisji CO<sub>2</sub>. Przedstawiono wyniki zastosowania metody opartej na indeksie Laspeyresa do dekompozycji emisji CO<sub>2</sub> na składniki, określające względny udział wpływu wzrostu gospodarczego oraz zmian technologicznych na dynamikę emisji.

W pracy przeprowadzono analizę niepewności składników dekompozycji emisji.

## **1. Wprowadzenie**

Przedmiotem pracy jest modelowanie dynamiki emisji gazów cieplarnianych, w szczególności CO<sub>2</sub>. Problem ten jest istotny dla analizy redukcji tych emisji, wynikających ze zobowiązań, jakie m.in. na nasz kraj nałożyła ratyfikacja Protokołu z Kioto.

Celem pracy jest zaprezentowanie jednej z wersji metody dekompozycji szeregów czasowych, opartej na stosowanych w ekonomii indeksach agregatowych. Metoda ta daje możliwość wykorzystania innej wiedzy, niż tylko ta zawarta w rozważanym szeregu czasowym. W szczególności pozwala na badanie istotności wpływu innych wielkości, w tym

również opisanych poprzez szeregi czasowe. Przykładami takich wielkości są: wzrost ekonomiczny, ujmowany liczbowo poprzez Produkt Krajowy Brutto (PKB), produkcja energii, populacja ludności danego kraju, etc.. Przegląd różnych metod dekompozycji szeregów czasowych jest zawarty w pracy Anga i Zhanga (Ang, 2000).

Możliwymi rozważanymi w pracy czynnikami redukcji emisji są: ograniczanie rozwoju ekonomicznego, ograniczanie emisjogenności produkcji przemysłowej (postęp technologiczny), a także zmiany w strukturze produkcji.

## **2. Indeksy agregatowe w analizie szeregów czasowych**

### **2.1 Pojęcie i rodzaje szeregów czasowych**

Szeregiem czasowym (dynamicznym) nazywamy ciąg wartości badanego zjawiska

$$y_t = f(t) \quad (1)$$

gdzie:  $y_t$  to badana zmienna zależna,  $t$  – zmienna niezależna (czas), zaś  $f$  – określona funkcja matematyczna. Wyróżnia się szeregi czasowe momentów (pomiar badanego zjawiska dokonuje się w pewnych ściśle określonych chwilach czasu; wartości badanego zjawiska mają charakter zasobów), oraz okresów (zawiera informacje o rozmiarach zjawiska w pewnych okresach; wartości badanego zjawiska mają charakter strumieni).

W teorii ekonomicznych szeregów czasowych wyróżnia się zwykle następujące składniki szeregu czasowego: tendencję rozwojową (trend), wahania okresowe (wahania sezonowe), wahania koniunkturalne, wahania przypadkowe

Metody dekompozycji szeregów czasowych możemy podzielić na dwie zasadnicze grupy: metody mechaniczne (głównie średnie ruchome) metody analityczne (np. najmniejszych kwadratów).

Do badania dynamiki zespołu zjawisk stosuje się agregatowe mierniki dynamiki – tzw. indeksy.

## 2.2 Indeks wartości

$$I_w = \frac{\sum q_1 \cdot P_1}{\sum q_0 \cdot P_0} \quad (2)$$

Agregatowy indeks wartości określa łączną zmianę wartości wszystkich produktów w momencie badanym (1) względem momentu podstawowego (0).

## 2.3 Indeks cen wg formuły Laspeyresa

$$I_p^L = \frac{\sum q_0 P_1}{\sum q_0 P_0} \quad (3)$$

Agregatowy indeks cen wg Laspeyresa informuje, jak zmieniłaby się łączna wartość produktów w okresie badanym względem podstawowego, gdyby ilości produktów w obu momentach były takie same i równe ilościom w momencie podstawowym.

## 2.3 Indeks ilości wg formuły Laspeyresa

$$I_q^L = \frac{\sum q_1 P_0}{\sum q_0 P_0} \quad (4)$$

Agregatowy indeks cen wg Laspeyresa informuje, jak zmieniłaby się łączna wartość produktów w okresie badanym względem podstawowego, gdyby ceny produktów w obu momentach były takie same i równe cenom w momencie podstawowym.

## 3. Model kompletnej dekompozycji szeregu czasowego

W niniejszej pracy zastosowano metodę dekompozycji przyczynowej opartej na agregatowym indeksie Laspeyresa, zaproponowaną w pracy Suna (Sun, 1998) której, zdaniem jej autora, podstawową zaletą jest brak członu resztkowego dekompozycji.

Całkowita zmiana badania wielkości  $V^t = x^t \cdot y^t$ , zależnej od czynników  $x$  oraz  $y$ , może być wyrażona przez zmiany wartości tych czynników w sposób następujący:

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V^t - V^0 = x^t y^t - x^0 y^0 \\
&= (x^t - x^0)y^0 + (y^t - y^0)x^0 + (x^t - x^0)(y^t - y^0) \\
&= y^0 \Delta x^t + x^0 \Delta y^t + \Delta x^t \Delta y^t \\
&= \left( y^0 \Delta x^t + \frac{1}{2} \Delta x^t \Delta y^t \right) + \left( x^0 \Delta y^t + \frac{1}{2} \Delta x^t \Delta y^t \right) \\
&= X'_{eff} + Y'_{eff}
\end{aligned} \tag{5}$$

Wielkości  $X'_{eff}$  oraz  $Y'_{eff}$  interpretuje się jako komponenty zmiany rozważanej wielkości, będące miarą wpływu zmian każdego z czynników  $x$  i  $y$  na całkowity przyrost  $\Delta V$  rozważanej wielkości  $V$ .

Formuła (5) zdradza zakamuflowany mankament metody: rezydualny czynnik mieszany  $\Delta x^t \Delta y^t$  nie znika, lecz jest w istocie rozdzielony pomiędzy oba komponenty, w równych proporcjach. Należy jednak zauważyć, że sam fakt istnienia tego niepożądanego dla interpretacji rezultatów składnika wynika z założonego multiplikatywnego charakteru zależności pomiędzy wielkością badaną  $V$  a czynnikami  $x$  oraz  $y$ . Analogiczną dyskusję przeprowadza się dla przypadku, gdy wyjściową wielkość rozkładamy na trzy komponenty.

### 3.1 Dekompozycja emisji

W przypadku trzy-składnikowej dekompozycji emisji mamy:

$$E^t = \sum_i E_i^t = \sum_i \left( \frac{E_i^t}{Q_i^t} \right) Q_i^t = Q^t \sum_i \left( \frac{E_i^t}{Q_i^t} \right) \left( \frac{Q_i^t}{Q^t} \right) = Q^t \sum_i I_i^t \cdot s_i^t \tag{6}$$

gdzie  $E^t$  oznacza emisję w roku  $t$ , zaś  $Q_i$  produkcję  $i$ -tego sektora gospodarki.  $I_i^t$  oznacza intensywność produkcji emisji  $i$ -tego sektora gospodarki, zaś  $s_i^t$  - udział tego sektora w całkowitej produkcji  $Q$ .

Model Suna kompletnej dekompozycji prowadzi do rozkładu przyrostu emisji  $\Delta E^t$  na sumę trzech składników  $Q'_{eff}$ ,  $I'_{eff}$  oraz  $S'_{eff}$ :

$$\Delta E^t = Q'_{eff} + I'_{eff} + S'_{eff} \tag{7}$$

gdzie efekt produkcji to:

$$Q'_{eff} = (Q' - Q^0) \sum_i I_i^0 s_i^0 + \frac{1}{2} (Q' - Q^0) \sum_i (I_i^0 (s'_i - s_i^0) + s_i^0 (I'_i - I_i^0)) + \frac{1}{3} (Q' - Q^0) \sum_i ((I'_i - I_i^0)(s'_i - s_i^0)) \quad (7a)$$

i oznacza wpływ wzrostu produkcji na wzrost emisji,

$$I'_{eff} = Q^0 \sum_i s_i^0 (I'_i - I_i^0) + \frac{1}{2} \sum_i ((I'_i - I_i^0)(s_i^0 (Q' - Q^0) + Q^0 (s'_i - s_i^0))) + \frac{1}{3} (Q' - Q^0) \sum_i ((I'_i - I_i^0)(s'_i - s_i^0)) \quad (7b)$$

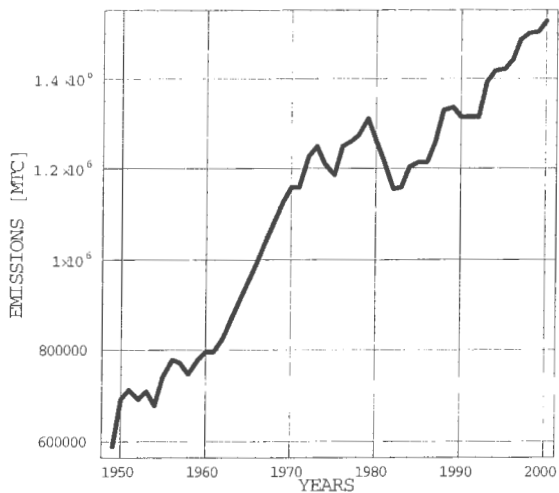
to efekt intensywności określający wpływ zmian technologicznych na wzrost emisji, oraz efekt strukturalny mówiący o wpływie zmian strukturalnych w produkcji na wzrost emisji:

$$S'_{eff} = Q^0 \sum_i I_i^0 (s'_i - s_i^0) + \frac{1}{2} \sum_i (s'_i - s_i^0) (I_i^0 (Q' - Q^0) + Q^0 (I'_i - I_i^0)) + \frac{1}{3} (Q' - Q^0) \sum_i (I'_i - I_i^0) (s'_i - s_i^0) \quad (7c)$$

#### 4. Dekompozycja emisji CO<sub>2</sub> dla USA

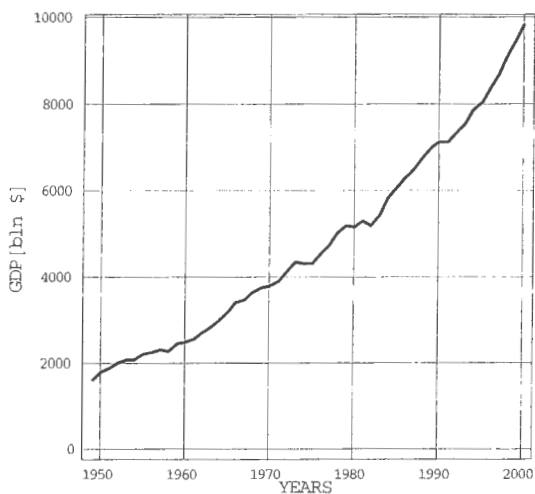
W tej części zaprezentowano działanie tej metody na przykładzie dekompozycji szeregu emisji CO<sub>2</sub> dla USA, na czynnik związany ze wzrostem gospodarczym tego kraju, oraz intensywnością produkcji emisji. Nie rozważano wpływu natomiast wpływu zmian struktury gospodarki narodowej USA na wielkość rocznych emisji CO<sub>2</sub>, ze względu na brak w chwili tworzenia raportu odpowiednich danych. Bardziej pogłębiona analiza dotycząca dekompozycji emisji CO<sub>2</sub> w krajach Unii Europejskiej jest zawarta w pracy Kaivo i Luukkanena (Kaivo, 2004).

Podstawowe dane użyte w analizie dotyczyły emisji CO<sub>2</sub> ze spalania paliw kopalnych w USA, zgromadzone dla lat 1949-2000, i są przedstawione na Rysunku nr 1. W tym okresie emisje wzrosły o ponad 150% względem stanu z roku 1949.



Rys.1 Emisje CO<sub>2</sub> ze spalania paliw kopalnych w USA, tysiącach ton węgla. Dane wg Marland et al., 2006

Użyte dane dotyczące produkcji, mierzonej w jednostkach Produktu Krajowego Brutto, są zilustrowane na Rysunku nr 2. W rozważanym okresie produkcja wzrosła ponad sześciokrotnie.

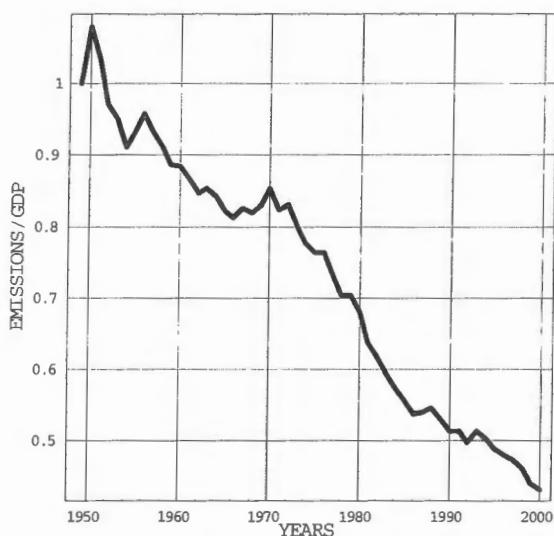


Rys. 2 Produkt krajowy brutto USA (GDP, ceny stałe). Dane wg EIA. 2006.



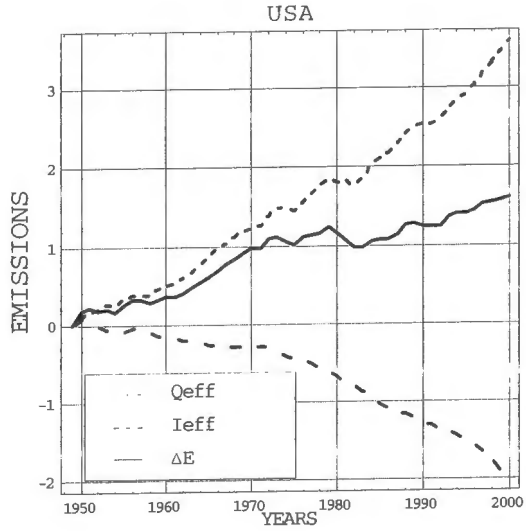
Na Rysunku nr 3 przedstawiono wykres zależności pomiędzy GDP a emisjami.

Podstawą do wyznaczenia składników dekompozycji są przede wszystkim wielkości intensywności produkcji emisji, przedstawione na Rysunku nr 4, wyrażone jako stosunek emisji w danym roku do odpowiadającej im produkcji. Z uwagi na fakt, iż obie wielkości są wyrażone w jednostkach, odpowiednio, GDP oraz emisji w roku początkowym (1949), intensywność emisji jest wielkością bezwymiarową. Widoczna jest silna tendencja redukcji intensywności, związana z postępem technologicznym. W ciągu 52 lat intensywność produkcji emisji zmalała ponad dwukrotnie.

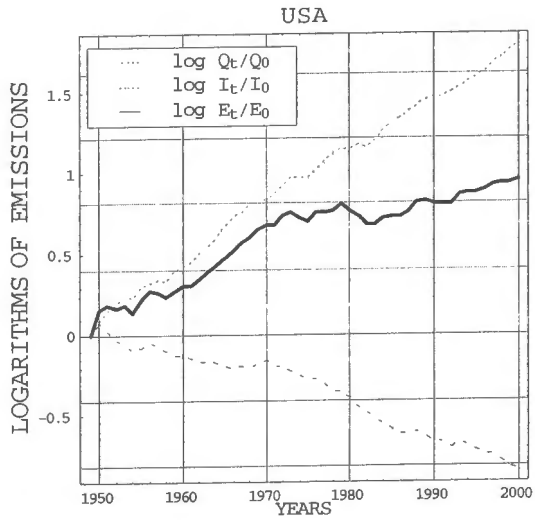


Rys. 4 Zagregowana intensywność produkcji emisji CO<sub>2</sub>.

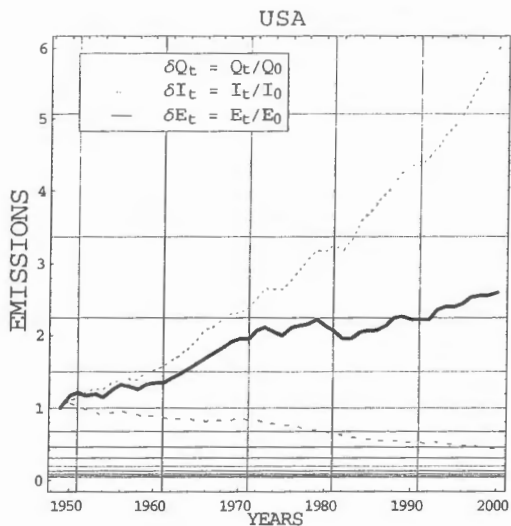
Obliczone według wzorów (7a) i (7b) składniki dekompozycji emisji zostały przedstawione na Rysunku nr 5. Wynika z niego, że szybki wzrost ekonomiczny nie był zrekompensowany wystarczająco dużym spadkiem emisjogenności produkcji, skutkiem czego całkowita emisja sukcesywnie wzrastała.



Rys. 5a Dekompozycja emisji CO<sub>2</sub>.



Rys. 5b Logarytmiczna dekompozycja produkcji emisji CO<sub>2</sub> – skala logarytmiczna.



Rys. 5c Logarytmiczna dekompozycja produkcji emisji CO<sub>2</sub> – skala liniowa.

## 5. Analiza niepewności składników dekompozycji emisji

Zgodnie z prawe przenoszenia niepewności niepewność bezwzględna  $u_r(y)$  wielkości  $y$ , zależnej od pewnej liczby zmiennych  $x_k$ , obciążonych niepewnościami  $u_r(x_k)$ , wyraża się wzorem:

$$u_r(y) = \sqrt{\sum_k \left[ \frac{\partial y}{\partial x_k} u(x_k) \right]^2} \quad (8)$$

Niepewność względna wielkości zależnej  $y$  wynosi:

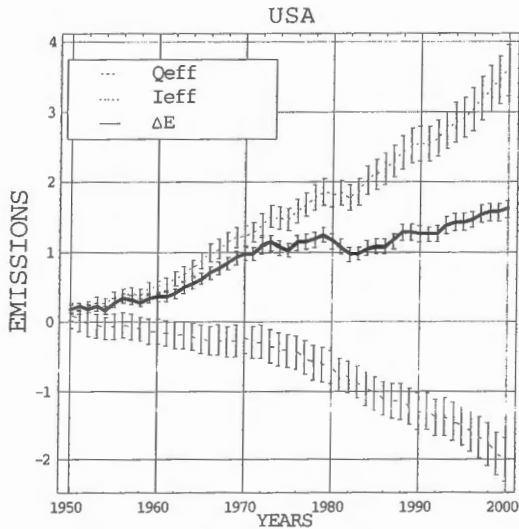
$$u_{r,r}(y) \equiv \frac{u_r(y)}{y} = \sqrt{\sum_k \left[ \left| \frac{\partial y}{\partial x_k} \frac{x_k}{y} \right| \frac{u(x_k)}{x_k} \right]^2} \quad (9)$$

Wzór (9) pozwala na obliczenie niepewności komponentów dekompozycji, wyznaczonych przy zastosowaniu formuł (7a,b):

$$u_{r,r}(Q_i^{eff}) = \sqrt{\frac{E_i^2 + Q_i^2}{(E_i + Q_i)^2} u_r^2(E) + 2 \frac{(E_i + Q_i)^2}{(Q_i - 1)^2 (E_i + Q_i)^2} u_r^2(Q)} \quad (10a)$$

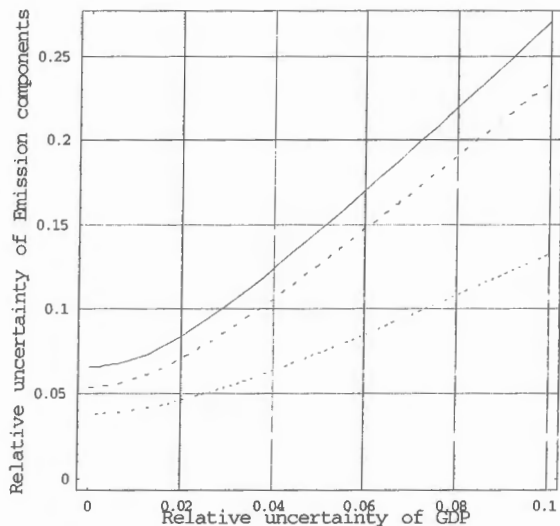
$$u_{r,r}(I_i^{eff}) = \sqrt{2 \frac{E_i^2}{(E_i - Q_i)^2} u_r^2(E) + \frac{(E_i + Q_i)^2}{(Q_i + 1)^2 (E_i - Q_i)^2} u_r^2(Q)} \quad (10b)$$

Na rysunku nr 7a przedstawiono komponenty dekompozycji wraz z obliczonymi według (10a,b) niepewnościami. Przyjęto, że  $u_r(E) = 5\%$ , oraz  $u_r(Q) = 0\%$ , czyli że niepewności komponentów wynikają wyłącznie z niepewności wyjściowych danych o emisjach.



Rys. 7a Niepewności dekompozycji emisji CO<sub>2</sub>.

W sytuacji, gdy nie da się zaniedbać niepewności GDP, bądź też w sytuacji przeprowadzania prognoz, należy uwzględnić również tę niepewność. W takim przypadku, uwzględnienie 5-procentowej niepewności GDP, przy również 5-procentowej niepewności emisji, powoduje zwiększenie niepewności prognozy emisji z niecałych 7 do ok. 15 procent. Obrazuje to rysunek 7b.



Rys. 7b Względne niepewności składników dekompozycji emisji CO<sub>2</sub>;  
 linia kropkowana – niepewność komponentu produkcji  
 linia przerywana – niepewność komponentu intensywności produkcji emisji  
 linia ciągła – niepewność całkowitej emisji jako sumy komponentów

## 6. Podsumowanie

W niniejszej pracy zastosowano metodę dekompozycji przyczynowej opartej na agregatowym indeksie Laspeyresa, której podstawową zaletą jest brak członu resztkowego dekompozycji.

Zaprezentowano działanie tej metody na przykładzie dekompozycji szeregu emisji CO<sub>2</sub> dla USA, na człon związany ze wzrostem gospodarczym tego kraju, oraz intensywnością produkcji emisji. Wskazano na pewne mankamenty metody, wynikające m.in. z arbitralnego (zdaniem autora) rozdzielenia członu mieszanego na komponenty dekompozycji. Zaproponowano sposób rozwiązania tej niedogodności, polegający na przejściu do wielkości logarytmowanych, co powoduje brak członu mieszanego.

Obliczono niepewności względne komponentów dekompozycji emisji, oraz oszacowano możliwy wpływ niepewności GDP na całkowitą niepewność prognozowania emisji.

## **Bibliografia**

- Ang, B.W., Zhang, F.Q. (2000). A survey of index decomposition analysis in energy and environmental studies. *Energy* 25 (12), 1149–1176.
- EIA (2006). Annual Energy Review 2005. <http://www.eia.doe.gov>.
- ISO (1993). Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland.
- Kaivo-oja, J., Luukkanen, J., (2004). The European Union balancing between CO<sub>2</sub> reductions commitments and growth policies: decomposition analyses. *Energy Policy* 32, 1511-1530.
- Marland, G., Boden, T. A., & Andres, R. J. (2006). Global, regional, and national fossil fuel CO<sub>2</sub> emissions. In *Trends: A compendium of data on global change, carbon dioxide information analysis center*. OAK Ridge National Laboratory: U.S. Department of Energy. [http://cdiac.esd.ornl.gov/trends/emis/em\\_cont.htm](http://cdiac.esd.ornl.gov/trends/emis/em_cont.htm).
- Nahorski, Z., Jęda, W., & Jonas, M. (2003). Coping with uncertainty in verification of the Kyoto obligations. In J. Studziński, L. Drelichowski, & O. Hryniewicz (Eds.), *Zastosowania informatyki i analizy systemowej w zarządzaniu*, (pp. 305–317). Warsaw, Poland: IBS PAN.
- Sun, J.W. (1998). Changes in energy consumption and energy intensity: a complete decomposition model. *Energy Economics* 20 (1), 85–100.



